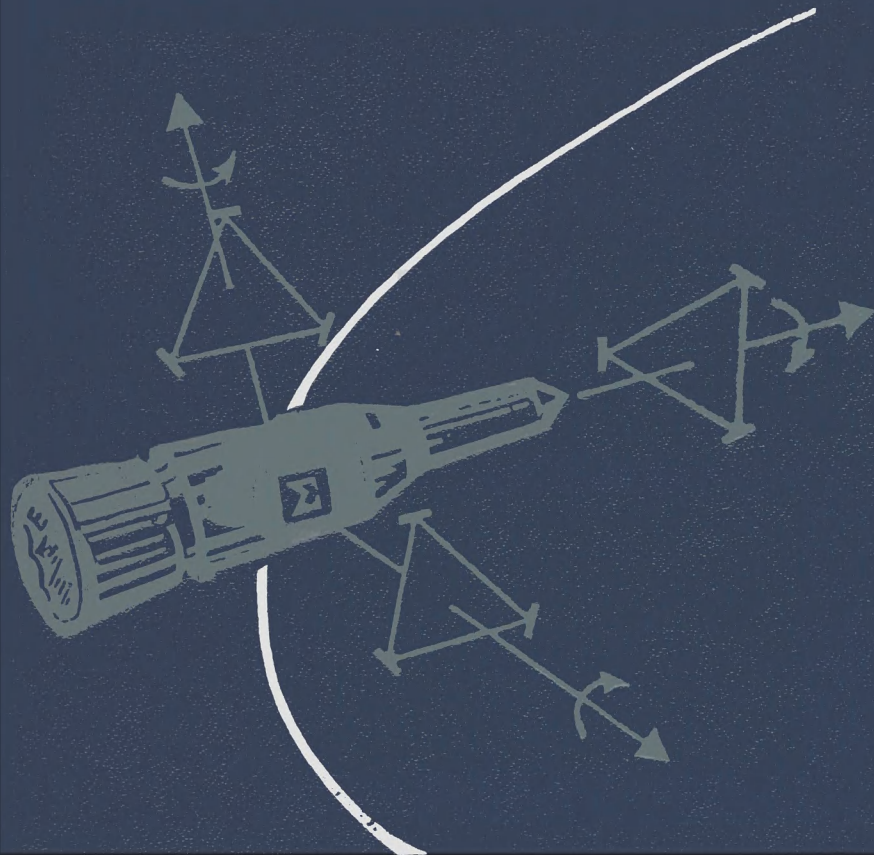
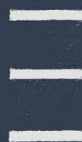


||| ЛАЗЕРНЫЙ ГИРОСКОП



С.И.БЫЧКОВ  
Д.П.ЛУКЬЯНОВ, А.И.БАКАЛЯР

ЛАЗЕРНЫЙ ГИРОСКОП

**С. И. Бычков, Д. П. Лукьянов, А. И. Бакаляр**

# **ЛАЗЕРНЫЙ ГИРОСКОП**

Под редакцией профессора  
С. И. БЫЧКОВА



**Москва «Советское радио» 1975**

**Бычков С. И., Лукьянов Д. П., Бакаляр А. И.** Лазерный гироскоп. Под ред. проф. С. И. Быčkova. М., «Сов. радио», 1975. 424 с.

Рассматриваются вопросы теории, элементы конструкции и практическое применение новых датчиков угловой скорости—лазерных гироскопов. С позиции теории относительности излагаются физические основы работы датчиков угловой скорости движения с кольцевыми резонаторами, анализируются их основные характеристики, оценивается точность некоторых навигационных и геодезических систем, использующих лазерные гироскопы в качестве чувствительных элементов.

Книга предназначена для научных работников и специалистов, занимающихся разработкой, конструированием и практическим использованием радиотехнических систем управления, автономной навигации и геодезии. Она будет также полезна студентам старших курсов вузов и аспирантов.

Табл. 4, рис. 133, библи. назв 258.

**Редакция литературы по вопросам  
космической радиоэлектроники**

Б  $\frac{30402-036}{046(01)-75}$  13-75

© Издательство «Советское радио», 1975 г.

## Введение

Ускорение темпов развития радиоэлектроники и приборостроения отражает закономерный процесс объединения в комплекс многих отраслей, призванных создать техническую базу для автоматизации производства и управления. Этот комплекс, как отмечалось на XXIV съезде КПСС, может быть назван катализатором научно-технического прогресса.

Видное место в нем принадлежит квантовой электронике и лазерной технике, которая, начав с создания молекулярных генераторов и усилителей СВЧ, освоила оптический диапазон и получила уникальные по своим свойствам источники когерентного света — оптические квантовые генераторы (ОКГ) и усилители. В настоящее время лазерное излучение успешно используется при фундаментальных физических исследованиях, в технологии, медицине, навигации, геодезии, связи и локации. Весьма характерно при этом, что области практического использования методов и средств квантовой электроники постоянно расширяются.

Успехи в развитии квантовой электроники неразрывно связаны с фундаментальными исследованиями отечественных ученых лауреатов Ленинской и Нобелевской премий академиков Н. Г. Басова и А. М. Прохорова, член-корр. АН СССР В. М. Вула, В. А. Фабриканта, М. М. Вудынского, Ф. А. Бутаевой, Ю. М. Попова и др. Среди зарубежных исследователей следует



отметить работы Таунса, Джаванна, Лэмба, Беннета, Эрриота. В результате этих исследований наука и техника получили в свое распоряжение качественно новый источник когерентного излучения — оптический квантовый генератор, или лазер, который по праву можно назвать детищем научно-технической революции.

Квантовая электроника позволяет практически раздвинуть рамки используемого диапазона когерентных электромагнитных колебаний в область более коротких волн. Интерес к этой части электромагнитного спектра объясняется высокими потенциальными возможностями, реализуемыми при освоении оптического спектра излучения. С переходом к более коротким длинам волн, и в первую очередь оптическим, не только расширяются области практического использования традиционных методов и средств классической радиотехники (связи, локации, телевидения, радиоуправления и др.), но и открываются возможности реализации ряда принципиально новых решений, не имеющих соответствующих аналогов в радиочастотных диапазонах волн.

Так, например, недостижимая ранее высокая временная и пространственная когерентность ОКГ в значительной мере обусловила появление нового направления — голографии. Огромная интенсивность и монохроматичность излучения ОКГ позволили впервые экспериментально наблюдать такие нелинейные эффекты, как генерацию гармоник, вынужденное комбинационное рассеяние, оптическое детектирование, обратный эффект Фарадея и др.

Вполне естественно, что новые научные направления обусловили и появление принципиально новых приборов, среди которых особый интерес представляет разработка датчика информации об угловой скорости объекта — когерентного оптического или *лазерного гироскопа*, представляющего собой ОКГ

с кольцевым резонатором (КОКГ). В этом приборе носителем информации об угловой скорости является один из параметров световой волны, бегущей по замкнутому контуру.

Когерентные оптические гироскопы только начинают выходить за стены лабораторий и тем не менее уже сейчас обладают рядом несомненных преимуществ по сравнению с другими приборами. Одним из важных достоинств таких гироскопов является отсутствие вращающихся механических элементов и подшипников. Это приводит, с одной стороны, к существенному упрощению и удешевлению конструкции гироскопа, а с другой — отсутствие трения исключает уходы гироскопа, связанные с реакцией подшипников (подвески) на ориентацию оси гироскопа. Отличительной особенностью лазерного гироскопа являются высокая точность и широкий диапазон измеряемых скоростей, практически мгновенный запуск, малая чувствительность к перегрузкам, относительная экономичность, а также дискретный характер информации о вращении, позволяющий согласовать гироскоп с цифровыми вычислительными устройствами, осуществляющими обработку информации.

Когерентные оптические гироскопы могут быть успешно использованы в системах навигации, стабилизации и управления кораблями, подводными лодками, самолетами и космическими аппаратами и могут дополнять, а в ряде случаев заменять сложные и дорогостоящие механические (роторные) гироскопы. Однако широкому применению когерентных оптических гироскопов в системах навигации, управления и стабилизации препятствуют трудности, связанные со стабилизацией параметров гироскопов, на которые влияют изменения температуры, вибрация, взаимная синхронизация (захватывание) встречных лучей и неустойчивость частотной «подставки» при использовании невзаимных элементов.

В периодической литературе, опубликовано много работ по физике лазерных гироскопов. Значительно меньше внимания уделено вопросам их использования в навигационных, геодезических и других системах. Вместе с тем практическое применение лазерных гироскопов в этих системах имеет некоторые принципиальные особенности.

Поэтому при анализе лазерных автономных систем не всегда оказывается возможным использовать опыт создания подобных систем на базе механических гироскопов, точно так же как невозможно непосредственно опираться на опыт построения близких по назначению радиотехнических систем, как это частично может иметь место, например, при разработке оптических линий связи.

Прогресс квантовой оптики, непосредственно связанный с успехами радиоэлектроники, проявляется в эффективном использовании обеими дисциплинами статистических и когерентных свойств электромагнитных колебаний, общем подходе к нелинейным процессам и в использовании универсального математического аппарата.

Квантовая электроника возникла на стыке различных областей физики и много заимствовала из классической и современной физической оптики, спектроскопии, радиометрии, термодинамики и теоретической физики.

Многие понятия, которыми пользуются в квантовой электронике, особенно в области ее практических приложений (связи, локации, стандартов частоты и др.), пришли из радиотехники, СВЧ электроники и субмиллиметровой техники. Поэтому авторы стремились при изложении ряда вопросов квантовой электроники приблизиться к соответствующим курсам теоретической радиотехники и СВЧ электроники.

В таком изложении она может оказаться полезной студентам старших курсов радиотехнических

вузов, радиоинженерам, аспирантам, а также широкому кругу специалистов, занимающихся разработкой и практическим использованием систем управления, навигации, геодезии и др.

В данной книге излагаются физические основы и вопросы теории когерентных оптических гироскопов. В ней рассматриваются амплитудно-частотные характеристики кольцевых ОКГ анализируются процессы затягивания частоты и взаимодействия встречных волн, оценивается влияние амплитудных и фазовых флуктуаций на точностные характеристики когерентных оптических гироскопов и описываются особенности выделения информативного параметра — сигнала биений встречных волн. Существенное внимание уделяется рассмотрению способов повышения чувствительности нового датчика угловой скорости и описанию некоторых элементов конструкции КОКГ. В заключении рассмотрены вопросы практического использования когерентных оптических гироскопов в системах навигации, геодезии и измерительной технике.

Гл. 1, § 2.4, гл. 6—10 написаны Д. П. Лукьяновым; гл. 2, 3 и § 10.1 — А. И. Бакаляром, гл. 4, 5 и § 10.6 — С. И. Бычковым; §§ 10.2 и 10.4 написаны по просьбе авторов А. М. Романовым.

Авторы считают своим приятным долгом выразить искреннюю признательность рецензентам книги проф. В. А. Дьякову, проф. К. И. Крылову, канд. физ.-мат. наук С. С. Скулаченко, канд. техн. наук А. И. Ванюрихину, В. М. Филиппову, а также докт. техн. наук Б. В. Рыбакову, канд. физ.-мат. наук Ю. В. Демиденкову, канд. физ.-мат. наук В. Е. Привалову и Г. П. Гречке за полезные обсуждения отдельных разделов книги.

## Глава 1

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ КОГЕРЕНТНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ГИРОСКОПИИ

### 1.1. Квантовые измерители угловой скорости

Успехи в развитии квантовой электроники привели к созданию нового научного направления, которое можно назвать квантовой гироскопией. В переводе с греческого слово «гироскоп» означает указатель вращения. Поэтому под гироскопом можно понимать любой измеритель, выходной параметр которого зависит от скорости вращения.

С традиционным понятием гироскопа, прибора, реагирующего на вращение, связано, как правило, представление о наличии симметричного тяжелого быстро вращающегося ротора, подвешенного таким образом, чтобы центр его масс совпадал с центром подвеса.

Однако исследования последних лет убедительно показали, что наличие тяжелого вращающегося или колеблющегося тела не обязательно. Оказалось, что в основу действия широкого круга измерителей угловой скорости могут быть положены гироскопические свойства частиц, образующих чувствительный элемент прибора. В качестве таких частиц могут быть использованы атомные ядра, электроны, обладающие спиновыми или орбитальными моментами. Датчик угловой скорости с такими чувствительными элементами оказывается работоспособным, когда механиче-

ские моменты частиц предварительно ориентированы в определенном направлении. Эти приборы получили собирательное название квантовых гироскопов [27, 28].

Информативными параметрами в приборах такого типа могут служить частоты вынужденных когерентных квантовых переходов между энергетическими подуровнями, соответствующими различным возможным значениям проекций механического момента частицы на физически выделенное направление. Если вращение прибора вызывает сдвиг или расщепление энергетических подуровней системы, то, измеряя частоты переходов, можно определить величину и направление угловой скорости.

Среди этих приборов оправданным является интерес к ядерным гироскопам, объясняемый тем, что используемые в них моменты количества движения являются неотъемлемым свойством микрочастиц (протонов, нейтронов), входящих в состав ядер. Благодаря этому удалось упростить технологию изготовления, избавиться от трудностей подвеса и обеспечения питанием основной детали обычных гироскопов — вращающейся механической массы. Механическими и магнитными моментами обладают не только протоны и нейтроны, но и электроны. Однако масса частиц ядра во много раз превышает массу электронов оболочки атома, поэтому ядра являются более массивными «роторами», перспективы использования которых представляются более заманчивыми.

Существующие приборы квантовой гироскопии можно разделить на две группы. Первую из них образуют приборы, ориентирующиеся по силовым линиям магнитного поля, например земного или межпланетного. Ко второй группе можно отнести приборы, ориентирующиеся относительно инерциальной системы координат.

Приборы, отнесенные к первой группе, можно назвать магнитными теодолитами [28]. Они могут

быть использованы в качестве магнитометров, однако для целей навигации они представляют в настоящее время второстепенный интерес [29, 30]. Это связано с тем, что пространственное распределение магнитного поля Земли и околосолнечного пространства изучено еще недостаточно и подвержено случайным возмущениям. Кроме того, основным недостатком приборов первой группы является их зависимость от различных паразитных магнитных полей, защита от которых требует разработки специальных средств. Поэтому естественно возникает стремление использовать в качестве чувствительных элементов такие носители механического момента, которые не обладают магнитными моментами.

Для целей навигации наиболее перспективными являются приборы второй группы, которые можно назвать квантовыми инерциальными гироскопами. Носителями механического момента в таких приборах могут быть когерентные потоки фотонов, фононов или любых других частиц, не обладающих магнитными моментами. Создаваемый ими микроскопический механический момент количества движения может быть образован как спинами этих частиц, так и их орбитальными моментами. Большой интерес представляет использование фотонов, практическое применение которых стало особенно плодотворным с появлением оптических квантовых генераторов — лазеров. В таких приборах носителем информации о скорости вращения относительно инерциального пространства являются электромагнитные волны, параметры которых изменяются в зависимости от величины и направления вращения.

Сущность эффекта, положенного в основу работы лазерных гироскопов, состоит в том, что во вращающейся системе координат время прохождения электромагнитной волны по замкнутому контуру отличается от времени его прохождения по такому же

контур в покоящейся системе координат. Первое сообщение о возможности обнаружения с помощью электромагнитных эффектов абсолютного вращательного движения появилось в начале XX века и принадлежит Майкельсону [31], который предложил метод определения суточного вращения Земли вокруг своей оси. Экспериментальное подтверждение этого метода было выполнено Саньяком в 1913 г. [32]. Им же было высказано мнение о возможности практического использования электромагнитного эффекта для определения скорости вращения корабля вокруг вертикальной оси без всякого внешнего ориентира.

## 1.2. Принципы построения когерентных оптических гироскопов

Строгий анализ явлений в замкнутом контуре, в котором распространяются навстречу друг другу две электромагнитные волны, возможен в рамках теории относительности, однако предварительные соотношения, поясняющие принцип действия таких приборов, могут быть получены и в приближении классической теории. Покажем это на примере анализа замкнутого контура, по периметру которого распространяются во встречных направлениях две электромагнитные волны 1, 2, показанные стрелками на рис. 1.1.

Выделим на контуре произвольный отрезок  $AB$  длиной  $dL$ , ко-

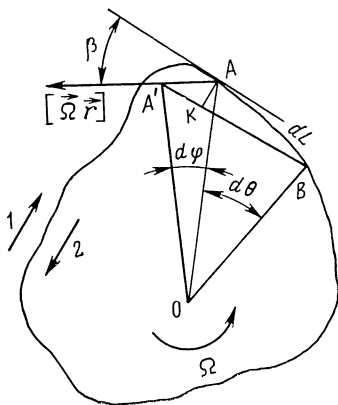


Рис 1.1 Траектория светового луча во вращающемся контуре.



торый виден из точки  $O$  под углом  $d\theta$ . Если контур неподвижен, то время обхода его периметра встречными волнами 1 и 2 оказывается одинаковым и равным  $t=L/c$ . При вращении контура с угловой скоростью  $\vec{\Omega}$  вокруг точки  $O$  кажущееся расстояние между точками  $A$  и  $B$  для встречно бегущих волн изменяется. Действительно, для волны, бегущей из точки  $B$  в точку  $A$  за время  $dt=L/c$  точка  $A$  успевает переместиться на угол

$$d\varphi = \Omega dL/c. \quad (1.1)$$

В результате этого длина отрезка  $BA'$ , как видно из треугольника  $A'AB$ , становится равной

$$BA' = dL + rd\varphi \cos \beta, \quad (1.2)$$

где  $\beta$  — угол между касательной к контуру и направлением тангенциальной скорости  $\Omega r$ .

С другой стороны, из рис. 1.1 можно получить

$$dL = r d\theta / \cos \beta. \quad (1.3)$$

Используя (1.1) и (1.2), находим

$$BA' = r d\theta / \cos \beta + r^2 \Omega d\theta / c. \quad (1.4)$$

Для встречно бегущей волны от  $A$  к  $B$  будет иметь место кажущееся сокращение расстояния, которое по аналогии с (1.4) составит

$$AB' = r d\theta / \cos \beta - r^2 \Omega d\theta / c.$$

Таким образом, на участке  $dL$  встречно бегущие волны приобретают дифференциальную разность хода, величина которой будет

$$BA' - AB' = 2r^2 \Omega d\theta / c.$$

При обходе всего периметра контура дифференциальная разность хода составит

$$\Delta l = \frac{2}{c} \oint r^2 \Omega d\theta = \frac{4\Omega S}{c}. \quad (1.5)$$

где  $S$  — площадь контура.

Изменение длины периметра при вращении замкнутого контура приведет к относительному запаздыванию встречных волн на величину

$$\tau = \Delta l / c = 4\Omega S / c^2. \quad (1.6)$$

Если этот временной сдвиг выразить через разность фаз встречных волн, которая возникает при вращении, то она составит

$$\Delta\varphi = \omega\tau = 4\Omega S\omega / c^2. \quad (1.7)$$

Наконец, если замкнутый контур, изображенный на рис. 1.1, представляет собой резонатор, то изменение его периметра при вращении приведет к изменению частот настройки резонатора для встречных волн. Разность этих частот может быть найдена на основании соотношений (1.5) или (1.6) в виде

$$\Delta\omega = 8\pi S\Omega / \lambda L, \quad (1.8)$$

где  $\lambda$  — средняя длина волны, определяемая как  $\lambda \approx \approx 4\pi c / (\omega_1 + \omega_2)$ . Здесь через  $\omega_1$  и  $\omega_2$  обозначены частоты настройки вращающегося кольцевого резонатора для волн 1 и 2. При этом частота собственных колебаний кольцевого резонатора для волны, распространяющейся по направлению вращения контура, уменьшается, а для встречной волны увеличивается.

В ряде случаев полезным может оказаться описание принципа действия оптического когерентного гироскопа с позиций, близких к механическим гироскопическим системам [28]. Действительно, известно, что электромагнитному излучению, состоящему из квантов (фотонов), можно сопоставить некоторую эквивалентную массу, вращающуюся по периметру замкнутого контура. При этом монохроматическая электромагнитная волна, обтекающая замкнутый контур, обладает орбитальным моментом количества движения, проекция которого на нормаль  $\vec{n}$  к плоскости контура составляет

$$\mathcal{L}_{\vec{n}} = \hbar\omega < R > / c, \quad (1.9)$$

где  $< R > = 2S/L$  — эффективный радиус контура.

Если кольцевой резонатор вращается с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг нормали к плоскости контура, то энергия фотонов встречных волн меняется согласно соотношению

$$\omega_1 = \hbar\omega - \mathcal{L}_{\rightarrow n}\Omega, \quad \hbar\omega_2 = \hbar\omega + \mathcal{L}_{\rightarrow n}\Omega. \quad (1.10)$$

Откуда, учитывая выражение (1.9), можно найти  $\omega_2 - \omega_1 = 4\Omega S\omega/cL$ , что совпадает, если перейти к длине волны  $\lambda = \omega/2\pi c$ , с полученным ранее выражением (1.8).

Таким образом, кольцевой резонатор представляет собой прибор, вращение которого вызывает изменение орбитальных моментов фотонных орбит и частот настройки резонатора. Интересно отметить, что встречным волнам, обходящим замкнутый контур, соответствуют громадные орбитальные моменты фотонов ( $\sim 10^7 \hbar$ ), проекции которых на нормаль к плоскости контура имеют противоположные знаки.

Рассмотрим теперь возможные принципы построения измерителей угловой скорости, которые используют кольцевые резонаторы.

Для измерения скорости вращения с помощью двух встречно бегущих по замкнутому контуру электромагнитных колебаний должна быть установлена определенная функциональная зависимость между вектором угловой скорости и информативными параметрами электромагнитных волн. Вектор угловой скорости  $\vec{\Omega}$  в самом общем случае может быть функционально связан с амплитудой, частотой, фазой или временем распространения каждой электромагнитной волны.

Измерение того или иного параметра поля при известном характере зависимости этого параметра от угловой скорости вращения дает возможность определить величину последней. Поэтому параметр электромагнитного поля, положенный в основу измерения, определяет тип измерительного устройства или системы. Таким образом, датчики угловой скорости с ис-

пользованием кольцевых резонаторов можно разделить на четыре основных типа: временные, фазовые, амплитудные и частотные. Для каждого типа датчика характерны и определенные типы индикаторов: для временных устройств это будут измерители запаздывания (часы), для фазовых устройств — фазометры, для амплитудных — приборы, измеряющие интенсивность сигнала, наконец, для частотных устройств — частотомеры. Следовательно, тип преобразователя информации об угловой скорости легко определить по типу используемого индикатора.

В соответствии с предложенной классификацией рассмотрим различные типы датчиков с использованием кольцевых резонаторов.

**Временные датчики.** Временными датчиками будем называть устройства, основанные на использовании зависимости времени распространения встречно бегущих волн кольцевого резонатора от угловой скорости вращения его вокруг оси чувствительности.

Согласно выражению (1.6) величина относительного запаздывания встречных волн даже при сравнительно высоких скоростях вращения оказывается весьма незначительной. Так, например, при регистрации угловой скорости  $\Omega = 1$  рад/с в контуре площадью  $S = 1$  м<sup>2</sup> время запаздывания встречных волн  $\tau$  составит менее  $10^{-16}$  с. Вполне естественно, что регистрация таких временных интервалов с высокой точностью представляет весьма серьезную проблему. Это обстоятельство не позволяет в настоящее время реализовать достаточно чувствительные временные датчики при реально приемлемых размерах кольцевого резонатора. Поэтому временные методы регистрации с использованием кольцевых резонаторов представляют скорей теоретический, чем практический интерес.

**Фазовые датчики.** Фазовыми датчиками будем называть такие устройства, в которых используется зависимость фаз (или разности фаз) встречных волн

кольцевого резонатора от угловой скорости его вращения.

Анализ выражения (1.7) показывает, что при прочих равных условиях разность фаз встречных волн увеличивается с ростом частоты электромагнитных колебаний. Поэтому переход к оптическим частотам порядка  $10^{14} \dots 10^{16}$  Гц представляется вполне оправданным. Вместе с тем принципы построения фазовых датчиков угловой скорости с использованием кольцевых замкнутых систем являются достаточно общими и могут быть реализованы в других диапазонах волн [145].

Практическое применение фазовых методов регистрации связано с появлением и совершенствованием интерференционных систем, которые использовались еще до появления источников когерентного светового излучения. С развитием квантовых генераторов оптического диапазона, обладающих высокой временной и пространственной когерентностью, появилась возможность достижения высоких точностей измерения разности фаз, которая позволяет реализовать и необходимую точность измерения функционально связанных величин.

**Амплитудные датчики.** К амплитудным датчикам угловой скорости можно отнести устройства, основанные на использовании зависимости напряженности полей или интенсивности встречных волн кольцевого резонатора (или разности их интенсивностей) от угловой скорости вращения его вокруг оси чувствительности.

Возможность построения чувствительных амплитудных датчиков непосредственно не вытекает из рассмотрения собственных волн вращающегося кольцевого резонатора. Однако при возбуждении кольцевого резонатора внешним генератором вынужденные колебания вращающегося кольцевого интерферометра будут испытывать неодинаковое затухание при рас-

стройке кольцевого резонатора, что приведет к изменению интенсивности встречных волн и может быть использовано для измерения угловой скорости вращения.

**Частотные датчики.** Частотными датчиками угловой скорости называют устройства, использующие зависимость частот колебаний встречно бегущих волн от угловой скорости вращения кольцевого резонатора вокруг оси чувствительности. Такого типа датчики являются активными системами. Генерация встречных волн в кольцевом резонаторе достигается компенсацией активных потерь, если ввести в резонатор инверсную усиливающую среду. В кольцевых квантовых генераторах информация об угловой скорости вращения выделяется, как правило, по разности частот встречных волн, величина которой может быть найдена по выражению (1.8).

Здесь, как и в фазовых датчиках, целесообразным является переход к оптическому диапазону волн, где удастся реализовать высокую чувствительность к угловой скорости. Так, кольцевой оптический квантовый генератор, работающий на частоте  $5 \cdot 10^{14}$  Гц и имеющий прямоугольный резонатор периметром  $L=1$  м, обладает чувствительностью  $4 \cdot 10^5$  Гц на каждый радиан в секунду угловой скорости.

Несомненные достоинства частотных методов регистрации угловой скорости обусловили их преобладающее распространение среди других типов датчиков (амплитудных, фазовых и временных), однако исторически первыми были реализованы фазовые методы регистрации угловой скорости, принципы действия которых сводятся к следующему. В замкнутый кольцевой контур вводятся две встречные электромагнитные волны, между которыми измеряется фазовый сдвиг. Зависимость сдвига фаз от угловой скорости вращения описывается выражением (1.7), из которого видно, что для измерения небольших угловых

скоростей необходимо использовать контур достаточно больших размеров. Поэтому в первых экспериментальных исследованиях (в опыте Майкельсона — Геля), где регистрировалось вращение Земли вокруг своей оси, экспериментаторы ввиду малой угловой скорости планеты ( $15^\circ/\text{ч}$ ) вынуждены были образовывать контур значительной площади ( $60 \times 33 \text{ м}^2$ ).

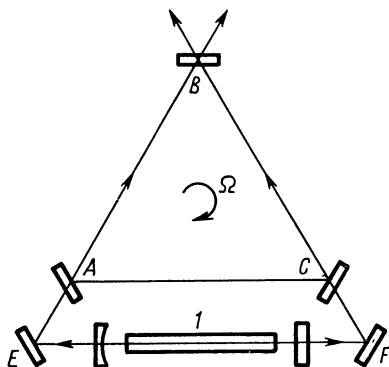


Рис. 1.2. Схема возбуждения колебаний в кольцевом резонаторе от внешнего ОКГ.

При этом на длине волны  $0,57 \text{ мкм}$  эффект вращения Земли вызывал смещение на  $0,23$  ширины интерференционной полосы. Так как в процессе проведения этого эксперимента исследователи использовали весьма низкодобротный контурный резонатор, то накопление фазового сдвига, обязанного селективным свойствам резонатора, практически не происходило.

Можно ожидать, что большей чувствительностью будет обладать фазовый метод регистрации угловой скорости с использованием настроенного кольцевого резонатора. На рис. 1.2 представлен высокодобротный резонатор ABC, в который через зеркала A и C вводятся два встречных потока от источника когерентного излучения 1.

Лучи, выходящие через одно из зеркал, например зеркало B, поступают на фазометрическую систему, где измеряется сдвиг фаз встречных лучей, пропорциональный угловой скорости вращения  $\Omega$ .

Пусть резонатор возбуждается от внешнего генератора 1 на частоте  $\omega$ , равной частоте настройки не-

подвижного контура, когда согласно соотношению (1.10)  $\omega_2 = \omega_1 = \omega$ .

При вращении резонатора его частоты настройки для встречных волн расщепляются и резонатор для волн, вводимых от генератора 1, оказывается расстроенным. При этом встречные волны приобретают дополнительные фазовые сдвиги  $\varphi_1 = \arctg \xi_1$  и  $\varphi_2 = \arctg \xi_2$ , где  $\xi_{1,2} = \pm Q\Delta\omega/\omega$  — обобщенная расстройка,  $Q$  — добротность резонатора.

Величина дифференциального фазового сдвига, приобретаемого встречными волнами вращающегося резонатора, составит  $\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \arctg(Q\Delta\omega/\omega)$ , или, принимая при малых угловых скоростях  $Q\Delta\omega/\omega \ll 1$  и используя выражение (1.8), окончательно получаем

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 8\Omega S Q / Lc. \quad (1.11)$$

Сопоставление соотношений (1.7) и (1.11) показывает, что использование высокодобротного резонатора позволяет при прочих равных условиях добиться большей чувствительности, повышение которой можно объяснить накоплением фазового сдвига при многократном обходе контура каждой из встречных волн. Нетрудно показать, что эффективное накопление фазового сдвига во вращающемся резонаторе происходит, если выполняется условие  $Q > \pi L/\lambda$ , которое легко достигается в резонаторе с общей суммой потерь около 2...3%.

**Амплитудный датчик угловой скорости.** В этом методе схема введения лучей в кольцевой контур может быть такой же, как и для фазового способа регистрации угловой скорости (рис. 1.2), однако выходящие из кольца лучи теперь должны поступать не на фазометрическую систему, а на два отдельных фотодетектора, регистрирующих интенсивность встречных волн. Если в неподвижной системе координат кольцевой резонатор был настроен на частоту внешнего генератора  $\omega$ , то при его вращении частоты на-



стройки контура для встречно бегущих волн смещаются и резонатор оказывается расстроенным.

При вращении контура интенсивности встречно бегущих волн составят

$$I_1 = I_0 / (1 + \xi_1^2), \quad I_2 = I_0 / (1 + \xi_2^2),$$

где  $I_0$  — интенсивность волн в неподвижном резонаторе.

Из этих соотношений, принимая  $|\xi_1| = |\xi_2| = \xi$ , определяем

$$I_1/I_0 = I_2/I_0 = 1/(1 + \xi^2).$$

Так как обычно  $\xi \ll 1$ , то чувствительность метода к угловым скоростям оказывается низкой.

Для увеличения чувствительности целесообразно каким-то образом вводить начальную расстройку  $\xi_0$ , т. е. с помощью специальных устройств изменить частоту настройки кольцевого контура для левого и правого лучей в неподвижной системе. Можно показать, что оптимальные условия достигаются при начальной расстройке  $\xi_0 = 1$ . В этом случае получим

$$I_1/I_0|_{\xi_0=1} = I_2/I_0|_{\xi_0=1} = 0,5(1 - \xi_{1,2}).$$

Выражая, как и ранее, обобщенную расстройку  $\xi_{1,2}$  через параметры кольцевого резонатора и угловую скорость вращения, можно записать выражение для интенсивностей встречных волн в виде

$$I_1 = 0,5I_0(1 - 8\Omega SQ/Lc),$$

$$I_2 = 0,5I_0(1 + 8\Omega SQ/Lc).$$

Тогда разность интенсивностей составит

$$\Delta I = I_2 - I_1 = I_0(8\Omega SQ/Lc). \quad (1.12)$$

К достоинствам амплитудного метода следует отнести удобство регистрации по относительному изменению интенсивности встречных волн, при котором

отпадают трудности получения интерференционной картины. Вместе с тем определенным затруднением следует считать необходимость введения значительной начальной расстройки для достижения достаточной чувствительности.

Следует отметить, что амплитудный и фазовый датчики угловой скорости предполагают использование внешнего генератора, возбуждающего встречные волны в кольцевом резонаторе, как это показано на рис. 1.2. Наличие внешнего резонатора, образованного зеркалами  $ABC$  и связанного с генератором  $I$  через зеркала  $A$  и  $C$ , может привести к нежелательной реакции кольцевого резонатора на генератор.

Для уменьшения этой реакции должны быть приняты специальные меры, к числу которых можно отнести:

- использование оптических циркуляторов, обладающих малым затуханием для волн, выходящих из генератора  $I$ , и большим для волн, выходящих из резонатора  $ABC$ ,

- возбуждение кольцевого резонатора на частотах, отличных от частоты генератора  $I$ , что может быть достигнуто использованием внешних частотно-сдвигающих устройств. В последнем случае одновременно может быть достигнута начальная расстройка, необходимая для работы амплитудного датчика угловой скорости.

Рассмотрим принципы построения оптических циркуляторов и устройств сдвига частоты излучения возбуждающего генератора.

Оптические циркуляторы могут быть построены на основе использования различных физических эффектов. Как правило, используются элементы, обладающие невзаимными свойствами, т. е. свойствами, зависящими от направления распространения электромагнитных волн. Наибольшее практическое распространение получили невзаимные устройства,

использующие явление двойного кругового лучепреломления в магнитном поле — эффект Фарадея [33]. Этот эффект, более подробно описанный в гл. 7, проявляется в средах, размещенных в аксиальных магнитных полях. При этом для волн с левополяризованной и правополяризованной поляризациями намагниченная среда обладает различными значениями коэффициента преломления. Это свойство намагниченной среды является не взаимным, в результате чего значение показателя преломления определяется только направлением подмагничивающего поля и поляризацией излучения.

Для волн с линейной поляризацией намагниченность среды приводит к вращению плоскости поляризации на угол

$$\theta = R H l,$$

где  $R$  — постоянная Верде, характеризующая удельное вращение плоскости поляризации данной средой в магнитном поле;  $H$  — напряженность магнитного поля;  $l$  — длина намагниченного образца.

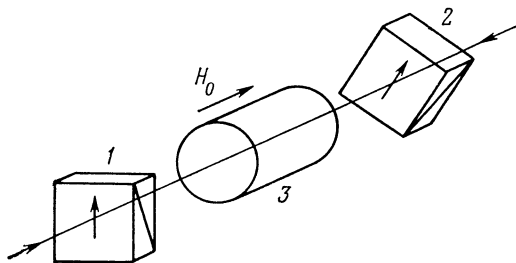


Рис. 1.3. Схема оптического циркулятора.

Схема оптического циркулятора, использующего эффект Фарадея, приведена на рис. 1.3. Такая система обладает различными потерями для встречных волн. Действительно, представим себе, что поляризаторы 1 и 2, пропускающие без ослабления колебания, поляризованные только в одной определенной плоскости, скрещены под углом  $45^\circ$ . Если магнитооптический элемент 3, поме-

щенный в магнитное поле, вращает плоскость поляризации в направлении поляроида 2 на величину  $45^\circ$ , то луч пройдет слева направо без ослабления. Для луча, прошедшего поляроид 2 справа налево, магнитооптическое вращение плоскости поляризации также составит  $45^\circ$  в ту же сторону, что и для луча, идущего навстречу. Однако относительно поляроида 1 луч, идущий справа налево, окажется повернутым на  $90^\circ$  и пройти через поляроид 1 не сможет. Таким образом, система становится невзаимной, пропускающая поток света слева направо и значительно ослабляя его в обратном направлении.

Используя подобный принцип построения циркуляторов, были получены системы с потерями около 1 дБ и развязкой более 40 дБ. Величина потерь в 1 дБ складывается в основном из поглощения в стекле и потерь, возникающих при многократных отражениях, которые применяются в реальных конструкциях для увеличения пути, а также потерь в поляроидах [34].

Оптические характеристики некоторых материалов, которые могут быть использованы в качестве вращателей плоскости поляризации, приведены в табл. 1.1 [35].

Таблица 1. 1

Материал		В (мин/см·Гс) $\lambda=0,63$ мкм	Затухание на 1 см, %
Кристаллы	ZnS	0,176	Высокое 20
	CdS	0,33	
Стекла	SFS-1	0,83	2
	SFS-6	0,074	1
	SFS-6FA	0,053	1
	Тяжелый флинт	0,1	—

Оптические циркуляторы, размещаемые между автогенератором и кольцевым резонатором, уменьшают их взаимную связь и позволяют улучшить характеристики амплитудных и фазовых датчиков угловой скорости.

В ряде случаев одновременно с развязкой генератора и резонатора возникает необходимость возбуждения кольцевого резонатора на различных по частоте встречных волнах. Такая задача может возникнуть при использовании амплитудных методов регистрации угловой скорости, для повышения чувствительности которых необходимо вводить начальную расстройку резонатора для встречных волн. Требуемая расстройка может быть достигнута

либо введением в резонатор фиксированного фазового сдвига, как это делается для кольцевых оптических квантовых генераторов (см гл. 7), либо путем фиксированной расстройки частоты внешнего генератора относительно собственных частот резонатора. Последний способ представляется более перспективным, когда необходимы сравнительно большие начальные расстройки, при использовании, например, амплитудных методов регистрации угловой скорости.

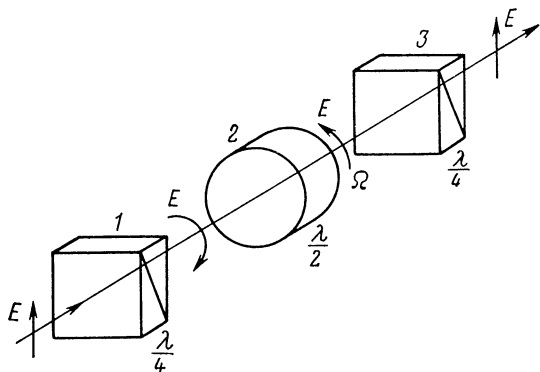


Рис. 1 4. Схема частотно-сдвигающего устройства

Возбуждение в кольцевом резонаторе различных по частоте встречно бегущих волн может быть достигнуто использованием двух автономных генераторов, однако поддержание фиксированной расстройки между ними в оптическом диапазоне волн может оказаться затруднительным. В этом случае могут представить интерес специальные устройства сдвига частоты, позволяющие осуществить высокостабильный сдвиг частоты проходящего через них излучения [36—41].

Рассмотрим поведение электрооптической среды определенного класса симметрии, например кубических кристаллов, во вращающемся электрическом поле. Если через такую среду пропускать световую волну, поляризованную по кругу, то при некоторых условиях колебание на выходе оказывается смещенным по частоте на величину, пропорциональную скорости вращения электрического поля.

На рис. 1.4 показана эквивалентная схема устройства сдвига частоты, которое состоит из трех секций. Четвертьволновая сек-

ция 1 преобразует линейно поляризованное колебание в колебание, поляризованное по кругу. Секция 2 содержит электрооптическую среду, помещенную во вращающееся электрическое поле такой величины, при котором между обыкновенным и необыкновенным лучами создается сдвиг по фазе  $180^\circ$ . Такой сдвиг по фазе не изменяет характера поляризации на выходе секции 2 (поляризация остается круговой), но направление вращения меняется на обратное.

Вращающееся с частотой  $\Omega$  электрическое поле в этом случае приводит к вращению индикатрисы показателей преломления электрооптической среды, что эквивалентно механическому вращению секции 2.

Если поместить наблюдателя на входе 2 и вращать его вместе с секцией против часовой стрелки, то он будет наблюдать  $v+n$  оборотов вектора электрического поля  $E$  по часовой стрелке в секунду ( $n=\Omega/2\pi$ ). Благодаря действию полуволновой пластины 2 наблюдатель на выходе секции 2 будет фиксировать  $v+n$  оборотов вектора  $E$  по часовой стрелке. Поскольку секция 2 вращается относительно секции 3, то вектор  $E$ , наблюдаемый со стороны секции 3, совершает  $v+2n$  оборотов в секунду и на выходе наблюдается волна с частотой  $v+\Omega/\pi$ .

Полезно заметить, что стабильность частотного сдвига целиком определяется стабильностью частоты управляющего напряжения, которая может быть сделана весьма высокой.

В качестве электрооптической среды может быть использован кристалл кубического класса симметрии, например  $ZnS$  или нитробензол, вращающееся электрическое поле, в котором создается с помощью квадратурного конденсатора (рис. 1.5). Детальный анализ работы такого устройства можно найти в работах [36—41]. Использование устройства сдвига частоты позволяет легко обеспечить необходимую величину расстройки встречных волн в кольцевом резонаторе, если на выходе автогенератора 1 разместить частотно-сдвигающее устройство 2, как это показано на рис. 1.6. При этом одновременно достигается развязка резонатора  $ABC$  и генератора 1, так как возвращающиеся в генератор через зеркала  $A$  и  $C$  волны оказываются сдвинутыми относительно частоты настройки генератора.

Естественно, что использование устройства сдвига частоты оставляет открытым вопрос о стабилизации излучения внешнего лазера относительно центральной частоты настройки кольцевого резонатора.

Рассмотренные выше датчики угловой скорости с пассивными контурными резонаторами для своей работы требуют внешнего источника оптического излучения и ряда вспомогательных элементов. При

этом стремление реализовать высокодобротный контурный резонатор приводит к необходимости использовать интерферометр с зеркалами, обладающими значениями коэффициента отражения, близкими к единице. В этом случае затрудняется введение энергии от внешнего источника в высокодобротный кольцевой резонатор. Эти противоречия в значительной степени удается разрешить в активных системах, ка-

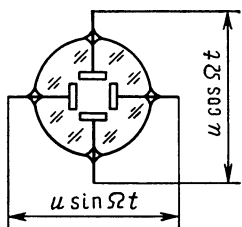


Рис. 1.5. Конструкция частотно-сдвигающего устройства.

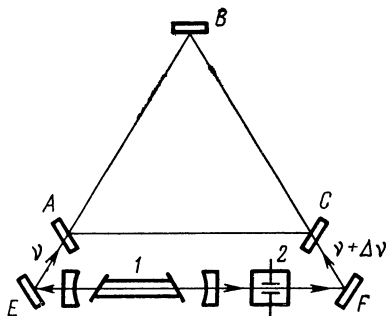


Рис. 1.6. Схема возбуждения встречных волн кольцевого резонатора на различных частотах.

кими являются *частотные датчики угловой скорости*, информативным параметром которых являются либо сами частоты колебаний встречных волн, либо разность их частот, регистрируемая на выходе автогенератора с кольцевым резонатором. Такой датчик получил название *лазерного гироскопа*, или *лазерного гиromетра*.

Простейший лазерный гироскоп представляет собой кольцевой резонатор, частично или полностью заполненный активной средой 1 и 2, возбуждаемой, например, высокочастотным разрядом, как это показано на рис. 1.7. В замкнутом контуре кольцевого

оптического квантового генератора (КОКГ) возбуждаются встречные волны, частоты которых в первом приближении определяются соотношением (1.8).

Часть энергии встречных волн выводится из резонатора КОКГ через одно из зеркал и поступает на схему измерения разности частот. Чрезвычайно высокая монохроматичность когерентного оптического излучения, реализуемая в кольцевых оптических квантовых генераторах, позволяет создать весьма чувствительный датчик угловой скорости и существенно уменьшить его размеры.

Неоспоримые преимущества частотного способа регистрации угловой скорости определили повышенный интерес исследователей и разработчиков именно к лазерным гиromетрам.

Однако практическая реализация высоких потенциальных возможностей частотного датчика угловой скорости требует решения ряда научных, инженерных и технологических проблем. Некоторые из них рассматриваются в следующих главах книги, а изложение материала этой главы целесообразно закончить оценкой потенциальной точности регистрации угловой скорости различными измерителями.

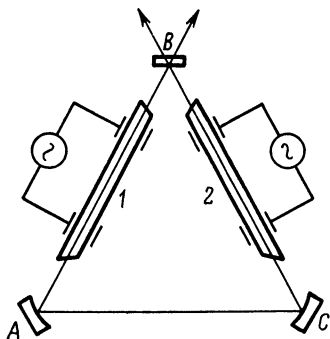


Рис. 1.7 Схема ОКГ с кольцевым резонатором.

### 1.3. Потенциальная точность когерентных оптических гироскопов

Определение угловой скорости с помощью рассмотренных выше амплитудных, фазовых или частотных методов сводится к измерению величины соответ-



ствующих информативных параметров сигнала. Это измерение осуществляется в условиях, когда на полезный сигнал накладываются флуктуационные помехи, например шумы фотоприемника, и регистрируется не «чистый» сигнал, а аддитивная смесь  $y(t)$  сигнала  $s(t)$  и шума  $n(t)$ :  $y(t) = s(t) + n(t)$ .

В этом случае в течение конечного времени измерений оказывается невозможным точное измерение параметров сигнала, поэтому можно поставить задачу определения некоторой величины  $\alpha^*$ , являющейся функцией принятого сигнала и наилучшим образом (с точки зрения выбранного критерия) согласующейся с действительным значением измеряемого параметра  $\alpha$ . Функция  $\alpha^* = f(y)$  называется оценкой параметра  $\alpha$ , а процедура получения оценки носит название *обработки сигнала* [42—48].

На основании теории потенциальной помехоустойчивости [224—226] могут быть получены оценки различных параметров сигнала для определенных его моделей. Наибольший практический интерес представляют следующие модели сигналов:

1. Сигнал, о котором известно все, за исключением величины одного информативного параметра. В качестве неизвестного информативного параметра могут выступать амплитуда, временной сдвиг, фаза или частота световой волны, используемой в датчике угловой скорости. Остальные параметры сигнала, которые в данном датчике не используются, считаются известными, не несущими полезной информации.

2. Сигнал с одним неизвестным информативным параметром и, в общем случае, с несколькими неизвестными неинформативными параметрами. Так, в частотном датчике угловой скорости неинформативными неизвестными параметрами могут быть амплитуда и начальная фаза сигнала.

В лазерной гироскопии, как правило, приходится иметь дело с сигналами достаточной интенсивности,

энергия которых  $\mathcal{E}$  значительно превышает спектральную плотность помех:  $\mathcal{E} \gg N_0$ .

При этом можно показать [42—48], что точность оценки информативного параметра сигнала  $\alpha$  определяется дисперсией

$$\sigma_\alpha = N_0/2 |z''(\alpha)|, \quad (1.13)$$

где  $z''(\alpha)$  — вторая производная взаимокорреляционной функции сигнала  $s$  и принятой смеси сигнала и шума  $y$ .

Не рассматривая процедуру вычисления автокорреляционной функции  $z(\alpha)$ , приведем дисперсии оценки амплитуды, фазы и частоты сигнала, полученные на основании соотношения (1.13)

$$\sigma_A^2 = 1/q_0, \quad (1.14)$$

$$\sigma_\varphi^2 = 1/q, \quad (1.15)$$

$$\sigma_\omega^2 = 3/T^2 q, \quad (1.16)$$

где  $q_0 = 2\mathcal{E}_0/N_0$ ,  $\mathcal{E}_0$  — энергия сигнала единичной амплитуды,  $q = 2\mathcal{E}/N_0$ .

Рассмотренные выше оценки справедливы, когда все параметры сигнала, кроме информативного, известны. В реальных условиях число неизвестных параметров может быть больше одного. Такая ситуация складывается, например, при измерении разностной частоты на выходе КОКГ, когда начальная фаза сигнала является величиной случайной. При этом можно показать [42—47], что в результате потери информации о фазе сигнала ширина корреляционной функции уменьшается и дисперсия определения информативного параметра увеличивается. В этом случае для оценки частоты получим

$$\sigma_\omega^2 = 12/T^2 q. \quad (1.17)$$

Сравнение этого выражения с соотношением (1.16), полученным в предположении неизменного значения неинформативных параметров, показывает, что дисперсия увеличилась в четыре раза.

При наличии сведений о точности оценки параметров сигнала можно найти величину среднеквадратической ошибки определения угловой скорости при использовании рассмотренных ранее амплитудных, фазовых и частотных измерений.

Для амплитудного метода измерения угловой скорости с использованием кольцевого резонатора на основании выражения (1.12) можно записать

$$\sigma_{\Omega I} = Lc\sigma_A^2/8SQI_0.$$

Подставляя сюда соотношение (1.14), легко получить потенциальную точность измерения угловой скорости амплитудным методом

$$\sigma_{\Omega I} = Lc/8SI_0q_0. \quad (1.18)$$

Аналогично получим оценку потенциальной точности фазового и частотного способов соответственно в виде

$$\sigma_{\Omega \varphi} = Lc/8SQ\sqrt{q}, \quad (1.19)$$

$$\sigma_{\Omega \omega} = \lambda L\sqrt{3}/4\pi ST\sqrt{q}. \quad (1.20)$$

Так как в дальнейшем мы будем интересоваться в основном частотным датчиком угловой скорости, то в обозначении среднеквадратической ошибки частотного измерителя опустим один из индексов  $\omega$  и будем писать  $\sigma_{\Omega}$ .

При оценке потенциальной точности различных измерителей угловой скорости предполагалось наличие гармонического сигнала, один или несколько параметров которого являются информативными, несущими сведения об угловой скорости вращения.

В реальных условиях, например, в частотных датчиках угловой скорости для формирования такого сигнала в ряде случаев приходится прибегать к операции нелинейного преобразования над встречно бегущими волнами, в результате которой можно выделить на выходе КОКГ сигнала разностной частоты  $\omega_1 - \omega_2$ . При этом помимо выделения сигнала биений такое нелинейное преобразование приводит и к соответствующей трансформации спектра помехи.

Кроме того, следует учитывать, что при работе с конкретными генераторами приходится иметь дело не с идеальными сигналами, ширина спектральных линий которых бесконечно мала, а с квазигармоническими колебаниями, имеющими конечную ширину спектральных линий. При этом оценка потенциальной точности КОКГ должна быть выполнена с иных позиций, учитывающих операцию нелинейного преобразования сигналов со спектральными линиями конечной ширины.

Методика оценки потенциальной точности кольцевых лазеров с учетом амплитудных и фазовых флуктуаций приведена в гл. 5.

## Глава 2

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОГЕРЕНТНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ГИРОСКОПИИ

#### 2.1. Метрика вращающейся системы отсчета

Важнейшим понятием современной физики является понятие системы отсчета.

Под *системой отсчета* понимается пространственно-временное многообразие, связанное с какой-либо совокупностью материальных тел (с вагоном, в котором мы едем, с Землей, Луной, Солнцем и т. п.). Для ее

определения обычно задаются какой-либо системой пространственных координат, в каждой точке которой определен ход часов. (Мысленно это можно представить себе, что в каждой точке пространства располагаются идеальные, абсолютно идентичные часы.)

Следует подчеркнуть принципиальное различие между понятиями система отсчета и система координат. Первое имеет глубокий физический смысл, а второе, как правило, — чисто математическая абстракция. Так, например, вращающаяся система отсчета может быть задана бесконечным множеством координатных систем, отличающихся друг от друга по крайней мере направлением осей.

Геометрические свойства пространственно-временного многообразия в данной системе отсчета определяются его *метрикой*, т. е. способом определения расстояния между двумя какими-либо точками в нем.

Как известно из классического анализа, расстояние между двумя бесконечно близкими точками ( $ds$ ) в произвольной системе координат может быть представлено в виде квадратичной формы

$$ds^2 = g_{11}dx^2 + 2g_{12}dxdy + 2g_{13}dxdz + \\ + g_{22}dy^2 + 2g_{23}dydz + g_{33}dz^2, \quad (2.1)$$

где функции  $g_{11}$ ,  $g_{12}$ ,  $g_{13}$ ,  $g_{22}$ ,  $g_{23}$ ,  $g_{33}$  зависят в общем случае от выбора системы координат. В силу большого значения, которое они имеют в теории относительности, им было дано специальное название метрического (или фундаментального) тензора.

Легко видеть, что в прямоугольной (декартовой) системе координат компоненты метрического тензора имеют значения

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1, \quad g_{12} = g_{13} = g_{23} = 0. \quad (2.2)$$

В цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  выражение для квадрата длины  $(ds^2)$  будет иметь вид

$$ds^2 = dr^2 + dz^2 + r^2 d\varphi^2. \quad (2.3)$$

Отсюда находим

$$g_{11} = g_{33} = 1, \quad g_{22} = r^2 \equiv x^2 + y^2 + z^2, \quad g_{12} = g_{13} = g_{23} = 0. \quad (2.4)$$

При этом величина  $ds^2$  при переходе от одной системы координат к другой не изменяется, т. е. не зависит от выбора системы координат. Такие величины называются *инвариантами*.

В четырехмерном пространстве-времени в качестве элемента длины принимают расстояние (интервал) между событиями, происходящими в двух бесконечно близких точках, и постулируется его инвариантность. При этом под *событием* понимают некоторое физическое явление (например, испускание кванта света), характеризующееся тремя пространственными координатами (т. е. местом, где оно происходит) и временной координатой (т. е. моментом, когда оно происходит).

Выражение для интервала записывает по аналогии с выражением (2.1) в виде

$$ds^2 = -g_{ik} dx^i dx^k, \quad i, k = 0, 1, 2, 3, \quad (2.5)$$

где  $g_{ik}$  — ковариантные компоненты метрического тензора,  $dx^i$  — дифференциалы соответствующих координат

$$dx^0 = cdt, \quad dx^1 = x, \quad dx^2 = y, \quad dx^3 = z. \quad (2.6)$$

В выражении (2.5) суммирование производится по повторяющимся индексам. Знак «минус» в правой части уравнения (2.5) введен для того, чтобы  $ds^2 \geq 0$ .

В инерциальной системе отсчета при использовании декартовой системы координат компоненты тензо-

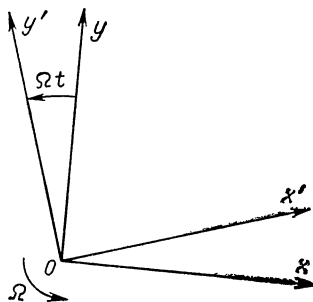


Рис. 2.1. Связь систем координат.

ра  $g_{ik}$  имеют следующие значения:

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Подставляя значения  $g_{ik}$  в формулу (2.5), найдем выражение для квадрата интервала [51]

$$ds^2 = + (cdt)^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (2.8)$$

Рассмотрим вращающуюся систему координат  $xyz$ , вектор угловой скорости которой  $\vec{\Omega}$  совпадает с осью  $Oz$  (рис. 2.1). Запишем уравнения, связывающие вращающуюся систему координат  $x'y'z'$  с некоторой исходной неподвижной системой  $xyz$ <sup>1</sup>,

$$\left. \begin{aligned} x &= x' \cos \Omega t' - y' \sin \Omega t' \\ y &= x' \sin \Omega t' + y' \cos \Omega t' \\ z &= z', \quad x^0 = x^{0'} = ct'. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Выражая дифференциалы координат неподвижной системы через дифференциалы координат вращающейся системы и подставляя в (2.8) их значения, получаем

$$ds^2 = \left[ 1 - \frac{\Omega^2 (x^2 + y^2)}{c^2} \right] (cdt)^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) + 2 \frac{\Omega}{c} y dx (cdt) - 2 \frac{\Omega}{c} x dy (cdt). \quad (2.10)$$

Здесь для упрощения записи штрихи опущены. Теперь, сравнив с выражением (2.5), легко найдем значение

<sup>1</sup> Здесь используется ньютоновское приближение [52], которого вполне достаточно для решения поставленных в книге задач.

ковариантных компонент метрического тензора  $g_{ik}$ :

$$g_{ik} = \begin{vmatrix} -\left[1 - \frac{\Omega^2 (x^2 + y^2)}{c^2}\right] & -\frac{\Omega y}{c} & \frac{\Omega x}{c} & 0 \\ -\frac{\Omega y}{c} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\Omega x}{c} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.11)$$

При решении уравнений электродинамики потребуются также контравариантные компоненты метрического тензора, которые могут быть определены, исходя из его основного свойства:

$$g_{ik}g^{kl} = \delta^l_i, \quad (2.12)$$

где

$$\delta^l_i = \begin{cases} 1 & \text{при } l = i, \\ 0 & \text{при } l \neq i. \end{cases} \quad (2.13)$$

Выражение (2.12) представляет собой систему из 16 уравнений с отличным от нуля детерминантом. Решая эти уравнения относительно  $g_{kl}$ , получаем

$$g^{kl} = \begin{vmatrix} -1 & -\frac{\Omega y}{c} & \frac{\Omega x}{c} & 0 \\ -\frac{\Omega y}{c} & 1 - \frac{\Omega^2 y^2}{c^2} & \frac{\Omega^2 xy}{c^2} & 0 \\ \frac{\Omega x}{c} & \frac{\Omega^2 xy}{c^2} & 1 - \frac{\Omega^2 x^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (2.14)$$

Из выражений для компонент метрического тензора (2.11) и (2.14) следует, что во вращающейся системе отсчета пространственно-временное многообра-



ние не является эвклидовым. Поэтому для анализа электромагнитных явлений в нем необходимо использовать тензорную форму уравнений Максвелла, которая не зависит от выбора системы отсчета.

## 2.2. Уравнения электродинамики во вращающейся системе отсчета

Перейдем к рассмотрению явлений электродинамики во вращающейся системе отсчета. Для этого воспользуемся тензорной формой уравнений Максвелла

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} = 0, \quad (2.15)$$

$$F^{ik}; \quad i = \mu_0 (J_a^k + J_p^k), \quad (2.16)$$

где  $F_{ik}$  и  $F^{ik}$  — ковариантный и контравариантный тензоры электромагнитного поля соответственно. Тензор  $F_{ik}$  имеет компоненты

$$F_{ik} = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{c} E_x & \frac{1}{c} E_y & \frac{1}{c} E_z \\ -\frac{1}{c} E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -\frac{1}{c} E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -\frac{1}{c} E_z & -B_y & B_x & 0 \end{vmatrix},$$

где  $E_x, E_y, E_z$  — составляющие вектора напряженности электрического поля;  $B_x, B_y, B_z$  — составляющие вектора магнитной индукции.

Переход от ковариантных к контравариантным тензорам электромагнитного поля осуществляется по формулам

$$F^{ik} = g^{kl} g^{ji} F_{lj}, \quad F_{ik} = g_{lk} g_{ij} F^{lj}. \quad (2.17)$$

Компоненты метрического тензора  $g_{ij}$ ,  $g_{lk}$  и  $g^{lk}$ ,  $g^{ji}$  определяются соответственно выражениями (2.11) и (2.14).  $J^k_a$  есть контравариантный 4-вектор плотности тока проводимости

$$J^k_a = \begin{pmatrix} c\rho \\ J^x_a \\ J^y_a \\ J^z_a \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

где  $\rho$  — плотность электрического заряда;  $J^k_p$  — 4-вектор плотности поляризационного тока, определяемый соотношением [54, 57]

$$J^k_p = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^j} (\sqrt{-g} M^{kj}). \quad (2.19)$$

Здесь  $M^{kj}$  — тензор электрической и магнитной поляризации среды, компоненты которого равны

$$M^{kj} = \begin{vmatrix} 0 & -cP_x & -cP_y & -cP_z \\ cP_x & 0 & M_z & -M_y \\ cP_y & -M_z & 0 & M_x \\ cP_z & M_y & -M_x & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.20)$$

где  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$  — проекции вектора электрической поляризации среды;  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  — проекции вектора магнитной поляризации среды;  $g$  — детерминант метрического тензора

$$g \equiv \det g_{ik} = \det g^{ik}. \quad (2.21)$$

Введем 4-вектор — потенциал электрического поля  $(\varphi_i)$  с компонентами, равными

$$\varphi_0 = \frac{\varphi}{c}, \quad \varphi_1 = A_x, \quad \varphi_2 = A_y, \quad \varphi_3 = A_z, \quad (2.22)$$

где  $\varphi$  — скалярный потенциал;  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$  — компоненты трехмерного вектор-потенциала электрического поля  $\vec{A}$ .

4-вектор  $\varphi_i$  связан с тензором электромагнитного поля соотношением [58]

$$F_{ik} = \varphi_{k;i} - \varphi_{i;k}. \quad (2.23)$$

Найдем дифференциальные уравнения для 4-потенциалов электромагнитного поля. Для этого в выражении (2.23) необходимо перейти от ковариантных к контравариантным компонентам тензоров электромагнитного поля (2.17) и полученное выражение для  $F^{ik}$  подставить в уравнение (2.15), после чего будем иметь

$$\varphi^{k;i}_{;i} - \varphi^{i;k}_{;i} = \mu_0 J^k_{\Sigma}, \quad (2.24)$$

$$\text{где } J^k_{\Sigma} = J^k_a + J^k_p. \quad (2.25)$$

Преобразуем далее выражение (2.24). С этой целью следует опустить индекс « $k$ » в левой и правой частях уравнения (2.24) и изменить порядок дифференцирования во втором члене его правой части. Используя калибровочные условия Лоренца, которые в тензорной форме имеют вид [54]

$$\varphi^i_{;i} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{-g} g^{ih} \varphi_h) = 0, \quad (2.26)$$

получаем

$$\square \varphi_k + R_{ks} \varphi^s + \mu_0 J_{\Sigma k} = 0, \quad (2.27)$$

где оператор  $\square$  — обобщенный оператор Даламбера, определяемый соотношением

$$\square \varphi_k \equiv \varphi^{i;k}_{;i}, \quad (2.28)$$

$R_{ks}$  — тензор Риччи, равный

$$R_{ks} = \frac{\partial \Gamma^i_{hl}}{\partial x^s} - \frac{\partial \Gamma^i_{hs}}{\partial x^l} + \Gamma^l_{pk} \Gamma^p_{sl} - \Gamma^l_{pl} \Gamma^p_{sk}, \quad (2.29)$$

где  $\Gamma_{ks}^l$  — символы Кристоффеля, связанные с компонентами метрического тензора (2.11) и (2.14) соотношением

$$\Gamma_{ks}^l = \frac{1}{2} g^{lm} \left( \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^s} + \frac{\partial g_{ms}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{ks}}{\partial x^m} \right). \quad (2.30)$$

Полученные уравнения для потенциалов электромагнитного поля (2.26) и (2.27) эквивалентны системе уравнений Максвелла (2.15) и (2.16) и могут быть использованы для дальнейшего анализа электромагнитного поля во вращающемся кольцевом резонаторе. С их помощью вычисления могут быть значительно упрощены, если пренебречь членами порядка  $(\Omega r/c)^2$ . Для этого представим оператор Даламбера (2.28) в явном виде

$$\varphi_{i;k}^{;k} = \partial/\partial x^i \left( g^{im} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^m} \right) - \frac{\partial}{\partial x^i} (g^{im} \Gamma_{km}^p \varphi_p). \quad (2.31)$$

Непосредственным вычислением по формуле (2.31) с учетом (2.11) и (2.14) можно показать, что выражение коэффициентов  $\Gamma_{ks}^l$  могут быть представлены в виде<sup>1</sup>

$$\Gamma_{ks}^l \sim \sum_p \frac{\Omega^p r^{p-1}}{c^p}, \quad 1 \leq p \leq 4. \quad (2.32)$$

Подставляя выражение (2.32) в формулу (2.29), находим

$$R_{ks} \leq \Omega^2/c^2. \quad (2.33)$$

В силу соотношения (2.32) вторым членом в правой части уравнения (2.31) также можно пренебречь (так как он по крайней мере в  $\Omega/c$  раз меньше первого).

---

<sup>1</sup> Выражение (2.32) может быть обосновано с помощью следующих простых рассуждений. В правую часть уравнения (2.31) входят производные от компонент метрического тензора. Из выражения (2.11) находим, что  $\partial g_{ik}/\partial x^m \leq \Omega/c$ . Поскольку  $g^{rs} \leq 1$ , то их произведение  $g^{rs} \partial g^{ih}/\partial x^m \leq \Omega/c$ .

С учетом сказанного уравнение (2.27) может быть представлено в виде

$$\frac{\partial}{\partial x^i} \left( g^{im} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x^m} \right) + \mu_0 J_{\Sigma k} = 0. \quad (2.34)$$

Определим далее величину детерминанта метрического тензора. Непосредственные вычисления согласно (2.11) и (2.14) дают

$$g = \det |g_{ik}| = \det |g^{ik}| = -1. \quad (2.35)$$

Подставляя значение  $g$  в уравнение (2.26), получаем

$$\varphi^i_{;i} = \frac{\partial}{\partial x^i} (g^{ik} \varphi_k) = 0. \quad (2.36)$$

Для более детального анализа параметров электромагнитного поля во вращающемся кольцевом резонаторе целесообразно перейти от тензорной формы записи уравнений (2.34) и (2.36) к векторной. Для этого, подставляя значения компонент метрического тензора (2.11) и (2.14) в (2.34) и опуская члены порядка  $(\Omega r/c)^2$ , получаем

$$\begin{aligned} \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \frac{2}{c} ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \\ = -\mu_0 \left( \vec{J}_a + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \text{rot } \vec{M} \right), \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{2}{c} ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \text{grad } \frac{\partial \varphi}{\partial t}) = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho - \text{div } \vec{P}), \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \left\{ ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \text{grad } \varphi) + \right. \\ \left. + \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} [\vec{\Omega} \times \vec{r}] \right) \right\} = 0, \end{aligned} \quad (2.39)$$

где  $\vec{r}(x, y, z)$  — радиус-вектор.

Уравнения (2.37) и (2.39) определяют зависимость потенциалов электромагнитного поля резонатора от параметров заполняющей его среды [плотности активного тока ( $\vec{J}_0$ ), электрической ( $\vec{P}$ ) и магнитной ( $\vec{M}$ ) поляризуемости среды и распределения свободных зарядов ( $\rho_0$ )]. Уравнение (2.39) представляет собой калибровочные условия Лоренца во вращающейся системе отсчета.

### 2.3. Расщепление собственных частот вращающегося кольцевого резонатора

Рассмотрим расщепление собственных частот эвакуированного вращающегося кольцевого резонатора, в котором потери энергии отсутствуют (идеальный резонатор). Для этого, вообще говоря, необходимо решить однородную систему уравнений (2.37) — (2.39) (т. е. с правыми частями, равными нулю). Однако, так как основной практический интерес представляют только поперечные собственные колебания резонатора, то для решения поставленной задачи достаточно воспользоваться только уравнением (2.37). Запишем его в виде

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = - \frac{2}{c^2} ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (2.40)$$

Для решения уравнения (2.40) воспользуемся методом разделения переменных [56]

$$\vec{A}(t, \vec{r}) = q(t) \vec{A}(\vec{r}). \quad (2.41)$$

Подставляя выражение (2.41) в уравнение (2.40), получаем

$$q(t) \Delta \vec{A}(\vec{r}) - \frac{1}{c^2} \ddot{q}(t) \vec{A}(\vec{r}) = - \frac{2\dot{q}(t)}{c^2} ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}(\vec{r}). \quad (2.42)$$

Разделив левую и правую части уравнения (2.42) на  $q(t)$  и введя обозначения

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = -\omega^2, \quad \frac{\dot{q}(t)}{q(t)} = i\omega, \quad (2.43)$$

найдем

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{A}(\vec{r}) = -\frac{2i\omega}{c^2} ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}(\vec{r}). \quad (2.44)$$

Разложим вектор-функцию  $\vec{A}(\vec{r})$  в ряд Фурье по собственным векторам однородного операторного уравнения Даламбера в инерциальной системе отсчета

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{A}(\vec{r}) = 0. \quad (2.45)$$

Пусть  $\{\vec{A}_{\kappa_0}\}$  — ортонормированная система векторов, удовлетворяющая уравнению (2.45). Запишем условия ортогональности и нормировки в виде

$$\int_V \vec{A}_{\kappa_0}^* \vec{A}_{\kappa'_0} dV = c^2 \delta_{\kappa_0 \kappa'_0}, \quad (2.46)$$

где

$$\delta_{\kappa_0 \kappa'_0} = \begin{cases} 1 & \text{при } \kappa'_0 = \kappa_0, \\ 0 & \text{при } \kappa'_0 \neq \kappa_0. \end{cases}$$

Положим далее, что вектор  $\vec{A}(\vec{r})$  может быть представлен в виде

$$\vec{A}(\vec{r}) = \sum_{\kappa_0} a_{\kappa_0} \vec{A}_{\kappa_0}, \quad (2.47)$$

где коэффициенты разложения  $a_{\kappa_0}$  определяются формулой

$$a_{\kappa_0} = \int_V \vec{A}(\vec{r}) \vec{A}_{\kappa_0}^* dV. \quad (2.48)$$

Подставляя выражение (2.47) в уравнение (2.44), получаем

$$\sum_{x_0} a_{x_0} \left( \Delta \vec{A}_{x_0} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{A}_{x_0} \right) = - \frac{2i\omega}{c^2} \sum_{x_0} a_{x_0} \{ ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{x_0} \}. \quad (2.49)$$

Умножив левую и правую части уравнения (2.49) на  $\vec{A}_{x'_0}^*$ , проинтегрировав по объему ( $V$ ) резонатора и учтя, что<sup>1</sup>

$$\int_V \Delta A_{x_0} A_{x_0}^* dV = -\omega_{x_0}^2, \quad (2.50)$$

найдем

$$\omega^2 - \omega_{x_0}^2 = - \frac{2i\omega}{c^2} \sum_{x_0} \int_V ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{x_0} \vec{A}_{x'_0}^* dV. \quad (2.51)$$

Если положить, что

$$\int_V ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{x_0} \vec{A}_{x'_0}^* dV = \delta_{x_0 x'_0}, \quad (2.52)$$

то

$$\omega^2 - \omega_{x_0}^2 = - \frac{2i\omega}{c^2} \int_V ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{x_0} \vec{A}_{x_0}^* dV. \quad (2.53)$$

Физические условия (2.52) равносильны предположению об отсутствии связи между различными собственными колебаниями идеального резонатора.

Так как не учитываем потерь в резонаторе, то его собственные частоты, определенные уравнением (2.53), должны быть вещественными. Для доказательства этого утверждения мы воспользуемся некоторы-

---

<sup>1</sup> Соотношение (2.50) непосредственно получается из уравнения (2.45) при использовании условий нормировки (2.46).



ми формулами векторного анализа, которые для удобства, выпишем отдельно [62]

$$\operatorname{rot}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \operatorname{div} \vec{b} - \vec{b} \operatorname{div} \vec{a} + (\vec{b} \nabla) \vec{a} - (\vec{a} \nabla) \vec{b}, \quad (2.54)$$

$$\operatorname{grad}(\vec{a} \vec{b}) = \vec{a} \times \operatorname{rot} \vec{b} + \vec{b} \times \operatorname{rot} \vec{a} + (\vec{b} \nabla) \vec{a} + (\vec{a} \nabla) \vec{b}, \quad (2.55)$$

$$\operatorname{div}(f \vec{a}) = \vec{a} \operatorname{grad} f + f \operatorname{div} \vec{a}, \quad (2.56)$$

$$\operatorname{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \operatorname{rot} \vec{a} - \vec{a} \operatorname{rot} \vec{b}. \quad (2.57)$$

Применяя формулы (2.54) и (2.55), к подынтегральному выражению в правой части уравнения (2.53), получаем

$$\begin{aligned} \vec{A}_{x_0}^* ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{x_0} &= \frac{1}{2} \{ \vec{A}_{x_0}^* \operatorname{rot} (\vec{A}_{x_0} \times [\vec{\Omega} \times \vec{r}]) + \\ &+ \vec{A}_{x_0}^* \operatorname{grad} (\vec{A}_{x_0} [\vec{\Omega} \times \vec{r}]) - 2 \vec{A}_{x_0}^* (\vec{A}_{x_0} \times \vec{\Omega}) - \\ &- ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \times \operatorname{rot} \vec{A}_{x_0}) \vec{A}_{x_0}^* + (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \vec{A}_{x_0}^* \operatorname{div} \vec{A}_{x_0} \}. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Отсюда с учетом формул (2.56) и (2.57) легко находим

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} \{ \vec{A}_{x_0}^* ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{x_0} \} &= \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{div} \{ ([\vec{A}_{x_0} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})] \times \vec{A}_{x_0}^*) + ([\vec{A}_{x_0}^* \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})] \times \\ &\times \vec{A}_{x_0}) + ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] A_{x_0}) \vec{A}_{x_0}^* + ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \vec{A}_{x_0}^*) \vec{A}_{x_0} \} = \\ &= \operatorname{div} \{ [\vec{\Omega} \times \vec{r}] \cdot (\vec{A}_{x_0}^* \cdot \vec{A}_{x_0}) \}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Полагая, что вне объема резонатора электромагнитное поле отсутствует, получаем

$$\int_V \operatorname{Re} \{ \vec{A}_{x_0}^* ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{x_0} \} dV =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \int_V \operatorname{div} \{ [\vec{\Omega} \times \vec{r}] (\vec{A}_{\mathbf{x}_0}^* \vec{A}_{\mathbf{x}_0}) \} dV = \\
&= \int_S \left\{ \frac{1}{2} [\vec{\Omega} \times \vec{r}] |\vec{A}_{\mathbf{x}_0}|^2 d\vec{S} \right\} = 0. \quad (2.60)
\end{aligned}$$

Заметим, что если поле  $\vec{A}(\vec{r})$  представимо в виде тригонометрического ряда

$$\vec{A}(\vec{r}) = \sum_{\mathbf{x}_0} a_{\mathbf{x}_0} \vec{e}_{\mathbf{x}_0} \cdot e^{-i(\vec{k}_{\mathbf{x}_0} \vec{r})}, \quad (2.61)$$

т. е. в качестве собственных векторов выбраны векторы вида

$$\vec{A}_{\mathbf{x}_0} = \vec{e}_{\mathbf{x}_0} e^{-i(\vec{k}_{\mathbf{x}_0} \vec{r})}, \quad (2.62)$$

где  $\vec{e}_{\mathbf{x}_0}$  — единичный вектор определяющий направление вектора напряженности электрического поля, то результат (2.60) немедленно получается путем подстановки формулы (2.62) в выражение (2.59).

Используя формулы (2.54) — (2.57) и проводя вычисления, аналогичные (2.58) — (2.60), можно показать, что

$$\frac{2i\omega}{c^2} \int_V ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \vec{A}_{\mathbf{x}_0} \vec{A}_{\mathbf{x}_0}^* dV = 2\omega (\vec{\Omega} \vec{c}_{\mathbf{x}}), \quad (2.63)$$

где

$$\vec{c}_{\mathbf{x}} = \frac{1}{c^2} \operatorname{Im} \int_V [\vec{r} \times [\operatorname{rot} \vec{A}_{\mathbf{x}_0}^* \times \vec{A}_{\mathbf{x}_0}]] dV. \quad (2.64)$$

Легко видеть, то направление вектора  $\vec{c}_{\mathbf{x}}$  зависит от направления распространения волны. Действительно, **переход** к противоположно бегущей волне

равносилен переходу к комплексно-сопряженному вектору, то есть

$$\vec{A}_{+x_0} = \vec{A}_{-x_0}^*.$$

При этом знак выражения (2.64) изменится также на противоположный.

Подставляя выражение (2.63) в уравнение (2.53) и решая относительно  $\omega$ , получаем выражение для частот встречных волн

$$\omega_{\pm x} = \pm (\vec{\Omega} \cdot \vec{c}_x) + [(\vec{\Omega} \cdot \vec{c}_x)^2 + \omega_{x_0}^2]^{1/2}, \quad (2.65)$$

где знаки «—» и «+» относятся к волнам, распространяющимся соответственно по направлению вращения и против него. Знак «плюс» в выражении (2.65) выбран, исходя из требования, чтобы  $\omega_{\pm x} \geq 0$ .

Из соотношения (2.65) находим разность частот встречных волн

$$\omega_{+x} - \omega_{-x} = \Delta\omega_x = 2(\vec{\Omega} \cdot \vec{c}_x). \quad (2.66)$$

Таким образом, расщепление частот встречных волн в резонаторе линейно зависит от угловой скорости вращения. Величину  $c_x$  будем называть в дальнейшем коэффициентом расщепления собственных частот вращающегося кольцевого резонатора.

Точный расчет коэффициента расщепления собственных частот идеального кольцевого резонатора по формуле (2.66) для произвольных полей представляет большие трудности. Однако он может быть упрощен, если предположить, что существующее в резонаторе поле представляет собой пучок плоских линейно-поляризованных волн, причем собственные колебания этого поля представлены в виде (2.66). Под узким мы будем подразумевать такой пучок волн, поперечными размерами которого можно пре-

небредь по сравнению с геометрическими размерами резонатора, т. е.

$$\Delta r_0/r_0 \ll 1, \quad (2.67)$$

где  $\Delta r_0$  — диаметр пучка;  $r_0$  — минимальное расстояние от центра симметрии плоскости резонатора до пучка (рис. 2.2).

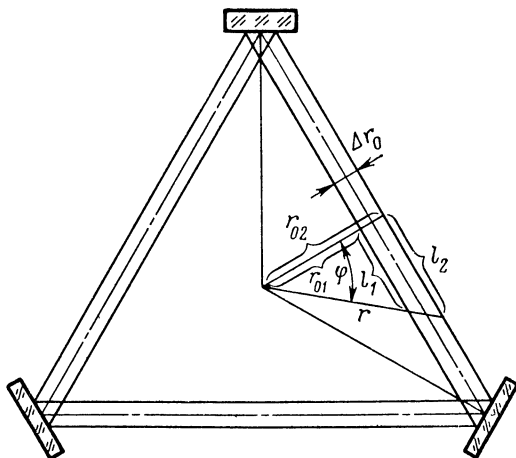


Рис. 2.2. К расчету расщепления частот кольцевого резонатора.

Кроме того, будем полагать, что резонатор выполнен в виде правильного  $n$ -угольника. Тогда, подставляя выражение (2.62) в уравнение (2.64) и используя известную формулу векторной алгебры

$$\text{rot}(f\vec{a}) = f \text{rot} \vec{a} + [\text{grad} f, \vec{a}], \quad (2.68)$$

находим

$$\vec{c}_x = \frac{1}{V} \int_V \{ \vec{e}_x (\vec{r} [\vec{e}_x \vec{k}_x]) + [\vec{k}_x \vec{e}_x] (\vec{r} \vec{e}_x) \} dV, \quad (2.69)$$

где  $\vec{k}_x$  — волновой вектор колебаний вида  $\kappa$ .

$$|\vec{k}_x| = 2\pi/\lambda. \quad (2.70)$$

Рассмотрим два вида поляризации излучения в кольцевом ОКГ.

1. Пусть вектор  $\vec{e}_x$  направлен по оси  $Oz$ , т. е.

$$\vec{e}_x \perp \vec{r} \quad \text{и} \quad \vec{e}_x \perp \vec{k}_x. \quad (2.71)$$

При этом второй член в подынтегральном выражении (2.69) будет равен нулю. Кроме того, из геометрических соотношений (рис. 2.2) легко находим

$$\vec{e}_x(\vec{r}[\vec{k}_x\vec{e}_x]) = \vec{e}_x(rk_x \cos \varphi). \quad (2.72)$$

Подставляя выражение (2.72)<sup>1</sup> в формулу (2.69) и учитывая условия (2.67) и (2.71), получаем

$$\vec{c}_x = \vec{e}_x 8\pi S/\lambda L. \quad (2.73)$$

Разность частот встречных волн будет определяться выражением

$$\Delta\omega_x = 8\pi S\Omega \cos \theta/\lambda L, \quad (2.74)$$

где  $\theta$  — угол между вектором угловой скорости  $\vec{\Omega}$  и нормалью к плоскости резонатора.

2. Рассмотрим случай, когда

$$\vec{e}_x \perp \vec{k}_x \quad \text{и} \quad \vec{e}_x \perp Oz, \quad (2.75)$$

т. е. когда вектор  $\vec{e}_x$  лежит в плоскости резонатора и перпендикулярен вектору  $\vec{k}_x$ . При этом уравнение (2.69)

---

<sup>1</sup> Для вычисления интеграла от выражения (2.72) удобно использовать цилиндрическую систему координат и, кроме того, правую часть выражения (2.69) представить в виде суммы интегралов по сторонам резонатора.

примет вид

$$\vec{c}_x = \vec{e}_z \frac{k_x}{V} \int_V r \cos \varphi dV, \quad (2.76)$$

где  $\vec{e}_z$  — единичный вектор, направленный по оси Oz.

Переходя к цилиндрической системе координат и учитывая условия (2.67), легко показать, что  $c_x$  будет снова определяться формулой (2.73).

Так как любой вектор поляризации поперечных волн может быть представлен в виде суперпозиции двух векторов, один из которых удовлетворяет условиям (2.71), а второй — (2.75), то тем самым мы доказали, что коэффициент расщепления поперечных волн с произвольным направлением поляризации будет определяться формулой (2.73), а разность частот встречных волн — (2.74).

В выражении (2.74) произведение  $\Omega \cos \theta$  представляет собой проекцию произвольного вектора угловой скорости на нормаль  $\vec{n}$  к плоскости кольцевого резонатора. Эту нормаль будем в дальнейшем называть осью чувствительности контурного резонатора, а соотношение (2.74) представим в форме

$$\Delta\omega_x/2\pi = F = K(\vec{n} \cdot \vec{\Omega}), \quad (2.77)$$

где  $K = c_x/2\pi = 4S/\lambda L$  — масштабный коэффициент кольцевого резонатора.

Таким образом, при вращении кольцевого резонатора вокруг произвольной оси собственная частота резонатора для встречных волн расщепляется пропорционально проекции полного вектора угловой скорости на ось чувствительности кольцевого резонатора. Представляет интерес рассмотреть структуру электромагнитного поля резонатора в режиме вращения.

Запишем поле встречных волн в произвольном сечении резонатора в виде

$$\begin{aligned} a_{+x} &= A_{+x} \cos(\omega_{+x} t - k_{+x} l), \\ a_{-x} &= A_{-x} \cos(\omega_{-x} t + k_{-x} l). \end{aligned} \quad (2.78)$$

Результирующее поле в резонаторе найдем как сумму полей встречных волн. Тогда из выражения (2.78) получаем, полагая

$$\begin{aligned} A_{+x} &= A_{-x} = A_0; \quad a_{+x} + a_{-x} = \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{k_{+x} + k_{-x}}{2} l - \frac{\Delta\omega_x}{2} t\right) \times \\ &\times \cos\left(\frac{\omega_{+x} + \omega_{-x}}{2} t - \Delta k_x \frac{l}{2}\right), \end{aligned} \quad (2.79)$$

где  $\Delta\omega_x = \omega_{+x} - \omega_{-x}$ ;  $\Delta k_x = k_{+x} - k_{-x}$ .

При  $\omega_{+x} = \omega_{-x} = \omega_{x_0}$  и  $k_{+x} = k_{-x} = k_{x_0}$  выражение (2.79) преобразуется к соотношению

$$a_{+x} + a_{-x} = 2A_0 \cos k_{x_0} l \cos \omega_{x_0} t, \quad (2.80)$$

описывающему стоячую волну в резонаторе. В этом случае множитель  $\cos k_{x_0} l$  характеризует изменение поля вдоль направления распространения  $l$ , а множитель  $\cos \omega_{x_0} t$  описывает изменение суммарного поля во времени. Сопоставление выражений (2.79) и (2.80) позволяет установить их некоторую общность при  $\omega_{+x} \neq \omega_{-x}$ , когда  $\Delta\omega \ll \omega_{+x}$  и  $\Delta\omega \ll \omega_{-x}$ .

Действительно, множитель  $\cos\left(\frac{k_{+x} + k_{-x}}{2} l - \frac{\Delta\omega_{x_0}}{2} t\right)$  характеризует изменение результирующего

поля в пространстве, однако при неравных частотах встречных волн расположение узлов и пучностей не остается постоянным вдоль координаты  $l$ , а изменя-

ется во времени. Для оценки скорости перемещения стоячих волн запишем, например, условие существования узла стоячей волны. Потребуем, чтобы

$$\cos \left( \frac{k_{+x} + k_{-x}}{2} l - \frac{\Delta\omega_x}{2} t \right) = 0,$$

откуда получим

$$\frac{k_{+x} + k_{-x}}{2} l - \frac{\Delta\omega_x}{2} t = (2n + 1) \frac{\pi}{2},$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Теперь легко найти скорость перемещения стоячих волн:

$$v_c = \frac{\Delta\omega_x}{k_{+x} + k_{-x}}. \quad (2.81)$$

Оценим скорость движения стоячих волн при следующих исходных данных: разностная частота  $\Delta\omega_x = 2\pi \cdot 10^3$  рад/с, частоты встречных лучей  $\omega_{+x} \approx \omega_{-x} = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^{14}$  рад/с. При этом получим  $v_c = 6 \cdot 10^{-4}$  м/с. Скорость перемещения стоячих волн в этом случае оказывается довольно низкой.

Сомножитель  $\cos \left( \frac{\omega_{+x} + \omega_{-x}}{2} t - \Delta k_x \frac{l}{2} \right)$  в выражении (2.79) характеризует в основном изменение результирующего поля во времени. Постоянная распространения  $\Delta k_x l$  оценивает изменение фазы результирующего поля вдоль координаты  $l$ . При наиболее распространенных размерах резонатора и величинах измеряемой угловой скорости произведение  $\Delta k_x l \leq (1 \dots \dots 10) \cdot 10^{-5}$ , поэтому им можно пренебречь.

Попутно следует отметить, что пренебречь значением составляющей  $(\Delta\omega_x/2)t$  невозможно, так как даже при малых величинах  $\Delta\omega_x$  произведение  $(\Delta\omega_x/2)t$  со временем может стать сколь угодно большим.



Таким образом, результирующее поле встречных волн в резонаторе можно представить себе как поле квазистоячей волны, узлы и пучности которой перемещаются вдоль кольцевого резонатора со скоростью  $\Delta\omega_z/(k_{+z} + k_{-z})$ .

Интересно сопоставить линейную скорость перемещения стоячих волн с окружной скоростью кольцевого резонатора, обусловленную вращением. Вращение кольцевого резонатора приводит к появлению частоты биений, величина которой определяется выражением (2.77). Пользуясь соотношением (2.77), находим скорость перемещения квазистоячих волн в виде

$$v_c = \Delta\omega_z/(k_{+z} + k_{-z}).$$

Принимая  $k_{+z} \approx k_{-z}$  и  $S/L \approx R/2$ , из выражения (2.79) окончательно получаем

$$v_c = \Omega R. \quad (2.82)$$

Сопоставление соотношений (2.81) и (2.82) позволяет сделать вывод, что скорость перемещения стоячих волн равна линейной скорости движения элементов конструкции кольцевого лазера вдоль направления распространения колебаний. Последнее обстоятельство дает возможность привести наглядную трактовку процессов в кольцевом лазере при его вращении. Можно, например, рассматривать стоячую волну, возникающую в кольцевом лазере при распространении встречных волн, как неподвижную в инерциальном пространстве и измерять вращение кольцевого резонатора относительно неподвижной картины стоячих волн. В этом случае наблюдатель, расположенный на вращающемся интерферометре, будет последовательно фиксировать узлы и пучности стоячих волн, скорость перемещения которых однозначно связана с угловой скоростью вращения.

## 2.4. О частотах связи кольцевого резонатора

Полученные выше соотношения для расщепления частот вращающегося кольцевого резонатора найдены в предположении отсутствия связи встречных волн. В практических конструкциях наличие отражений от неоднородностей зеркал и других элементов, размещенных в резонаторе, может привести к некоторым погрешностям при измерении угловой скорости. Для их оценки рассмотрим собственные частоты контурного резонатора, в полости которого имеется некоторая неоднородность (рис. 2.3), обладающая в общем случае произвольными коэффициентами отражения  $\tilde{R}_{1,2}$  и пропускания  $\tilde{T}_{1,2}$  для встречно бегущих волн.

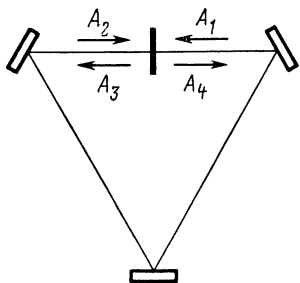


Рис. 2.3. Кольцевой резонатор с неоднородностью.

Если поле слева и справа от неоднородности задавать в виде суперпозиции встречно бегущих волн, то для них можно записать

$$A_1 = A_3 e^{-i\gamma_1 l},$$

$$A_2 = A_4 e^{-i\gamma_2 l},$$

$$A_3 = \tilde{T} A_1 - \tilde{R}_2 A_2, \quad (2.83)$$

$$A_4 = \tilde{T}_2 A_2 - \tilde{R}_1 A_1,$$

где  $\gamma_{1,2} = \beta_{1,2} + i k$  — постоянная распространения волны в резонаторе. При этом  $\tilde{T}_1 \tilde{T}_1^* + \tilde{R}_2 \tilde{R}_2^* = 1$  и  $\tilde{T}_2 \tilde{T}_2^* + \tilde{R}_1 \tilde{R}_1^* = 1$ . Условием нетривиальности решения си-

стемы (2.83) является равенство нулю определителя

$$\begin{vmatrix} \tilde{T}_1 & \tilde{R}_1 & -1 & 0 \\ \tilde{R}_2 & \tilde{T}_2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -e^{-i\gamma_1 l} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -e^{-i\gamma_2 l} \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрывая этот определитель и вводя обозначения  $\gamma_1 l = \gamma l + \Delta\varphi$ ,  $\gamma_2 l = \gamma l - \Delta\varphi$ , получаем

$$(\tilde{T}_1 \tilde{T}_2 - \tilde{R}_1 \tilde{R}_2) e^{-2i\gamma l} - (\tilde{T}_1 e^{-i\Delta\varphi} + \tilde{T}_2 e^{i\Delta\varphi}) e^{-i\gamma l} + 1 = 0.$$

Решив его, найдем,

$$\begin{aligned} & (e^{-i\gamma l})_{1,2} = \\ & = \{ \tilde{T} e^{-i\Delta\varphi} + \tilde{T}_2 e^{i\Delta\varphi} \pm [(\tilde{T}_1 e^{-i\Delta\varphi} + \tilde{T}_2 e^{i\Delta\varphi})^2 - 4(\tilde{T}_1 \tilde{T}_2 - \\ & \quad - \tilde{R}_1 \tilde{R}_2)]^{1/2} \} 2(\tilde{T}_1 \tilde{T}_2 - \tilde{R}_1 \tilde{R}_2)^{-1}. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Анализ выражения (2.84) в общем случае затруднителен, поэтому рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Коэффициенты отражения  $\tilde{R}_1$  и  $\tilde{R}_2$  малы, тогда в выражении (2.84) можно пренебречь членами второго порядка малости  $\tilde{R}_1 \tilde{R}_2$  и получить

$$e^{-i\gamma_1 l} = \frac{\tilde{T}_1}{\tilde{T}_2} e^{-i\Delta\varphi}, \quad e^{-i\gamma_2 l} = \frac{\tilde{T}_2}{\tilde{T}_1} e^{i\Delta\varphi}.$$

Теперь легко найти частоты связи встречных волн

$$\omega_1 = \frac{v}{l} (-\Delta\varphi + 2\pi q); \quad \omega_2 = \frac{v}{l} (\Delta\varphi + 2\pi q). \quad (2.85)$$

Разность частот связи встречных волн составит

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \varphi_d \frac{v}{c}, \quad (2.86)$$

где  $\varphi_d = 2\Delta\varphi$ .

Таким образом, при малых коэффициентах отражения (малой связи) мы приходим к физически очевидному выводу о совпадении парциальных частот настройки резонатора для встречно бегущих волн с частотами связи.

2. Отражение для встречных волн является взаимным

$$\bar{R}_1 = -\bar{R}_2 = R.$$

В этом случае выражение для частот связи получим в виде

$$\omega_1 = \frac{v}{l} (-\arcsin \sqrt{1 - T^2 \cos^2 \Delta\varphi}),$$

$$\omega_2 = \frac{v}{l} (\arcsin \sqrt{1 - T^2 \cos^2 \Delta\varphi}),$$

а разность составит

$$\omega_2 - \omega_1 = 2 \frac{v}{l} \arcsin \sqrt{1 - T^2 \cos^2 \Delta\varphi}.$$

Рассматриваемая ситуация соответствует наиболее часто встречающемуся на практике случаю, поэтому

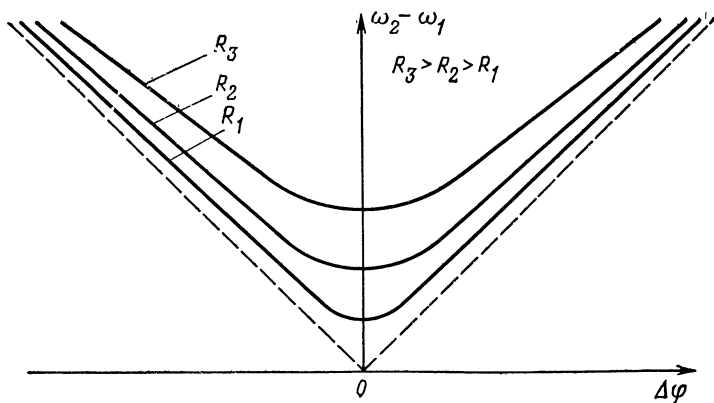


Рис. 2.4. Зависимость расщепления частот связи кольцевого резонатора от скорости вращения.

рассмотрим ее более подробно. Анализ выражения показывает, что при  $R \rightarrow 1$  кольцевой резонатор превращается в квазилинейный с интервалами между частотами  $\omega_2 - \omega_1 = \pi v/l$ . Характер изменения частот связи при различных значениях  $R$  приведен на рис. 2.4. Здесь построены кривые, характеризующие зависимость разности частот связи от расстройки  $\Delta\varphi$ , определяемой, например, вращением с угловой скоростью  $\Omega$ . Из этих кривых видно, что с ростом коэффициента отражения  $R$  расширяется область нечувствительности к изменению расстройки резонатора для встречных волн. Принципиально при любой связи встречных волн, когда  $R \neq 0$ , производная  $[d(\omega_2 - \omega_1)]/(d\Delta\varphi)$  стремится к нулю, что свидетельствует о невозможности непосредственного измерения малых величин  $\Delta\varphi$ .

## Глава 3

# АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЬЦЕВОГО ОПТИЧЕСКОГО КВАНТОВОГО ГЕНЕРАТОРА

## 3.1. Уравнение электромагнитного поля в кольцевом оптическом квантовом генераторе

Параметры электромагнитных колебаний в кольцевых оптических квантовых генераторах (КОКГ) определяются характеристиками резонатора и активной среды. При этом нелинейные эффекты в активной среде, а также наличие рассеяния энергий одной волны в другую, обусловленного как элементами самого резонатора, так и неоднородностями в активной среде, определяют нелинейный характер зависимости разности частот встречных волн от угловой скорости вращения.

Для анализа состояния электромагнитного поля во вращающемся КОКГ воспользуемся уравнением (2.37)

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \frac{2}{c^2} ([\vec{\Omega} \times \vec{r}] \nabla) \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\mu_0 \left( J_a + \frac{\partial P}{\partial t} \right). \quad (3.1)$$

Будем искать решение уравнения (3.1) в виде ряда Фурье по собственным функциям неподвижного резонатора

$$\vec{A} = \sum_{\mathbf{x}} q_{\mathbf{x}} \vec{A}_{\mathbf{x}}, \quad (3.2)$$

где  $\vec{A}_{\mathbf{x}}$  определяются соотношения типа (2.62). Подставляя (3.2) в (3.1) и проектируя все выражения (3.1) на колебание  $\mathbf{x}$  вида, получаем уравнение

$$\ddot{q}_{\mathbf{x}} + \omega_{\mathbf{x}}^2 q_{\mathbf{x}} + 2i (\vec{\Omega} \cdot \vec{c}_{\mathbf{x}}) \dot{q}_{\mathbf{x}} = -\mu_0 (J_{\mathbf{x}} + \dot{P}_{\mathbf{x}}), \quad (3.3)$$

где

$$J_{\mathbf{x}} = \int \vec{J}_a \cdot \vec{A}_{\mathbf{x}} dV, \quad (3.4)$$

$$\dot{P}_{\mathbf{x}} = \int \dot{\vec{P}} \cdot \vec{A}_{\mathbf{x}} dV. \quad (3.5)$$

Будем искать решение уравнения (3.3) в виде

$$q_{\mathbf{x}} = a_{\mathbf{x}} \exp[-i(\omega_{\mathbf{x}} t + \varphi_{\mathbf{x}})] + a_{-\mathbf{x}} \exp[i(\omega_{-\mathbf{x}} t + \varphi_{-\mathbf{x}})], \quad (3.6)$$

где  $a_{\pm \mathbf{x}}$  и  $\varphi_{\pm \mathbf{x}}$  — медленноменяющиеся функции времени.

Подставляя выражение (3.6) в соотношение (3.3) и пренебрегая членами, содержащими вторые производные  $\ddot{a}_{\pm \mathbf{x}}$  и  $\ddot{\varphi}_{\pm \mathbf{x}}$ , получаем

$$\begin{aligned} X_{\mathbf{x}} \exp[-i(\omega_{\mathbf{x}} t + \varphi_{\mathbf{x}})] + X_{-\mathbf{x}}^* \exp[i(\omega_{-\mathbf{x}} t + \varphi_{-\mathbf{x}})] = \\ = -\mu_0 (J_{\mathbf{x}} + \dot{P}_{\mathbf{x}}), \end{aligned} \quad (3.7)$$

где

$$X_x = 2(\omega_x + \dot{\varphi}_x) \{a_x [(\vec{\Omega} \vec{c}_x) - \dot{\varphi}_x + \\ + \dot{\varphi}_x^2/2(\omega_x + \dot{\varphi}_x)] - i\dot{a}_x [1 - (\vec{\Omega} \vec{c}_x)/(\omega_x + \dot{\varphi}_x)]\}. \quad (3.8)$$

Выражение для  $X_{-x}$  получается из соотношения (3.8) заменой  $x$  на  $-x$  и переходом к комплексно-сопряженным величинам.

Умножая соотношение (3.7) на  $\exp[i(\omega_x t + \varphi_x)]$  и усредняя за период оптических колебаний  $T_{\pm x}$ , находим

$$X'_x = -[\langle J_x \rangle + \langle \dot{P}_x \rangle]; \quad X'_x = X_x/2(\omega_x + \dot{\varphi}_x), \quad (3.9)$$

$$\langle J_x \rangle = [\mu_0/2(\omega_x + \dot{\varphi}_x) T_x] \int_{t-T_x/2}^{t+T_x/2} J_x \times \\ \times \exp[i(\omega_x t + \varphi_x)] dt, \quad (3.10)$$

$$\langle \dot{P}_x \rangle = [\mu_0/2(\omega_x + \dot{\varphi}_x) T_x] \int_{t-T_x/2}^{t+T_x/2} \dot{P}_x \times \\ \times \exp[i(\omega_x t + \varphi_x)] dt. \quad (3.11)$$

Отделяя в выражении (3.9) мнимую часть от вещественной и пренебрегая членами  $\dot{\varphi}_x/(\omega_x + \dot{\varphi}_x)$  и  $(\vec{\Omega} \vec{c}_x)/(\omega_x + \dot{\varphi}_x)$ , которые существенно меньше единицы, с учетом соотношения (3.8) получаем

$$a_x (\dot{\varphi}_x - \vec{\Omega} \vec{c}_x) = -\text{Re} [\langle J_x \rangle + \langle \dot{P}_x \rangle], \\ \dot{a}_x = \text{Im} [\langle J_x \rangle + \langle \dot{P}_x \rangle]. \quad (3.12)$$

Уравнения (3.12) описывают амплитудные и частотно-фазовые характеристики электромагнитного

поля в кольцевом ОКГ при стационарном режиме генерации. При этом величина  $\langle J_x \rangle$  характеризует диссипацию энергии поля, а  $\langle \dot{P}_x \rangle$  — источники энергии.

Рассеяние энергии поля в резонаторе обусловлено многими причинами, основными из которых являются: излучение энергии через зеркала, рассеяния на неоднородностях, а также джоулевы потери на элементах конструкции КОКГ. При этом главными являются первые два вида потерь. Они могут быть выражены через эквивалентные активные потери резонатора соотношением

$$\vec{J}_a = \sigma \vec{E} \equiv -\sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad } \varphi \right), \quad (3.13)$$

где  $\sigma$  — проводимость среды, определяющая затухание собственных колебаний резонатора.

Полагая, как и ранее, поле в резонаторе поперечным, а также учитывая соотношения (3.2), (3.4), (3.6), (3.10) и (3.13), получаем

$$\langle J_x \rangle = i(\omega_x + \dot{\varphi}_x) a_x / 4\pi Q_x. \quad (3.14)$$

где  $Q_x$  — добротность резонатора для  $x$ -волн.

Расчет поляризации активного вещества представляет собой довольно сложную квантово-механическую задачу. Для дальнейшего анализа процессов в кольцевом ОКГ воспользуемся выражением для поляризации активного вещества, полученным Кругликом Г. С. [69]

$$\langle \dot{P}_x \rangle = a_x \sigma_{xx} + \sum_{x \neq x'} \sigma_{xx'} a_x \exp i \varphi_{xx'}, \quad x, \quad x' = 1, 2, 3, \dots \quad (3.15)$$

где

$$\sigma_{xx} = \omega_x (n_x - 1) - i c k_x; \quad (3.16)$$



$n_x$  коэффициент преломления активного вещества для  $x$ -волны;  $k_x$  — коэффициент усиления активного вещества;  $\psi_{xx'}$  — разность фаз между волнами  $x$  и  $x'$ .

Зависимость коэффициентов  $n_x$  и  $k_x$  от амплитудных характеристик поля определяется соотношениями

$$k_x \approx k_x^0 - \frac{1}{c} \sum_{x'} \beta_{xx'} a_{x'}^2, \quad (3.17)$$

$$n_x \approx \sum_{\alpha} (n_{x\alpha}^0 - 1) W(\alpha) \left[ 1 - \sum_{x'} \chi_{xx'}^{\alpha} a_{x'}^2 \right], \quad (3.18)$$

где  $k_x^0$  и  $n_{x\alpha}^0$  — соответственно „начальные“ коэффициенты усиления и преломления активной среды для волны  $x$ , т. е. значения коэффициентов усиления и преломления, которое они имели бы при отсутствии генерации. Они определяются в основном настройкой резонатора относительно центра контура усиления активного вещества и физическими свойствами последнего (населенностью соответствующих энергетических уровней, температурой активного вещества и т. п.).

Параметры  $\beta_{xx'}$  и  $\chi_{xx'}$  характеризуют нелинейное взаимодействие волн,  $W(\alpha)$  — функция распределения атомов активного вещества по скоростям. Обычно [24, 70] в качестве  $W(\alpha)$  принимается максвелловское распределение по скоростям

$$W(\alpha) = (m/2\pi kT)^{3/2} \exp(-mv_{\alpha}^2/2kT), \quad (3.19)$$

где  $m$  — масса атома;  $v_{\alpha}$  — его скорость;  $T$  — температура,  $k$  — постоянная Больцмана.

Выражения (3.17) и (3.18) получены в предположении

$$|\beta_{xx'}| \ll 1; \quad |\chi_{xx'}^{\alpha}| \ll 1. \quad (3.20)$$

Величина  $\sigma_{xx'}$ , входящая в формулу (3.15), приближенно может быть определена соотношением [69]

$$\sigma_{xx'} = \sigma_{xx} r_{xx'}, \quad (3.21)$$

где  $r_{xx'} \ll 1$ . Физически величина  $r_{xx'}$  характеризует рассеяние энергии одной волны в другую на неоднородностях активного вещества, обусловленных как непостоянством распределения атомов по объему резонатора, так и различием в населенности рабочих уровней.

### 3.2. Амплитудные характеристики электромагнитного поля в КОКГ

На основании выражений (3.12), (3.14), (3.15) и (3.17) дифференциальное уравнение, описывающее амплитуду  $x$ -волны, может быть представлено в виде

$$da_x/dt = a_x \left[ ck_x^0 - \omega_x/4\pi Q_x - \sum_{x'} \beta_{xx'} a_{x'}^2 \right] - \sum_{x \neq x'} a_{x'} \eta_{xx'} \sin(\psi_{xx'} + \Phi_{xx'}), \quad (3.22)$$

где

$$\eta_{xx'} = |\sigma_{xx'} + \tau_{xx'}|; \quad (3.23)$$

$$\Phi_{xx'} = \arg(\sigma_{xx'} + \tau_{xx'}). \quad (3.24)$$

Коэффициент  $\tau_{xx'}$  учитывает рассеяние энергии  $x$ -волны в волну  $x'$  на элементах конструкции КОКГ выходных окнах трубок, зеркалах резонатора и т. п.).

На практике, как правило, реализуется одночастотный<sup>1</sup> режим генерации, когда

$$a_x \neq 0, a_{-x} \neq 0, a_{x'} \equiv 0$$

при  $x' = x$ .

<sup>1</sup> Под одночастотным, или одномодовым, мы понимаем такой режим генерации, при котором в неподвижном КОКГ могут существовать колебания только одной частоты.

В этом случае уравнения (3.22) значительно упрощаются:

$$\frac{da_{\pm}}{dt} = a_{\pm} \left( ck_{\pm}^0 - \frac{\omega_{\pm}}{4\pi Q_{\pm}} - \beta_{\pm, \pm} a_{\pm}^2 - \beta_{\pm, \mp} a_{\mp}^2 \right) - a_{\mp} \eta_{\pm, \mp} \sin(\psi_{\pm, \mp} + \Phi_{\pm, \mp}), \quad (3.25)$$

$$\frac{da_{\mp}}{dt} = a_{\mp} \left( ck_{\mp}^0 - \frac{\omega_{\mp}}{4\pi Q_{\mp}} - \beta_{\mp, \mp} a_{\mp}^2 - \beta_{\mp, \pm} a_{\pm}^2 \right) - a_{\pm} \eta_{\mp, \pm} \sin(\psi_{\mp, \pm} + \Phi_{\mp, \pm}).$$

Будем решать систему (3.25) методом последовательных приближений для стационарного режима генерации. В первом приближении пренебрегаем осциллирующим членом. При этом интенсивности встречных волн  $\bar{a}_{\pm}^2$  будут определяться выражениями

$$\bar{a}_{\pm}^2 = \frac{\alpha_{\pm} \beta_{\mp, \pm} - \alpha_{\mp} \beta_{\pm, \pm}}{\beta_{\mp, \pm} \beta_{\pm, \mp} - \beta_{\pm, \pm} \beta_{\mp, \mp}}, \quad (3.26)$$

$$\bar{a}_{\mp}^2 = \frac{\alpha_{\mp} \beta_{\pm, \mp} - \alpha_{\pm} \beta_{\mp, \mp}}{\beta_{\mp, \pm} \beta_{\pm, \mp} - \beta_{\pm, \pm} \beta_{\mp, \mp}}, \quad (3.27)$$

где

$$\alpha_{\pm} = ck_{\pm}^0 - \omega_{\pm}/4\pi Q_{\pm}.$$

Полученные выражения (3.26) и (3.27) справедливы только при

$$\beta_{\mp, \pm} \beta_{\pm, \mp} - \beta_{\pm, \pm} \beta_{\mp, \mp} \neq 0.$$

Для определения физического содержания полученных решений (3.26) и (3.27) положим, что

$$-\psi_{\mp, \pm} = \psi_{\pm, \mp} \approx \dot{\psi}_{\pm, \mp} t, \quad (3.28)$$

т. е. рассмотрим случай, когда осциллирующий член представляет собой чисто гармоническую функцию времени. Усредним далее уравнения (3.25) за время

$2\pi/\psi_{x, -x}$ , равное периоду изменения осциллирующего члена. Тогда осциллирующие члены с точностью до величин второго порядка малости окажутся равными нулю. Так как последние играют роль возмущающей силы, то полученные уравнения для средних интенсивностей в стационарном режиме оказываются

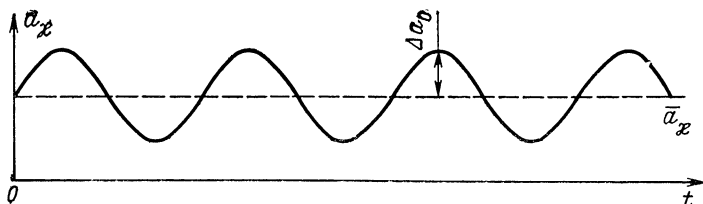


Рис 3.1. Характер изменения амплитуды одной из встречных волн

независимыми от времени, а значения интенсивностей встречных волн будут определяться выражениями (3.26) и (3.27). Таким образом, формулы (3.26) и (3.27) определяют средние значения интенсивностей встречных волн в стационарном режиме, т. е. при  $t \rightarrow \infty$  (рис. 3.1).

Введем далее обозначения

$$\Delta a_x = a_x - \bar{a}_x; \quad \Delta a_{-x} = a_{-x} - \bar{a}_{-x}, \quad (3.29)$$

и будем, кроме того, полагать

$$|\Delta a_x| \ll \bar{a}_x; \quad |\Delta a_{-x}| \ll \bar{a}_{-x}. \quad (3.30)$$

Подставляя соотношения (3.29) в уравнения (3.25) и пренебрегая членами порядка  $|\Delta a_{\pm x}|^2$ , получаем

$$\frac{d\Delta a_x}{dt} + A_x \Delta a_x + B_{x, -x} \Delta a_{-x} = C_x \sin(\psi_{x, -x} + \Phi_{x, -x}), \quad (3.31)$$

$$\frac{d\Delta a_{-x}}{dt} + A_{-x} \Delta a_{-x} + B_{-x, x} \Delta a_x = C_{-x} \sin(\psi_{-x, x} + \Phi_{-x, x}),$$

где

$$A_x = 2\beta_{x, x} \frac{\alpha_x \beta_{-x, x} - \alpha_{-x} \beta_{x, x}}{\beta_{-x, x} \beta_{x, -x} - \beta_{x, x} \beta_{-x, -x}}, \quad (3.32)$$

$$B_{x, -x} = 2\beta_{x, -x} \frac{[(\alpha_x \beta_{-x, x} - \alpha_{-x} \beta_{x, x})(\alpha_{-x} \beta_{x, -x} - \alpha_x \beta_{-x, -x})]^{1/2}}{\beta_{-x, x} \beta_{x, -x} - \beta_{x, x} \beta_{-x, -x}}, \quad (3.33)$$

$$C_x = -\eta_{x, -x} \left[ \frac{\alpha_{-x} \beta_{x, -x} - \alpha_x \beta_{-x, -x}}{\beta_{-x, x} \beta_{x, -x} - \beta_{x, x} \beta_{-x, -x}} \right]^{1/2}. \quad (3.34)$$

Величины  $A_{-x}$ ,  $B_{-x, x}$  и  $C_{-x}$  получаются из (3.32) — (3.34) путем замены  $\mp x \rightarrow \pm x$ . Уравнения (3.31) справедливы только при  $\bar{a}_x \neq 0$  и  $\bar{a}_{-x} \neq 0$ . При этом условии будут иметь место соотношения

$$B_{x, -x} > 0, \quad B_{-x, x} > 0, \quad A_{\pm x} > 0, \quad C_{\pm x} > 0 \quad (3.35)$$

(так как  $\beta_{x, x'} \neq 0$ ).

Тогда система уравнений (3.31) будет иметь отличное от нуля стационарное решение при выполнении неравенства

$$(A_x + A_{-x})^2 < 4(A_x A_{-x} - B_{x, -x} B_{-x, x}). \quad (3.36)$$

Это решение может быть представлено в виде

$$\Delta a_{-x} = \Delta a_{-x}^0 \sin(\psi_{-x, x} + \tilde{\Phi}_{-x, x}), \quad (3.37)$$

где

$$\Delta a_{-x}^0 = D_{-x} \{ [B_{x, -x} B_{-x, x} - A_x A_{-x} - \dot{\psi}_{-x, x}^2]^2 + \\ + \dot{\psi}_{-x, x}^2 (A_x + A_{-x})^2 \}^{-1/2}, \quad (3.38)$$

$$D_{-x} = \{ [\dot{\psi}_{-x, x} C_{-x} \cos \Phi_{-x, x} + A_x C_{-x} \sin \Phi_{-x, x} + \\ + C_x B_{-x, x} \sin \Phi_{x, -x}]^2 + [\dot{\psi}_{-x, x} C_{-x} \sin \Phi_{-x, x} - A_x C_{-x} \times \\ \times \cos \Phi_{-x, x} + C_x B_{-x, x} \cos \Phi_{x, -x}]^2 \}^{1/2}, \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{-x, x} = \arctg \{ (A_x + A_{-x}) \dot{\psi}_{-x, x} [(B_{x, -x} B_{-x, x} - A_x A_{-x}) - \\ - \dot{\psi}_{-x, x}^2]^{-1} \} - \arctg [(\dot{\psi}_{-x, -x} C_{-x} \cos \Phi_{-x, x} + \\ + A_x C_x \sin \Phi_{-x, x} + C_x B_{-x, x} \sin \Phi_{x, -x}) \times \\ \times (\dot{\psi}_{-x, x} C_{-x} \sin \Phi_{-x, x} - A_x C_{-x} \cos \Phi_{-x, x} + \\ + C_x B_{-x, x} \cos \Phi_{x, -x})^{-1}]. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Выражение для переменной составляющей встречной волны получается из соотношений (3.37) — (3.40) путем замены  $\pm x \rightarrow \mp x$ .

С учетом (3.38) амплитуда  $x$ -волны может быть представлена в виде

$$a_x = \bar{a}_x + \Delta a_x^0 \sin(\psi_{x, -x} + \tilde{\Phi}_{x, -x}). \quad (3.41)$$

где  $\bar{a}_x$  определяется соотношением (3.26).

Из соотношений (3.38), (3.39) следует, что амплитуда переменной составляющей волны  $x$  зависит от разности частот встречных волн, величины коэффициента обратной связи  $\eta_{x, x'}$  и настройки резонатора.

При больших значениях  $\dot{\psi}_{x, -x}$  амплитуда переменной составляющей уменьшается обратно пропорционально разности частот встречных волн, т. е.

$$\Delta a_x^0 \sim 1/\dot{\psi}_{-x, x}. \quad (3.42)$$

Так как  $\beta_{\pm x, \pm x'} \geq \beta_{\pm x, \mp x}$ , то из соотношений (3.26) и (3.27) следует, что достаточным условием существования генерации на частоте  $x$ -волны является

$$\alpha_x \beta_{-x, x} - \alpha_{-x} \beta_{x, x} < 0. \quad (3.43)$$

Если это соотношение не выполняется, то будет иметь место подавление одной волны другой. Из соотношения (3.43) получаем

$$\alpha_x / \alpha_{-x} < \beta_{x, x} / \beta_{-x, x} \approx 1 + (\omega_{ab} - \omega_x)^2 / \gamma_{ab}^2, \quad (3.44)$$

где  $\omega_{ab}$  — частота перехода между энергетическими уровнями  $a$  и  $b$  атомов активного вещества;  $\gamma_{ab}$  — ширина перехода между энергетическими уровнями:

$$\omega_x = \omega_0 + \dot{\phi}_x.$$

При настройке, близкой к центру доплеровского контура, т. е. при  $\omega_{ab} - \omega_x = 0$ , знаменатель в выражениях (3.26) и (3.27) стремится к нулю (естественно, при условии, что разность частот встречных волн также мала, т. е.  $\dot{\phi} / \gamma_{ab} \ll 1$ ). В этом случае будет иметь место сильная конкуренция встречных волн. С физической точки зрения увеличение конкуренции волн объясняется тем, что они взаимодействуют с одними и теми же атомами, имеющими нулевую скорость. Так как вероятность излучения атомом фотона того или иного типа пропорциональна интенсивности соответствующих ему свободных фотонов, то уже при довольно малой асимметрии условий генерации (разности добротностей, отличий начальных коэффициентов усиления и т. п.) будет иметь место подавление одной волны другой. Это утверждение может быть обосновано также и с помощью уравнений (3.25).

Действительно, уравнения для средних в стационарном режиме могут быть записаны в виде

$$\bar{a}_x [\alpha_x - (\beta_{x, x} \bar{a}_x^2 + \beta_{x, -x} \bar{a}_{-x}^2)] = 0, \quad (3.45)$$

$$\bar{a}_{-x} [\alpha_{-x} - (\beta_{-x, -x} \bar{a}_{-x}^2 + \beta_{-x, x} \bar{a}_x^2)] = 0.$$

Чтобы генерация существовала, необходимо выполнение условия

$$\alpha_{\pm z} > 0. \quad (3.46)$$

Полагаем, что это условие выполнено. Тогда при

$$\begin{vmatrix} \beta_{z, z} & \beta_{z, -z} \\ \beta_{-z, z} & \beta_{-z, -z} \end{vmatrix} = 0 \quad (3.47)$$

система (3.45) может иметь только два нетривиальных решения:

$$\bar{a}_z^2 = \bar{a}_{-z}^2 = \alpha_z / 2\beta_z \quad (3.48)$$

при

$$\alpha_z = \alpha_{-z}, \beta_{z, z} = \beta_{z, -z} = \beta_{-z, z} = \beta_{-z, -z}, \quad (3.49)$$

или

$$\bar{a}_{\mp z}^2 = 0 \quad (3.50)$$

при этом

$$\bar{a}_{\mp z}^2 = \alpha_{\mp z} / \beta_{\mp z, \mp z}. \quad (3.51)$$

Таким образом, при настройке резонатора на центральную частоту атомного перехода  $\omega_{ab}$  амплитуды напряженности поля встречных волн зависят от симметрии характеристик резонатора и усиливающей среды. При полной симметрии интенсивность будет в два раза меньше, чем интенсивность волны при однонаправленной генерации.

В заключение рассмотрим связь между амплитудой  $a_z$  векторного потенциала и амплитудой напряженности электрического поля  $E_z$ . Как известно, эта связь определяется соотношением

$$\vec{E}_z = -\frac{\partial \vec{A}_z}{\partial t} - \text{grad} \frac{\partial \varphi_z}{\partial t}.$$

Поскольку в ОКГ наличием свободных зарядов ( $\rho$ ) и расходимостью вектора поляризации ( $\text{div} \vec{P}$ ) можно пренебречь, а также учитывая, что мы рассма-



триваем только продольные виды колебаний, то из уравнений (2.38), (2.39) следует

$$\varphi_z = 0.$$

Представляя далее векторный потенциал  $z$ -волны в виде

$$\vec{A}_z = \vec{a}_z \exp j(\omega_z t + \varphi_z),$$

после дифференцирования и пренебрежения членами, содержащими  $da_z/dt$ , получаем  $E_z = \omega_z a_z$ .

### 3.3. Частотные характеристики излучения КОКГ

В качестве основного информативного параметра в КОКГ, которые применяются для измерения угловой скорости, используется разность частот встречных волн. Для их исследования воспользуемся соотношениями (3.12), (3.15), (3.16), (3.18), (3.23) и (3.24). При этом будем иметь

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_z = (\vec{\Omega} \vec{c}_z) - \omega_z (n_z^0 - 1) - \theta_{zz} a_z^2 - \theta_{z, -z} a_{-z}^2 - \\ - (a_{-z}/a_z) \eta_{z, -z} \cos(\psi_{z, -z} + \Phi_{z, -z}), \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_{-z} = -(\vec{\Omega} \vec{c}_z) - \omega_{-z} (n_{-z}^0 - 1) - \theta_{-z, -z} a_{-z}^2 - \theta_{-z, z} a_z^2 - \\ - (a_z/a_{-z}) \eta_{-z, z} \cos(\psi_{-z, z} + \Phi_{-z, z}), \end{aligned} \quad (3.53)$$

где

$$n_{\pm z}^0 = \sum_{\alpha} W_{\alpha} n_{\pm z \alpha}^0, \quad (3.54)$$

$$\theta_{\pm z, \mp z} = \sum_{\alpha} \omega_{\pm z} W_{\alpha} \chi_{\mp z \alpha}^{\alpha} (n_{\pm z \alpha}^0 - 1), \quad (3.55)$$

$$\theta_{\pm z, \mp z} = \sum_{\alpha} \omega_{\pm z} W_{\alpha} \chi_{\mp z \alpha}^{\alpha} (n_{\pm z \alpha}^0 - 1). \quad (3.56)$$

Частоты встречных волн при этом будут равны

$$\omega_z = \omega_0 + \dot{\varphi}_z; \quad \omega_{-z} = \omega_0 + \dot{\varphi}_{-z}. \quad (3.57)$$

Физический смысл слагаемых, входящих в формулы (3.52) и (3.53) состоит в следующем:  $\vec{\Omega}c_x$  определяет смещение частоты  $\pm k$ -волн вследствие вращения резонатора;  $\omega_x(n_x^0 - 1)$  описывает затягивания частоты генерации к центру доплеровской линии, обусловленное взаимодействием двух резонансных систем: резонатора и атомов активного вещества (аналогичное явление имеет место в классических генераторах электромагнитных колебаний с двумя контурами [71]); члены вида

$$\theta_{x, x} a_x^2 + \theta_{x, -x} a_{-x}^2$$

характеризуют явление «выталкивания» частот  $\pm k$ -волн, обусловленное нелинейными характеристиками усиливающей среды; осциллирующий член обусловлен интерференционными явлениями между основной волной и рассеянной.

Из соотношений (3.52) и (3.53) следует, что частоты встречных лучей несут информацию об угловой скорости вращения КОКГ. Разность частот встречных волн на основании уравнений (3.52) и (3.53) может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_{x, -x} = & 2(\vec{\Omega}c_x) - \omega_x(n_x^0 - n_{-x}^0) - a_x^2(\theta_{x, x} - \theta_{-x, x}) - \\ & - a_{-x}^2(\theta_{x, -x} - \theta_{-x, -x}) - (a_{-x}/a_x) \times \\ & \times \eta_{x, -x} \cos(\psi_{x, -x} + \Phi_{x, -x}) - (a_x/a_{-x}) \times \\ & \times \eta_{-x, x} \cos(\psi_{-x, x} - \Phi_{-x, x}). \end{aligned} \quad (3.58)$$

Пользуясь результатами работы [69] запишем выражение для разностей коэффициентов  $n_{\pm x}^0$  и  $\theta_x$  соответственно в форме

$$n_x^0 - n_{-x}^0 \approx \frac{ck_x}{\omega_x \gamma_{ab}} \dot{\psi}_{x, -x}, \quad (3.59)$$

$$1 \gg |\theta_{x, x} - \theta_{-x, x}| \approx |\theta_{x, -x} - \theta_{-x, -x}| \approx 0. \quad (3.60)$$

После несложных преобразований уравнение (3.58) можно представить в виде

$$\dot{\psi} = (\vec{\Omega} \vec{c}_d) + \eta \sin(\psi - \varphi), \quad (3.61)$$

где

$$\vec{c}_d = 2\vec{c}_x (1 + ck_x^0/\gamma_{ab})^{-1}, \quad (3.62)$$

$$\eta = (1 + ck_x^0/\gamma_{ab})^{-1} \{ [(a_{-x}/a_x) \eta_{x, -x} \cos \Phi_{x, -x} + \\ + (a_x/a_{-x}) \eta_{-x, x} \cos \Phi_{-x, x}]^2 + [(a_{-x}/a_x) \eta_{x, -x} \sin \Phi_{x, -x} - \\ - (a_x/a_{-x}) \eta_{-x, x} \sin \Phi_{-x, x}]^2 \}^{1/2}, \quad (3.63)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = [(a_{-x}/a_x) \eta_{x, -x} \cos \Phi_{x, -x} + \\ + (a_x/a_{-x}) \eta_{-x, x} \cos \Phi_{-x, x}] [(a_{-x}/a_x) \eta_{x, -x} \sin \Phi_{x, -x} - \\ - (a_x/a_{-x}) \eta_{-x, x} \sin \Phi_{-x, x}]^{-1}. \quad (3.64)$$

Величину  $c_d$ , определяемую выражением (3.62), можно назвать динамическим коэффициентом расщепления собственных частот КОКГ (в отличие от коэффициента  $c_x$ , не учитывающего влияния активной среды на расщепления собственных частот кольцевого резонатора).

Полученное соотношение определяет частотные характеристики КОКГ, т. е. зависимость частоты встречных волн от состояния активной среды (состава, уровня накачки и т. п.) и угловой скорости.

## Глава 4

### ЗАТЯГИВАНИЕ ЧАСТОТЫ И СИНХРОНИЗАЦИЯ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В КОЛЬЦЕВОМ ОКГ

#### 4.1. Физические процессы при затягивании и захвате частоты кольцевого ОКГ

В предыдущих главах с помощью уравнения электромагнитного поля для КОКГ были получены соотношения для амплитудных и частотных характери-

стик, которые в рамках принятых допущений позволяют проанализировать основные свойства КОКГ. В данной главе остановимся на физической стороне некоторых процессов, протекающих в КОКГ, и более подробно проанализируем явление взаимодействия встречных волн, в определенных режимах оказывающее существенное влияние на характеристики КОКГ при использовании последнего в качестве измерителя угловых скоростей.

Одной из важных особенностей КОКГ, как это следует из приведенного выше рассмотрения, является картина распределения поля в резонаторе, которая существенно отличается от распределения поля в обычном («линейном») квантовом генераторе с резонатором типа Фабри—Перо. Это объясняется отличием граничных условий в упомянутых типах генераторов: в обычном генераторе они выполняются на зеркалах резонатора, в кольцевом ОКГ граничные условия определяются наличием кольцевого однопольного характера излучения.

Для исследования процессов в КОКГ наряду с аналитическими методами, которые для упрощения задачи требуют достаточно жестких ограничений на режим ОКГ можно использовать математическое моделирование, позволяющее анализировать режимы КОКГ при значительно меньших ограничениях. В работе [119] методом электронного моделирования на аналоговой электронной машине МНБ-1 проведено интересное исследование взаимодействия встречных волн во вращающемся КОКГ: определены зависимости частоты биений, ширина полосы синхронизации при различных значениях коэффициентов связи встречных волн и величины расстройки, а также проанализированы явления гистерезиса и устойчивость различных режимов кольцевого лазера. Качественный характер некоторых полученных в работе результатов не позволяет получить количественные оценки зависи-

мости ряда параметров КОКГ от режима, однако наглядность и широкий диапазон применяемых параметров делают эту работу весьма ценной для изучения процессов в КОКГ.

Квантовые оптические генераторы, в том числе и кольцевые лазеры, можно отнести к классу автоколебательных нелинейных систем, общая теория которых достаточно хорошо разработана.

Однако при анализе КОКГ возникает ряд трудностей, связанных с необходимостью рассмотрения систем с распределенными постоянными, взаимодействием сложного по структуре электромагнитного поля с веществом, в общем случае обладающим анизотропными свойствами, в условиях конкуренции большого числа видов колебаний (мод). Даже при введении ряда ограничений и допущений исследование процессов в КОКГ оказывается достаточно сложным.

К числу интересных явлений в КОКГ, имеющих важное научное и прикладное значение, можно отнести затягивание частоты и захватывание (синхронизацию) излучения встречных волн, наблюдаемые в области относительно малых угловых скоростей вращения кольцевого резонатора. Явление затягивания частоты и захватывания хорошо известны в теории колебаний и рассмотрены во многих работах применительно к различным автоколебательным системам, находящимся под воздействием внешних периодических сил. В теории автоколебательных систем под затягиванием частоты принято понимать изменение частоты генерируемых колебаний, обусловленное расстройкой колебательной системы, связанной с колебательной системой автогенератора, или изменением нагрузки автогенератора.

В ОКГ понятие затягивания частоты используется для характеристики воздействия на рабочую частоту генератора активной среды. По аналогии с обычным понятием затягивания в оптическом генераторе можно

выделить как бы две колебательные системы: высокоэталонную систему «автогенератор», излучающую колебания вблизи спектральной линии перехода, и высокодобротный резонатор. Для газовых ОКГ ширина спектральной линии обычно много больше полосы пропускания резонатора и возбуждение колебаний происходит обычно на частоте, близкой, но не равной частоте резонатора. Отклонение частоты излучения от собственной частоты резонатора, которое происходит под влиянием активной среды, и определяет затягивание частоты.

Для КОКГ, в которых взаимодействуют встречные волны, под затягиванием понимают также изменение частоты биений встречных волн, обусловленное их взаимным влиянием. При достаточно малой угловой скорости вращения КОКГ в этом случае может происходить взаимная синхронизация (захватывание), при которой биения исчезают, т. е. частота биений становится равной нулю. Очевидно, что все упомянутые выше факторы влияют на частоты встречных волн КОКГ, в той или иной степени влияют на частоту биений и, следовательно, на точность измерения угловой скорости при использовании КОКГ в качестве гироскопа.

Напомним кратко характер протекания процесса взаимного затягивания частоты и синхронизации двух автоколебательных систем, колебания в которых близки к гармоническим. Именно такими системами являются ОКГ. При весьма слабой связи между автоколебательными системами колебания в них практически происходят на частотах, соответствующих автономным режимам. По мере увеличения связи возрастает взаимное влияние систем друг на друга, которое приводит к изменению частот и амплитуды каждой из автоколебательных систем — явлению затягивания частоты. В общем случае изменение частоты генерируемых колебаний связано с изменением реактивных параметров колебательных контуров систем за счет вносимого сопротивления, а также вследствие изменения параметров нелинейного элемента, зависящих от амплитуды.

При достаточно большой связи наблюдаются биения между колебаниями систем, которые уже нельзя считать гармоническими

ми, а затем происходит захватывание колебаний, проявляющееся в «исчезновении» парциальных частот автоколебательных систем и генерации только одной частоты. При этом режим синхронизации может оказаться устойчивым и сохраняться при относительно небольших изменениях режимов автоколебательных систем, настройки контуров и параметров связи.

Характерным для режима синхронизации, как показывает анализ, является то, что изменение разности фаз колебаний двух

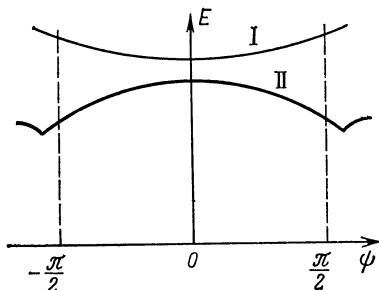


Рис. 4.1. Изменение амплитуд колебаний в связанных автоколебательных системах I и II в зависимости от разности фаз.

автоколебательных систем при вариациях парциальных частот отдельных систем ограничивается приблизительно следующими пределами  $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ , а общий характер изменения амплитуды колебаний в системах I и II в зависимости от разности фаз колебаний, устанавливаемых регулировкой связи, имеет вид, показанный на рис. 4.1.

Заметим, что затягивание частоты, синхронизация встречных волн, а также конкуренция видов колеба-

ний в КОКГ, хотя и связаны с квантовым механизмом процесса взаимодействия поля и частиц, с точки зрения теории колебаний не являются особенностями только КОКГ и наблюдаются в связанных автоколебательных системах с другими механизмами возбуждения колебаний. Даже с таким казалось бы специфическим явлением, как конкуренция видов колебаний, сталкиваемся при рассмотрении в автогенераторах СВЧ пролетного типа, в которых возбуждение колебаний вызвано взаимодействием электромагнитного поля с электронным потоком. И если в ОКГ интенсивная конкуренция наблюдается между видами колебаний, существование которых связано с одними и теми же группами атомов активной среды, то

в электронных генераторах конкуренция видов колебаний имеет место для колебаний, возникающих в результате интенсивного энергообмена с одними и теми же группами электронов, что и создает в ряде случаев трудности формирования электронного потока в соответствии с генерируемым видом колебаний в приборах СВЧ.

Процесс синхронизации частоты и оценки полосы захватывания КОКГ, правда, при односторонней внешней синхронизации весьма просто и физически наглядно рассмотрены в работе [79].

Для трехзеркального лазера (рис. 4.2), полагая, что отсутствует взаимодействие встречных волн, рассмотрим синхронизацию одной волны, движущейся против часовой стрелки. Считаем, что внешняя сила, вводимая через одно из зеркал, например 1, мала по сравнению с амплитудой основной волны и для обеспечения захватывания незначительно отличается от частоты генератора (вследствие узкой полосы захватывания).

В отсутствие внешней силы волну, отражающуюся от зеркала 1, можно представить как

$$E_1 \exp [i(\omega t - kx - \varphi)],$$

где  $E_1$ ,  $\omega$  — амплитуда и частота волны;  $x$  — пройденный волной путь, отсчитываемый от зеркала 1;  $\varphi$  — начальная фаза.

После обхода кольца, оптическая длина которого  $L$ , для волны может быть написано соотношение

$$F(E_1) \exp [-\beta_1 + i(\omega t - kL - \varphi)], \quad (4.1)$$

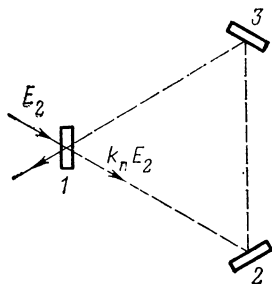


Рис. 4.2. Схема осуществления внешней синхронизации.



где величина  $\exp(-\beta_1)$  учитывает затухание волны при обходе контура. Если коэффициент отражения зеркала  $1$  равен  $m$ , то из условия равенства тангенциальных составляющих электрического поля получим соотношение

$$E_1 + mF(E_1) \exp[-\beta_1 + i(\omega t - kL - \varphi)] = 0, \quad (4.2)$$

из которого можно получить уравнение, определяющее частоту генерируемых колебаний

$$k_0 L \equiv \frac{\omega_0}{c} L = 2\pi N + \pi, \quad (4.3)$$

где  $N$  — целое число;  $c$  — скорость света, и амплитуду

$$E_0 \exp \beta = F(E_0), \quad (4.4)$$

величина  $\beta$  определяет ослабление амплитуды за один цикл обхода кольца.

При введении через зеркало  $1$  внешней силы с частотой  $\omega$ , мало отличающейся от  $\omega_0$  и представляющей луч с амплитудой  $E_2$ , происходит захватывание и частота основного колебательного процесса изменяется с  $\omega_0$  на  $\omega$ .

Если коэффициент пропускания зеркала (по амплитуде) равен  $k_{\pi}$ , то на внутренней его поверхности величина синхронизирующей внешней силы будет равна  $k_{\pi}E_2$ . Граничное условие для стационарного колебательного режима на зеркале  $1$  будет определяться амплитудой основной волны  $E_1 \exp(-i\varphi)$  и внешней силой  $k_{\pi}E_2$ . Аналогично (4.2) запишем

$$E_1 e^{-i\varphi} + F(E_1) e^{-\beta - i(kL + \varphi)} = k_{\pi} E_2. \quad (4.5)$$

Обозначая  $kL = k_0 L + \alpha = 2\pi N + \pi + \alpha$  и приравнявая квадраты модулей уравнения (4.5), получаем

$$E_1^2 + [F(E_1) e^{-\beta}]^2 - 2E_1 F(E_1) e^{-\beta} \cos \alpha = k_{\pi}^2 E_2^2.$$

Учитывая, что  $k_{\pi}E_2 \ll E_1$  (условие малости синхронизирующей силы), можно считать, что для стационарного режима  $E_1 = E_0 + \Delta E$ , где  $\Delta E \ll E_0$ .

Границам полосы захватывания соответствуют максимальное значение модуля  $|\alpha|_{\max} = k_{\pi}E_2/E_0$ . Для полосы захватывания при этом можно получить следующее соотношение:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2(\omega - \omega_0)_{\max}}{\omega_0} = \frac{2c}{\omega_0 L} |\alpha|_{\max} = \frac{\lambda}{\pi L} \frac{k_{\pi}E_2}{E}, \quad (4.6)$$

где  $\lambda$  — длина волны.

Из последней формулы видно, что полоса синхронизации зависит как от параметров КОКГ ( $\lambda$ ,  $L$ ,  $E_0$ ), так и от величины внешней синхронизирующей силы, определяемой произведением  $k_{\pi}E_2$ . Если сравнить (4.6) с формулой для внешней синхронизации обычного автогенератора, то видна полная аналогия. В правой части записано отношение синхронизирующего напряжения к напряжению на контуре.

В рассмотренном простейшем случае односторонней синхронизации частота внешней синхронизирующей силы оставалась неизменной, а «податливостью» с точки зрения изменения частоты обладала только автоколебательная система — кольцевой ОКГ. В действительности же в процессе взаимодействия даже в идеализированном случае участвуют по крайней мере две встречные волны. Аналогом такого взаимодействия в радиотехнике является взаимная синхронизация двух автогенераторов.

## 4.2. Основные соотношения для ширины полосы захватывания

Приведенные в гл. 3 уравнения для амплитудных и частотных характеристик позволяют провести анализ различных режимов работы КОКГ. Наибольший интерес представляют частотные характеристики, ко-

которые непосредственно связаны с параметрами излучения (разностью фаз и частотой биений встречных волн), регистрируемыми при использовании КОКГ в качестве гироскопа.

Несмотря на ряд ограничений, принятых при выводе соотношения (3.58), анализ процессов, протекающих в КОКГ, на основании этого соотношения в общем случае оказывается весьма затруднительным. Вместе с тем основные качественные стороны процесса взаимодействия встречных волн, а также количественные оценки могут быть проанализированы на более простой модели одночастотного режима кольцевого ОКГ, в которой предполагается наличие только двух встречных волн, которые в дальнейшем будем помечать индексами 1 и 2 (т. е. в ранее полученных соотношениях будем полагать, что  $\kappa=2$  и  $-\kappa=1$ ).

С учетом сказанного в рамках, отмеченных в гл. 3 допущений, уравнению для частоты биений встречных волн (3.58) может быть придана следующая форма [69]:

$$\dot{\varphi}_{21} = \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1 = -\omega + \frac{\omega_1}{2} \left( \frac{1}{Q_2} - \frac{1}{Q_1} \right) + \omega_1 (n_1 - n_2) - \\ - \operatorname{Re} e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} \left\{ i \left( \frac{a_2}{a_1} \eta_{12}^* + \frac{a_1}{a_2} \eta_{21} \right) + \left( \frac{a_2}{a_1} \eta_{12}^* - \frac{a_1}{a_2} \eta_{21} \right) \right\}, \quad (4.7)$$

где  $a_1$ ,  $a_2$  и  $\dot{\varphi}_1$ ,  $\dot{\varphi}_2$  — амплитуды и скорости изменения фаз встречных волн;  $Q_1$ ,  $Q_2$  — добротности резонатора для первой и второй волн;

$$\eta_{12} = \frac{\omega_1}{2Q_1} r_{12} + \frac{i-1}{2} c k_1 \tilde{r}_{12}$$

$n_1$ ,  $n_2$  — коэффициенты преломления;  $\omega_1$  — сдвиг частоты, обусловленный вращением кольцевого резонатора;  $r_{12}$  и  $\tilde{r}_{12}$  — амплитудные коэффициенты связи, обусловленные отражением на зеркалах и рассеянием на не-

однородностях активной среды. Коэффициенты связи  $r_{12}$  и  $\tilde{r}_{12}$  определяют связь между волнами за счет рассеяния волны  $a_2$  в направлении волны  $a_1$ . Принимая, что частоты встречных волн без учета затягивания («расщепления») равны, т. е.  $\omega_1 = \omega_2$ .

Одним из недостатков КОКГ, работающих на одном изотопе, как известно, является сильная конкуренция встречных волн при расположении частоты генерации вблизи центра доплеровской линии. В результате этой конкуренции может наблюдаться подавление генерации одной из волн. Эффективный способ борьбы с этим явлением — применение активной газовой среды, состоящей из двух или большего числа изотопов, а также использование встречных волн различной поляризации (поляризационный метод), приводящее к снижению насыщения активной среды (кросс-насыщение) встречными волнами. Поляризационный метод, который кратко будет рассмотрен в гл. 7, позволяет не только уменьшить нелинейные взаимодействия между волнами, но и ослабить связь между ними, обусловленную обратным рассеянием [123].

В работе [105] обобщаются результаты исследования процессов затягивания и синхронизации на случай использования нескольких изотопов. По существу, наличие нескольких изотопов приводит к необходимости учета эффекта нелинейного взаимодействия, влияния их на показатели преломления ( $n_1$ ,  $n_2$ ) и коэффициенты усиления ( $k_1$ ,  $k_2$ ) для встречных волн. С точки зрения особенностей физических процессов, протекающих в КОКГ, применение нескольких изотопов позволяет избежать полностью или частично взаимодействия встречных волн с одними и теми же группами атомов и, следовательно, исключить возможность подавления одной из волн.

Из соотношения (4.7) видно, что частота биений зависит не только от угловой скорости вращения ре-

зонатора, но и от добротности его для каждой из волн, соотношения амплитуд волн, свойств активной среды, а также от коэффициента связи между встречными волнами.

Полагая, как и ранее, что амплитуды волн  $a_1$  и  $a_2$  отличаются незначительно:

$$a_1/a_2 = (1 + \varepsilon_1)/(1 - \varepsilon_1), \quad \varepsilon_1 \ll 1, \quad (4.8)$$

проанализируем изменение частоты биений в КОКГ при различных угловых скоростях вращения.

Заметим, что последнее соотношение справедливо при выполнении следующих условий:

$$\frac{|Q_1 - Q_2|}{Q_1 + Q_2} A_0 \ll 1 \quad \text{и} \quad |r| A_0 \ll 1,$$

где

$$A_0 = \frac{1}{2(\mu_1 - 1)} \frac{1 + \gamma \operatorname{Im} Z_1}{1 - \gamma \operatorname{Im} Z_1};$$

$r$  — коэффициент связи;  $\mu_1$  — отношение начального коэффициента усиления на частоте к среднему коэффициенту потерь для встречных волн;

$$Z_1 = \frac{1}{\sum_s \Delta N_s W_s} \sum_s^m \frac{\Delta N_s W_s}{\omega_s - \omega_1 - i\gamma};$$

$\Delta N_s$  — разность заселенностей рабочих уровней при отсутствии генерации;  $\omega_s$  — собственная частота атомов  $s$ -го изотопа;  $W_s$  — функция доплеровского контура;  $\gamma$  — однородная ширина линии перехода;  $m$  — число используемых изотопов.

Учитывая, что разность добротностей  $Q_1$  и  $Q_2$ , а также коэффициенты связи встречных волн имеют относительно небольшую величину, соответствующим подбором изотопов и их концентраций можно обеспечить выполнение условий, при которых соблюдается соотношение (4.8).

Для разности коэффициентов преломления встречающихся волн и величины  $\varepsilon_1$ , определяющей соотношение между амплитудными значениями этих волн, можно получить следующие выражения:

$$n_1 - n_2 = -\frac{1}{2\gamma Q_1}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) - 2\varepsilon_1 \Gamma_1 \left( \frac{1}{2\gamma Q_1} + \frac{\gamma}{\omega_1} \frac{\operatorname{Re} Z_1}{1 - \gamma \operatorname{Im} Z_1} \right), \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\omega_1}{4\Gamma_1} \left( \frac{1}{Q_2} - \frac{1}{Q_1} \right) - \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{2} (\eta_{12} + \eta_{12}^*) \int_{-\infty}^t e^{\Gamma_1(t'-t)} + i[\varphi_2(t') - \varphi_1(t')] dt' \right\}, \quad (4.10)$$

где  $\Gamma_1 = \frac{\omega_1}{2A_0 Q_1}$ .

После подстановки соотношений для  $(n_1 - n_2)$  и  $\varepsilon_1$  в уравнение (4.7) и пренебрежения малыми величинами  $\varepsilon^2_1$ ,  $\varepsilon_1 \eta$  получим

$$A_1(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) = -\omega' + |\eta_{21} + \eta_{12}^*| \left\{ B_1 \sin \varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\varphi_{21} \right\} + C_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\varphi_{21}) + \rho_1 \Gamma_1 \int_{-\infty}^t e^{\Gamma_1(t'-t)} \sin[\varphi_2(t') - \varphi_1(t') + \Delta\varphi_{21}] dt' \}. \quad (4.11)$$

Здесь

$$A_1 = 1 + \frac{\omega_1}{2\gamma Q_1}; \quad B_1 = 1 - \operatorname{Im} \frac{\eta_{21} - \eta_{12}^*}{\eta_{21} + \eta_{12}^*};$$

$$C_1 = \operatorname{Re} \frac{\eta_{21} - \eta_{12}^*}{\eta_{21} + \eta_{12}^*}; \quad (4.12)$$

$$\omega' = \omega + \frac{\omega_1}{2} \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) (1 - \rho_1);$$

$$\rho_1 = \frac{\omega_1}{2\gamma Q_1} + \gamma \frac{\operatorname{Re} Z_1}{1 - \gamma \operatorname{Im} Z_1}$$

где  $\Delta\varphi_{21}$  — фаза комплексной величины  $\eta_{21} + \eta_{12}^*$ .

Остановимся кратко на режиме взаимной синхронизации встречных волн, анализ которого имеет важное практическое значение. Для этого режима характерным является неизменность разности фаз  $\varphi_2 - \varphi_1$  во времени, т. е. отсутствие биений встречных волн. Подставляя функцию  $\Delta\varphi_{21}^{(1)} = \varphi_2 - \varphi_1$ , являющуюся возможным решением, в уравнение (4.11), получаем

$$|\eta_{21} + \eta_{12}^*| \sqrt{(B_1 + \rho_1)^2 + C_1^2} \sin(\Delta\varphi_{21}^{(1)} + \Delta\varphi_{21} + \Delta\varphi_1^{(0)}) = \omega'; \quad (4.13)$$

$$\sin \Delta\varphi_1^{(0)} = \frac{C_1}{\sqrt{(B_1 + \rho_1)^2 + C_1^2}}; \quad \operatorname{tg} \Delta\varphi_1^{(0)} = \frac{C_1}{B_1 + \rho_1}.$$

Так как множитель  $\sin(\Delta\varphi_{21}^{(1)} + \Delta\varphi_{21} + \Delta\varphi_1^{(0)}) \leq 1$ , то решение  $\Delta\varphi_{21}^{(1)}$  существует для значений частоты  $\omega'$ , удовлетворяющих условию

$$|\omega'| \leq |\eta_{21} + \eta_{12}^*| \sqrt{(B_1 + \rho_1)^2 + C_1^2}. \quad (4.14)$$

В области значений частот, определяемых этим условием, будет наблюдаться режим взаимной синхронизации встречных волн, биения будут отсутствовать и использование разности частот колебаний встречных волн для измерения угловой скорости вращения КОКГ становится невозможным.

Из соотношений (4.12) и (4.14) можно найти частотный сдвиг, обусловленный вращением кольцевого резонатора, определяющей границы полосы синхронизации (полосы захватывания)

$$\omega_c \approx \frac{\omega_1}{2} \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) (\rho_1 - 1) \pm |\eta_{21} + \eta_{12}^*| \times \\ \times \sqrt{(1 + \rho_1)^2 + |D_1|^2}, \quad (4.15)$$

где  $D_1 = (\eta_{21} - \eta_{12}^*) / (\eta_{21} + \eta_{12}^*)$ .

Заметим, что частота  $\omega_c$  линейно зависит от угловой скорости вращения кольцевого резонатора и связана с последней через коэффициент расщепления собственных частот кольцевого резонатора (см. гл. 3). Если допустить, что модуль коэффициента связи между волнами, определяемый обратным отражением от элементов кольцевого резонатора, значительно больше модуля коэффициента связи, обусловленного обратным рассеянием от неоднородностей газовой среды, то последнее соотношение может быть упрощено. Кроме того, в целях дальнейшего упрощения приближенно можно принять, что  $r_{12}^* \approx r_{21}$ ,  $\tilde{r}_{12}^* \approx \tilde{r}_{21}$ , а также  $ck \approx \omega_1/2Q_1$ .

С учетом этих допущений для входящих в (4.15) величин получим

$$\eta_{21} + \eta_{12}^* \approx \frac{\omega}{Q_1} r_{21}; \quad D_1 \approx \frac{1}{2} \left( \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} + i \frac{\tilde{r}_{21}}{r_{21}} \right).$$

Ширина полосы захватывания при этом будет равна

$$\Delta\omega_s \approx 2|\omega_c| = \frac{2\omega_1}{Q_1} |r_{21}| \left[ \left( 1 + \frac{\omega_1}{2\gamma Q_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \gamma \frac{\operatorname{Re} Z_1}{1 - \gamma \operatorname{Im} Z_1} \right)^2 + \frac{1}{4} \left| \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} + i \frac{\tilde{r}_{21}}{r_{21}} \right|^2 \right]^{1/2}. \quad (4.16)$$

Из этого выражения хорошо видно влияние активной среды на ширину полосы захватывания. Здесь уместно провести аналогию между полученной формулой и соотношением для синхронизации обычных автогенераторов внешней гармонической силой. Правда, это сравнение можно рассматривать как качественное, так как в КОКГ имеет место не «односторонняя», а взаимная синхронизация двух «автогенераторов».

Из теории синхронизации автоколебательных систем при условии малых расстройек частоты автогенератора по отношению к частоте внешней синхронизирующей силы известно, что полоса синхронизации



прямо пропорциональна величине внешней синхронизирующей силы и обратно пропорциональна добротности колебательной системы автогенератора.

Первые два множителя в выражении для ширины зоны захвата подтверждают наличие такой зависимости в КОКГ. Ширина полосы захватывания, как видно из (4.16), обратно пропорциональна добротности. Резонаторный коэффициент связи  $r_{21}$  определяет величину отраженного излучения одной из волн от элементов кольцевого резонатора, например от зеркал, которое направляется в противоположную сторону и для второй волны, по существу, является «внешней синхронизирующей силой». С увеличением модуля коэффициента отражения расширяется полоса синхронизации.

Влияние активной среды на процесс синхронизации учитывается составляющими третьего множителя выражения (4.16). Полоса синхронизации, как видно из выражения для  $Z_1$ , зависит от изотопного состава газовой смеси, соотношения между частотой атомных переходов изотопов и частотой резонаторов, а также от отношения газового коэффициента связи  $\tilde{r}_{21}$ , определяющего обратное рассеяние на неоднородностях газовой среды, к резонаторному коэффициенту связи  $r_{21}$ .

Если принять постоянными значения добротностей и коэффициентов связи, то полоса захватывания будет определяться главным образом расстройкой частоты резонатора относительно атомного перехода, и при расстройке, когда выполняется следующее условие:

$$1 + \rho_1 \equiv 1 + \frac{\omega_1}{2\gamma Q_1} + \gamma \frac{\operatorname{Re} Z_1}{1 - \gamma \operatorname{Im} Z_1} = 0, \quad (4.17)$$

будет иметь минимальную ширину

$$|\Delta\omega_3|_{\min} \approx \frac{\omega_1}{Q_1} \left| \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} r_{21} + i\tilde{r}_{21} \right|. \quad (4.18)$$

### 4.3. Особенности работы КОКГ вблизи границы полосы захватывания (синхронизации)

Аналитическое решение исходного уравнения (4.7) для области вне полосы захватывания отличается от решения для полосы. С физической точки зрения это объясняется тем, что после перехода границы полосы захватывания (синхронизации), например при увеличении угловой скорости вращения кольцевого резонатора, встречные волны выпадают из синхронизма и можно наблюдать биения между прямой и обратной волнами, частота и характер которых зависят от угловой скорости и степени отличия угловой скорости вращения от ее значения, соответствующего граничной частоте полосы захватывания  $\omega_c$ . Очевидно, что для этой области работы КОКГ должны существовать решения, зависящие от времени.

Обозначим решение уравнения (4.7) для области вне полосы синхронизации  $\Delta\varphi^{(2)}_{21}(t)$  и найдем его, вводя некоторые упрощающие предположения [69]. В качестве нулевого приближения выбираем решение, соответствующее разности фаз в отсутствие связи между волнами  $(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^{(0)} \approx -\omega'$ .

Выполняя интегрирование в уравнении (4.11) и заменяя интегральный член его приближенным значением

$$\begin{aligned} \Gamma_1 \int_{-\infty}^t e^{\Gamma_1(t'-t)} \sin[\varphi_2(t') - \varphi_1(t') + \Delta\varphi_{21}] dt' \approx \\ \approx \frac{\sin[\varphi_2(t) - \varphi_1(t) + \Delta\varphi_{21}] + (\omega'/\Gamma_1) \times \\ \times \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t) + \Delta\varphi_{21}]}{1 + (\omega'/\Gamma_1)^2}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

запишем (4.11) в виде

$$A_1(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) = -\omega' + \xi_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1 + \tilde{\Delta\varphi}_{21}), \quad (4.20)$$

где

$$\xi_1 = |\omega_c| \left\{ \frac{1 + (2|\eta_{21}|/\omega')^2 (\omega'/\Gamma_1) [(\omega'/\Gamma_1) + 2\rho_1 C_1]}{1 + (\omega'/\Gamma_1)^2} \right\}^{1/2};$$

$\tilde{\Delta}\varphi_{21}$  — постоянная разность фаз, определяемая параметрами системы.

Для установившегося режима может быть получено следующее решение уравнения (4.20):

$$\Delta\varphi_{21}^{(2)}(t) + \tilde{\Delta}\varphi_{21} = -2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega'} \left[ V(\omega')^2 - \xi_1^2 \times \right. \\ \left. \times \operatorname{tg} \frac{V(\omega')^2 - \xi_1^2}{2A_1} t - \xi_1 \right], \quad (4.21)$$

которое существует в области, где выполняется условие  $|\omega'| > \xi_1$ .

Ранее мы предположили, что в системе реализуются условия, при которых амплитуды встречных волн отличаются незначительно. В результате сложения колебаний встречных волн, имеющих практически одинаковую амплитуду ( $\varepsilon_1 \ll 1$ ), будут наблюдаться суммарные колебания, частота которых равна

$$\omega_1 + 0,5(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2).$$

При этом амплитуду суммарного колебания получим в результате геометрического сложения амплитуд исходных колебаний

$$a_\Sigma \approx (a_1 + a_2) \cos \left[ \frac{1}{2}(\varphi_2 - \varphi_1) \right]. \quad (4.22)$$

Подставляя решение (4.21) в последнее соотношение, приходим к следующему выражению для амплитуды суммарного колебания:

$$a_\Sigma(t) = a \frac{\cos(\Delta\omega_1 t + \varphi_0)}{\sqrt{1 + (\xi_1/\omega') \cos(2\Delta\omega_1 t + \tilde{\varphi}_0)}}; \quad (4.23)$$

где

$$\Delta\dot{\omega}_1 = \frac{1}{2A_1} \sqrt{(\omega')^2 - \xi_1^2}; \quad (4.24)$$

$a$ ,  $\varphi_0$ ,  $\tilde{\varphi}_0$  — независимые от времени величины,

Изменение огибающей суммарных колебаний, хотя и носит периодический характер, отличается от гармонического и только при достаточно большой скорости вращения, когда  $\omega' \gg \xi_1$  изменение амплитуды приближается к гармоническому с частотой

$$\Delta\omega \approx \frac{\omega'}{2A_1} = \frac{1}{2A_1} \left[ \omega + \frac{\omega_1}{2} \left( \frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) (1 - \rho_1) \right]. \quad (4.25)$$

В предыдущем параграфе было получено решение  $\Delta\varphi^{(1)}_{21}$  основного уравнения для разности фаз внутри полосы синхронизации и из условия существования этого решения были определены границы полосы синхронизации.

Решение  $\Delta\varphi^{(2)}_{21}(t)$  получено для области угловых скоростей вращения вне полосы синхронизации. Сравним эти два решения на границе полосы синхронизации, где они, как представляется на первый взгляд, должны совпадать. Рассмотрим изменение общего характера решения при уменьшении скорости вращения КОКГ и приближении ее к границе полосы синхронизации. По мере уменьшения угловой скорости частота  $\omega'$  по величине будет стремиться к  $\xi_1$ , а частота  $\Delta\omega$  (которую можно рассматривать как основной тон при разложении  $a_x(t)$  в ряд Фурье) также будет снижаться и в пределе при некотором значении  $\omega' = \omega'_0$  произойдет взаимная синхронизация встречных волн и частота биений  $\Delta\omega$  станет равной нулю.

Используя развернутое выражение для  $\xi_1$  и учитывая, что  $(2|\eta_{21}|/\Gamma_1)^2 \ll 1$ ;  $(2|\eta_{12}|/\Gamma_1) \ll 1$  и  $C_1 \ll 1$ , получаем

$$\omega'_0 \approx \pm |\omega_c| \left[ \frac{2}{1 + \sqrt{1 + (2\omega_c/\Gamma_1)^2}} \right]^{1/2}. \quad (4.26)$$

Напомним, что  $\omega_c$  — частота, соответствующая границе полосы синхронизации, определенная из условия существования первого решения  $\Delta\varphi^{(1)}_{21}$ . Из соотношения (4.26) видно, что в общем случае граничная

частота  $\omega'_0$  отличается от полученной ранее граничной частоты  $\omega_c$ , и эта разница возрастает по мере увеличения отношения  $\omega_c/\Gamma_1$ , которое зависит от величины коэффициента обратной связи, частоты настройки резонатора и частоты атомных переходов активной среды. При увеличении обратной связи и уменьшении расстройки резонатора относительно частоты перехода величина  $|\omega_c| - |\omega'_0|$  возрастает.

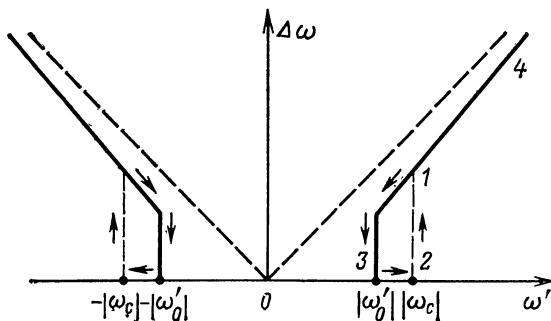


Рис. 4.3. Зависимость частоты биений встречных волн от угловой скорости вращения КОКГ.

На рис. 4.3. показана зависимость частоты биений  $\Delta\omega$  от величины  $\omega'$ . Напомним, что частота  $\omega'$  линейно связана с угловой скоростью вращения. В характере изменения  $\Delta\omega$  от  $\omega'$  наблюдаются «гистерезисные» явления: величина  $\Delta\omega$  в области между  $\omega'_0$  и  $\omega_c$  зависит не только от значения  $\omega'$ , но и от предыстории установления заданного значения  $\omega'$ . Так например, при уменьшении  $\omega'$  изменение частоты биений будет происходить плавно соответственно с кривой 4—1—3 и в точке 3, в которой  $\omega' = \omega'_0$  произойдет (захватывание частоты, т. е. взаимная синхронизация встречных волн, и при дальнейшем уменьшении  $\omega'$  и, следовательно, угловой скорости вращения частота биений  $\Delta\omega = 0$ . При обратном увеличении  $\omega'$  выпадение

из синхронизма произойдет не в точке 3 ( $\omega' = \omega'_0$ ), а при большем значении, соответствующем точке 2, где  $\omega' = \omega_c$ . При этом частота биений  $\Delta\omega$  скачком изменится до значения, определяемого точкой 1. Дальнейшее изменение  $\Delta\omega$  будет происходить по кривой 1—4.

С формальной точки зрения это является следствием того, что в области между значениями  $\omega' = \omega'_0$  и  $\omega' = \omega_c$  уравнение имеет два решения, т. е.  $\Delta\varphi^{(1)}_{21}$  и  $\Delta\varphi^{(2)}_{21}$ . При этом реализация того или иного решения зависит от предыдущего состояния системы, точнее, от параметров нелинейной активной среды КОКГ. Гистерезисные явления обусловлены наличием в выражении для показателя преломления (4.9) величины  $\varepsilon_1$ , включающей интегральный член, пределы интегрирования которого, а следовательно, и его величина зависят от времени.

#### 4.4. Измерение малых угловых скоростей в полосе синхронизации

В предыдущих параграфах были рассмотрены процессы биения встречных волн КОКГ, определена область взаимной синхронизации и проанализированы различные факторы, влияющие на ширину этой области. Одна из причин, ограничивающая возможность измерения малых угловых скоростей из-за захвата встречных волн, обусловлена обратным рассеянием от неоднородностей кольцевого резонатора, приводящим к увеличению связи между встречными волнами.

Принятием специальных мер удастся снизить обратное рассеяние на неоднородностях активной среды, а также обратное отражение от зеркал и других элементов и таким образом можно сдвинуть зону захватывания в область относительно низких частот и тем самым расширить рабочую область лазерного гироскопа. Минимальная величина зоны захватыва-

ния составляет примерно 100 Гц. При тщательном выполнении КОКГ зона захвата может быть снижена до 50 Гц.

Существует несколько путей расширения диапазона измерения малых значений угловых скоростей вращения, для которых частота биений встречных волн попадает в зону захватывания:

1) поиск новых конструктивных и технологических мер, позволяющих получить еще меньшие значения связи между встречными волнами, обратного рассеяния и, следовательно, меньшие значения граничной частоты зоны захвата; 2) применение метода «частотной подставки», т. е. перевод тем или иным способом (включением невзаимных элементов или принудительным дополнительным вращением КОКГ) измеряемой частоты биений за полосу захватывания; 3) использование фазовых соотношений между встречными волнами непосредственно в полосе захватывания.

Первый путь очевиден, однако он связан с определенными техническими ограничениями. Метод «частотной подставки» весьма перспективен и реализация его подробно рассмотрена в следующих главах. Ниже кратко остановимся на измерении угловых скоростей, основанном на использовании фазовых соотношений между встречными волнами в полосе синхронизации.

В работах [69, 80, 89, 94, 124, 129 и др.] проанализированы процессы взаимодействия волн, а в работе [130] впервые обращено внимание на практическую возможность измерения малых угловых скоростей вращения, соответствующих полосе захватывания, и предложен один из вариантов схемы фазометра для реализации этого метода измерения.

Из рассмотрения взаимной синхронизации двух автоколебательных систем можно установить, что в полосе синхронизации фазовые соотношения колебаний каждой системы зависят от взаимной расстройки

частот автоколебательных систем до синхронизации и, как уже отмечалось выше, разность фаз колебаний  $\psi$  в полосе синхронизации может изменяться примерно в пределах  $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ .

По аналогии со взаимной синхронизацией автоколебательных систем в КОКГ потенциальная частотная «расстройка» (т. е. разность частот встречных волн в предположении отсутствия захватывания) определяется угловой скоростью вращения КОКГ, от величины которой и будет зависеть фазовый сдвиг между встречными волнами в режиме взаимной синхронизации.

Остановимся на этом более подробно. Рассмотрим простейший случай, когда связь между волнами, приводящая к захватыванию обусловлена обратным рассеянием.

В этом случае волновые уравнения могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial^2 E'_1}{\partial z^2} - \epsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\omega}{Q_1} \frac{\partial E'_1}{\partial t} + \frac{\partial^2 E'_1}{\partial t^2} - \frac{\omega}{Q_1} \frac{\partial E'_2}{\partial t} \right) = -\mu_0 \omega^2 P_1, \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial^2 E^2_2}{\partial z^2} - \epsilon_0 \mu_0 \left( \frac{\omega}{Q_2} \frac{\partial E^2_2}{\partial t} + \frac{\partial^2 E^2_2}{\partial t^2} - \frac{\omega}{Q_2} \frac{\partial E^2_1}{\partial t} \right) = -\mu_0 \omega^2 P_2,$$

где приняты обозначения:

$$E'_1(z, t) = E_1(t) \sin [kz + \omega_1 t + \Phi_1(t)];$$

$$E^2_2(z, t) = E_2(t) \sin [kz - \omega_2 t - \Phi_2(t)].$$

Верхний индекс 1 соответствует волне, бегущей направо, индекс 2 — волне, бегущей налево;  $Q_1 = \frac{\epsilon_0 \omega_1}{\sigma_1}$ ;

$Q_2 = \frac{\epsilon_0 \omega_2}{\sigma_2}$  — добротность резонатора для первой и второй волн;  $\sigma_1, \sigma_2$  — эквивалентные проводимости резонатора;  $P_1, P_2$  — проекция поляризации активной среды на первую и вторую волны.



В результате обратного рассеяния возбуждаются волны, двигающиеся навстречу основной волне

$$E^2_1(z, t) = \alpha_2 E_1(t) \sin [(kz - \varphi_2) - \omega_1 t - \Phi_1(t)];$$

$$E^1_2(z, t) = \alpha_1 E_2(t) \sin [(kz - \varphi_1) + \omega_2 t + \Phi_2(t)]. \quad (4.28)$$

Здесь  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — малые параметры, определяющие интенсивность обратного рассеяния;  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  — фазовые сдвиги волн обратного рассеяния.

При выводе волновых уравнений (4.27) полагаем, что результирующее электрическое поле является суперпозицией бегущих волн.

Заметим, что вследствие учета обратного рассеяния в скобках левой части уравнений (4.27) появляется третий член: в направлении волны  $E^1_1$  появляется составляющая волны  $E^1_2$ , обусловленная обратным рассеянием бегущей навстречу волны  $E^2_2$ .

Решая волновые уравнения обычным для подобного типа задач методом, полагая, что обратное рассеяние мало,  $Q_1 = Q_2$ , интенсивности встречных волн отличаются незначительно, можно получить соотношение, связывающее разность фаз встречных волн  $\psi$  с угловой скоростью вращения КОКГ в области взаимной синхронизации встречных волн [130]:

$$\Omega = C_\Omega \sin(\psi - \psi_0), \quad (4.29)$$

где

$$\psi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} + \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \operatorname{tg} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right).$$

Постоянная  $C_\Omega$  зависит от геометрических и электрических параметров КОКГ (размеров, добротности, частоты изучения), а также от интенсивностей обратного рассеяния  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и фазовых сдвигов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ .

Соотношение (4.29) может быть также получено из уравнения (4.13), справедливого для полосы син-

хронизации встречных волн, путем введения упомянутых выше упрощающих ограничений. Следует также отметить, что к соотношению, аналогичному (4.29), мы приходим и при анализе взаимной синхронизации двух автогенераторов. В этом случае под частотой  $\Omega$  следует понимать разность парциальных частот автогенераторов в свободном, несинхронизованном режиме.

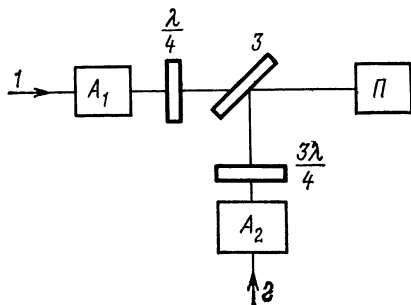


Рис. 4.4. Схема фазометра для измерения разности фаз в зоне захвата.

При известных  $C_{\Sigma}$  и  $\psi_0$ , которые могут быть определены в результате эксперимента, по измеренным значениям разности фаз  $\psi$  может быть найдена угловая скорость вращения КОКГ. Измерения  $\psi$  могут быть осуществлены различными методами. В работе [130] описывается одна из схем фазометра (рис. 4.4), в котором разность фаз между двумя волнами регистрируется по углу поворота плоскости поляризации.

На аттенюаторы  $A_1$  и  $A_2$  поступают линейно-поляризованные волны 1 и 2, которые, проходя через пластинки толщиной  $\lambda/4$  и  $3\lambda/4$ , приобретают круговую поляризацию и совмещаются с помощью полупрозрачного зеркала 3. Аттенюаторы позволяют уста-

новить одинаковую интенсивность волн 1 и 2 на выходе прибора. Измеряя угловое положение плоскости поляризации суммарной волны, которая имеет уже линейную поляризацию, можно оценить вариации разности фаз  $\psi$  при изменении угловой скорости вращения КОКГ.

Заметим в заключение, что при использовании метода измерения малых угловых скоростей вращения в полосе синхронизации в реальных устройствах мы сталкиваемся с необходимостью перехода от фазового метода измерения в полосе синхронизации к частотному методу — вне полосы синхронизации, который имеет, как это будет показано ниже, определенные преимущества перед фазовыми. Технически это потребует использования устройств перехода (переключения) с фазового измерителя на частотный. Однако, к сожалению, этим не ограничиваются трудности использования фазового метода в полосе захватывания. Известно из теории взаимной синхронизации автоколебательных систем, что на границе полосы захватывания наблюдаются значительные флуктуации разности фаз колебаний синхронизованных генераторов, а в данном случае разности фаз встречных волн, которые, по существу, заставляют исключить область вблизи границы полосы захватывания из рабочего диапазона измерителя.

#### **4.5. Результаты экспериментального изучения взаимодействия встречных волн в КОКГ**

При экспериментальном исследовании различных режимов КОКГ снимали амплитудные и частотные характеристики, изучались процессы перераспределения интенсивностей встречных лучей при изменениях параметров резонатора, а также процессы взаимодействия встречных волн. Ниже приводятся некоторые результаты измерения интенсивности встречных волн

при вариациях периметра кольцевого резонатора и зависимости амплитудных и частотных характеристик от величины и характера связи между встречными волнами.

Изменение периметра резонатора приводит к изменению его собственных частот и условий взаимодействия встречных волн, в частности, вызывает

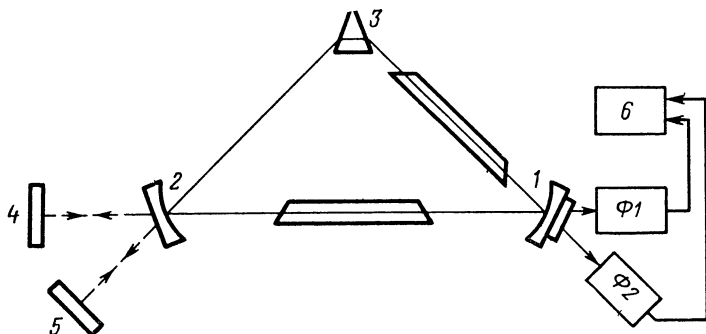


Рис. 4.5. Схема установки для наблюдения перераспределения интенсивности встречных волн при изменении периметра кольцевого резонатора.

перераспределение энергии между волнами. В некоторых режимах генерации наблюдается скачкообразное перераспределение интенсивности при сохранении неизменной суммарной энергии волн. В статье [108] приводятся экспериментальные результаты, хорошо иллюстрирующие основные особенности взаимодействия встречных волн. Измерения проводились на кольцевом гелий-неоновом ОКГ,  $\lambda=0,6328$  мкм. В кольцевом резонаторе, имеющем периметр 130 см использовались два зеркала (1, 2) и призма 3 (рис. 4.5). Для регистрации излучения правобегущей и левобегущей волн использовались два фотоумножителя ( $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ), с выхода которых сигналы подавались на двухлуче-

вой осциллограф 6. Периодическое изменение периметра кольцевого резонатора осуществлялось с помощью пьезокерамического элемента, на котором было укреплено зеркало 1.

Зависимость интенсивности встречных волн от длины кольцевого резонатора показана на рис. 4.6. Рис. 4.6,а соответствует режиму вблизи порога генерации, когда интенсивности первого  $I_1$  и второго  $I_2$

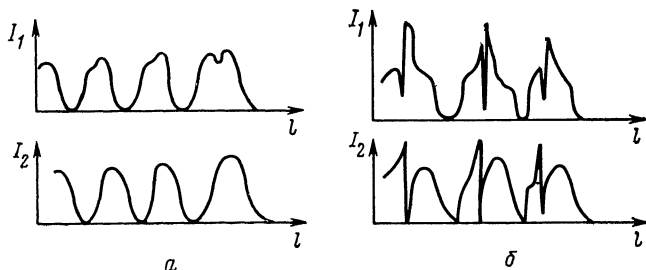


Рис. 4.6. Зависимость интенсивности встречных волн от периметра кольцевого резонатора.

лучей сравнительно невелики. Каждый луч при малой интенсивности взаимодействует с относительно небольшой частью атомов активного вещества, и поэтому не наблюдается их сильной конкуренции. С увеличением мощности генерации наблюдается сильная конкуренция встречных лучей вблизи центра линии, следствием чего является резкое перераспределение интенсивности лучей при сохранении их суммарной интенсивности приблизительно неизменной (рис. 4.6,б). Хотя это перераспределение происходит в течение весьма малого времени, переходный процесс имеет колебательный характер. В экспериментальной установке частота колебаний в переходном режиме составляла около 3 кГц. Увеличение связи между лучами путем установки дополнительных зеркал 4, 5

(рис. 4.5) приводило к возрастанию частоты колебаний в процессе установления интенсивности лучей вблизи центра линии.

В работе [107] приведены результаты снятия амплитудных характеристик для кольцевого He-Ne ОКГ, работающего в диапазоне  $\lambda = 3,39$  мкм отдельно для волн с вертикальной и горизонтальной поляризацией.

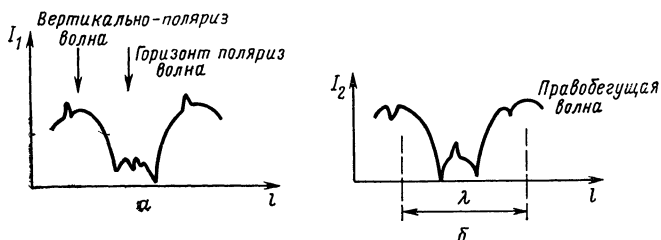


Рис. 4.7. Зависимость интенсивности и поляризации встречных волн от периметра кольцевого резонатора  $l$ .

Максимальное значение интенсивности бегущих навстречу волн  $I_1$  и  $I_2$  достигается вблизи максимума доплеровской линии и периодически повторяется при изменении периметра на целое число  $\lambda$  (рис. 4.7). Стрелками на рис. 4.7 показаны области, где доминируют лучи с вертикальной и горизонтальной поляризацией. Величина максимума для вертикально поляризованного луча получается заметно бо́льшей. На рис. 4.8 показана зависимость относительной интенсивности встречных волн от изменения периметра кольцевого лазера вблизи центра доплеровской линии (пунктирная кривая). Из рисунка видно, что в центре доплеровской линии происходит резкое перераспределение энергии между встречными волнами, хотя суммарная энергия волн изменяется весьма слабо.

Резкое перераспределение энергии волн приводит к неустойчивой работе при незначительных изменениях периметра. Это следует учитывать при выборе режима работы КОКГ. Причиной перераспределения энергии волн, бегущих в двух противоположных на-

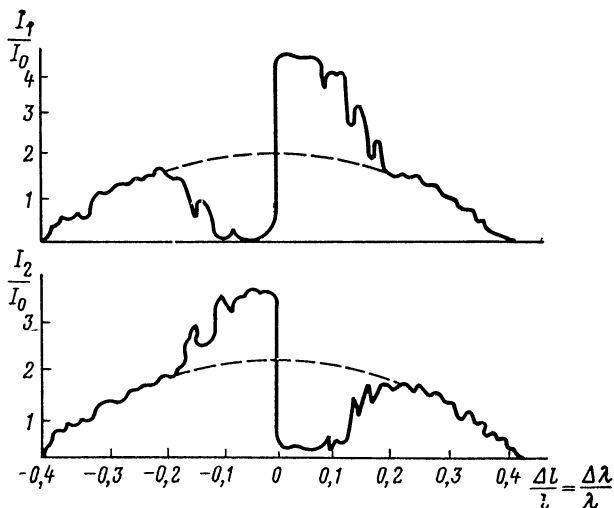


Рис. 4.8. Перераспределение интенсивности встречных волн вблизи центра доплеровской линии.

правлениях, является резкое возрастание взаимодействия, конкуренции между этими волнами в одночастотном режиме генерации, когда частота излучения приближается к центру линии. Физически это явление объясняется тем, что встречные волны эффективно взаимодействуют с одними и теми же атомами активной среды, т. е. когда так называемые «дырки» Беннета, выжигаемые на линии усиления встречными волнами, перекрываются. Аналогичное явление кон-

курении волн и связанное с ней перераспределение энергии наблюдается также и в многочастотном режиме генерации, когда частоты соответствующих видов колебаний располагаются симметрично относительно центра линии.

Отмеченное выше явление резкого (скачкообразного) перераспределения энергии встречных волн КОКГ при относительно небольших изменениях периметров (рис. 4.8) во время работы вблизи центра доплеровской линии (доплеровского контура) нежелательное, если использовать КОКГ как измеритель угловой скорости, может быть использовано для построения частотного дискриминатора, фиксирующего отклонение частоты от центра доплеровской линии. В отличие от обычных дискриминаторов, в которых используются резонансные явления вблизи атомных или молекулярных квантовых переходов, дискриминатор, построенный на основе явления перераспределения энергии встречных волн, имеет значительно более узкую характеристику, что позволяет при использовании его в системах автоматической подстройки частоты обеспечить в оптическом диапазоне весьма высокую относительную стабильность частоты, достигающую  $\Delta f/f = 5 \cdot 10^{-14}$ . Как видно из полученных ранее соотношений для амплитудных и частотных характеристик, одним из параметров, определяющих интенсивность встречных волн, а следовательно, и разность частот биений, является добротность резонатора, которая в общем случае имеет различное значение для каждой из встречных волн. Добротность резонатора зависит от потерь в активной среде, величины выходящего из КОКГ излучения, а также рассеяния на различных неоднородностях резонатора. Обратное рассеяние, т. е. отражение энергии одной из волн от оптических неоднородностей резонатора в направлении, совпадающем с направлением встречных волн, создает дополнительную



связь между волнами, изменяет добротность резонатора для каждой волны и может быть источником дополнительной нестабильности частоты биений.

Результаты экспериментальных исследований процессов взаимодействия между встречными волнами в КОКГ приводятся в работах, например [89, 97, 107, 108, 126]. В работе [89] исследуются амплитудные и частотные характеристики КОКГ при значительной обратной связи, создаваемой внешними возвратными зеркалами.

Для одночастотного КОКГ частотные характеристики получены нами в (4.2) путем решения уравнения (4.7) как внутри, так и вне области синхронизации. На основании полученных в [89] соотношений можно оценить также изменение амплитуд встречных волн в различных режимах работы, а также в зависимости от величины и характера связи между встречными волнами.

Остановимся кратко на влиянии коэффициента обратной связи на амплитудные и частотные характеристики. Для большей наглядности окончательного решения уравнения вне полосы синхронизации в явном виде оставим комплексные коэффициенты связи встречных волн, которые удобно изменять в процессе эксперимента.

В случае отсутствия взаимной синхронизации встречных волн при соответствующих ограничениях, накладываемых на режим [89], можно получить следующие приближенные соотношения для постоянной составляющей разности интенсивностей

$$\Delta I_0 = - \frac{1}{\operatorname{Re}(\alpha_3 - \alpha_4)} \left[ \frac{\Delta \nu_1 - \Delta \nu_2}{2} + \frac{2 \operatorname{Im}(m_1 m_2)}{\Delta \nu_0} \right] \quad (4.36)$$

и разностной частоты

$$\Delta \nu = \Delta \nu_0 - \operatorname{Im}(\alpha_3 - \alpha_4) \Delta I_0 + \frac{2 \operatorname{Re}(m_1 m_2)}{\Delta \nu_0}, \quad (4.37)$$

а также первых гармоник переменных составляющих интенсивностей

$$I_1 = I_0 \left\{ \frac{[\operatorname{Re}(m_1 - m_2)]^2 + [\operatorname{Im}(m_1 + m_2)]^2}{\Delta\nu^2 + [\operatorname{Re}(\alpha_3 + \alpha_4) I_0]^2} \right\}^{1/2} \cos(\Delta\nu t + \varphi_1), \quad (4.38)$$

$$\Delta I_1 = I_0 \left\{ \frac{[\operatorname{Re}(m_1 + m_2)]^2 + [\operatorname{Im}(m_1 - m_2)]^2}{\Delta\nu^2 + [\operatorname{Re}(\alpha_3 - \alpha_4) I_0]^2} \right\}^{1/2} \cos(\Delta\nu t + \varphi_2). \quad (4.39)$$

где  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$  — в общем случае комплексные коэффициенты, зависящие от параметров активной среды и расстройки резонатора относительно частоты перехода;  $\Delta\nu_1$ ,  $\Delta\nu_2$  — полосы пропускания резонаторов;  $\Delta\nu_0$  — разность частот встречных волн;  $m_1 = r_{12}c/L$ ,  $m_2 = r_{21}c/L$  — комплексные коэффициенты связи встречных волн;  $r_{12}$  и  $r_{21}$  — комплексные коэффициенты обратного рассеяния;  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $\Delta I_1$  — постоянная составляющая и переменные составляющие суммы и разности интенсивностей.

В последних выражениях фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  зависят от коэффициента связи, разностной частоты, параметров активной среды и интенсивности колебаний  $I_0$ .

Соотношения (4.36) — (4.39) определяют зависимость амплитудных и частотных характеристик кольцевого лазера от коэффициентов связи встречных волн. Теоретические выводы находятся в хорошем согласии с результатами экспериментальных исследований [89], проведенных на кольцевом лазере, в котором обратное рассеяние имитировалось с помощью внешних возвратных зеркал. При этом величина искусственно введенной обратной связи устанавливалась достаточно большой по сравнению с естественным обратным рассеянием на неоднородностях активной среды внутри кольца, что позволяло получить зависимость частот биений, интенсивности лучей от модуля и фазы коэффициента связи, которая регули-

ровалась изменением величины отраженного излучения от внешних зеркал.

Последнее осуществлялось регулировкой поляризационных фильтров, устанавливаемых перед внешними зеркалами. Создание предварительного разнеса частот встречных волн производилось с помощью невзаимного элемента. Одночастотный режим обеспечивался малым превышением уровня накачки над пороговым значением. Изменение фазы обратной связи производилось перемещением внешнего зеркала относительно резонатора.

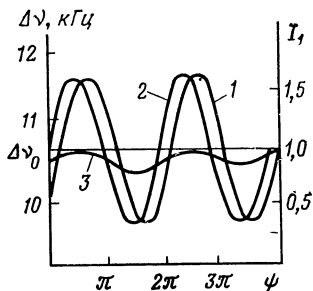


Рис. 4.9. Зависимость частоты биений и интенсивности одной из волн от значения относительной фазы  $\psi$ .

На рис. 4.9 показана зависимость частоты биений  $\Delta\nu$  (кривая 1) и интенсивности колебаний одной из волн  $I_1$  (кривая 2) от относительной фазы  $\psi$  волн, отраженных от внешних зеркал. Кривые получены при

отсутствии поляризационных фильтров перед зеркалами, т. е. при максимальной связи между встречными волнами. Частота биений  $\Delta\nu$  и интенсивность одного из лучей изменяются практически по гармоническому закону около значений, соответствующих режиму отсутствия внешней оптической связи, устанавливаемому перекрытием внешних зеркал. Кривая 3 получена для случая, когда было перекрыто только одно из внешних зеркал и имела место сильная односторонняя обратная связь. Девияция частоты в этом случае значительно меньше и кривая сдвинута относительно  $\Delta\nu_0$ .

Как следует из соотношений (4.39) и (4.37), разность интенсивностей и частота биений при фиксиро-

ванном значении обратной связи снижаются при увеличении начальной разности частот  $\Delta\nu_0$ . Экспериментально снятые кривые (рис. 4.10) для  $\Delta\nu - \Delta\nu_0$  и  $\Delta I_0/I_0$

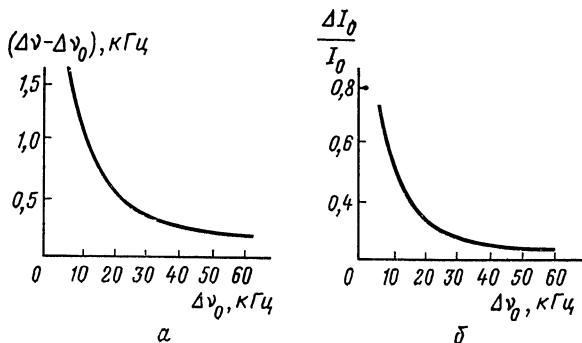


Рис. 4.10. Зависимость разности частот биений (а) и относительной интенсивности (б) от начального значения разности частот биений.

хорошо это подтверждают. При построении графика рис. 4.10,б за величину  $I_0$  принималась суммарная интенсивность встречных волн. Из этих же соотношении видно, что с увеличением произведения модулей коэффициентов обратной связи должна возрастать частота биений  $\Delta\nu$ . Эта зависимость, как показывают экспериментальные наблюдения, близка к линейной (рис. 4.11), за исключением области малых значений коэффициентов внешней связи, где они становятся соизмеримыми со значениями коэффициентов связи, обусловленных об-

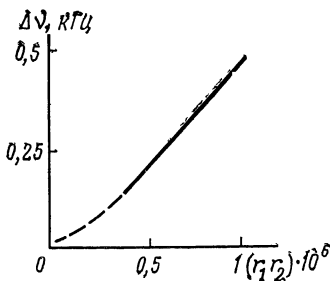


Рис. 4.11. Влияние произведения модулей коэффициентов обратной связи на частоту биений встречных волн.

ратным рассеянием на оптических неоднородностях внутри кольца (резонатора).

Выше нами рассмотрено влияние коэффициента обратной связи на амплитудные и частотные характеристики и на один из важнейших выходных параметров КОКГ — частоту биений встречных волн, используемую в ряде случаев для определения угловой скорости КОКГ. Кроме того, было проанализировано влияние некоторых параметров кольцевого резонатора и режима работы лазера на полосу захватывания, ограничивающую минимальные значения угловой скорости, регистрируемой КОКГ.

Остановимся на некоторых экспериментальных результатах проверки зависимости ширины полосы захватывания от режима КОКГ и параметров резонатора. С точки зрения выбора режима КОКГ представляет интерес влияние интенсивности колебаний на ширину полосы захватывания. Одним из возможных путей изменения интенсивности встречных волн является вариация возбуждения лазера, например путем изменения тока разряда трубки. Такой метод использовался в работе [127]. Экспериментальная установка включала в себя КОКГ с периметром 1 м и  $\lambda = 0,63$  мкм, установленный на вращающемся столе, угловая скорость которого могла изменяться в определенных пределах. С целью исключения отмеченной выше конкуренции встречных волн вблизи центра линии, связанной со скачкообразным перераспределением их интенсивности, частота излучения устанавливалась на расстоянии более 100 МГц от центра линии.

На рис. 4.12 показана зависимость частоты захватывания  $\omega_z$  (кривые 2 и 3), а также суммарной интенсивности встречных волн  $I_\Sigma$  (кривая 1) от тока разряда трубки  $i_p$ . Кривые 2 и 3 соответствуют вращению КОКГ соответственно по часовой и против часовой стрелки.

Граница зоны захвата  $\omega_z$  определялась по моменту выпадания из синхронизма встречных волн и появлению частоты биений при увеличении угловой скорости вращения КОКГ. Как видно из рис. 4.12, зависимость суммарной интенсивности от тока разряда имеет немонотонный характер и для рассматриваемого случая достигает максимального значения при токе разряда  $i_p$  около 10 мА. Примерно так же изменяется и полоса захватывания, которая при указанном токе разряда достигает максимального значения, что позволяет сделать заключение о расширении полосы захватывания с ростом суммарной интенсивности встречных волн. Это явление качественно можно объяснить с точки зрения теории синхронизации автоколебательных систем внешней гармонической силой. Полоса захватывания (синхронизации) при сохранении добротности автоколебательной системы возрастает с увеличением внешней синхронизирующей силы. В данном случае увеличение тока разряда приводит к возрастанию интенсивности колебаний встречных волн. Так как интенсивности встречных волн, как правило, неодинаковы, то облегчаются условия синхронизации, расширяется полоса захватывания. Следует заметить, что процесс взаимной синхронизации, когда взаимодействуют две автоколебательные системы, весьма сложен и без рассмотрения добротностей для каждой из встречных волн, перераспределения интенсивностей между ними и условий взаимодействия, обусловленных изменением

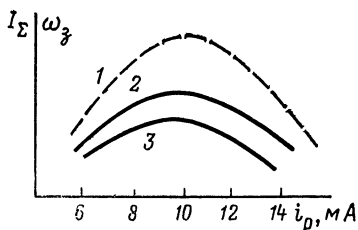


Рис. 4.12. Влияние тока разряда трубки на частоту захватывания и суммарную интенсивность встречных волн.

теории синхронизации автоколебательных систем внешней гармонической силой. Полоса захватывания (синхронизации) при сохранении добротности автоколебательной системы возрастает с увеличением внешней синхронизирующей силы. В данном случае увеличение тока разряда приводит к возрастанию интенсивности колебаний встречных волн. Так как интенсивности встречных волн, как правило, неодинаковы, то облегчаются условия синхронизации, расширяется полоса захватывания. Следует заметить, что процесс взаимной синхронизации, когда взаимодействуют две автоколебательные системы, весьма сложен и без рассмотрения добротностей для каждой из встречных волн, перераспределения интенсивностей между ними и условий взаимодействия, обусловленных изменением

параметров активной среды при увеличении разрядного тока трубки, затруднительно даже качественно объяснить зависимость полосы захватывания от суммарной интенсивности.

Что именно увеличение суммарной интенсивности встречных волн приводит к расширению полосы захватывания, а не изменения параметров активной среды подтверждается использованием других методов

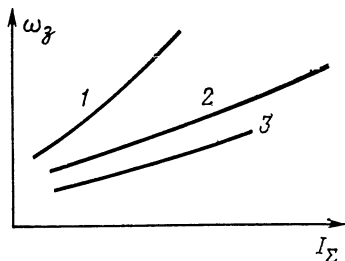


Рис. 4.13. Зависимость ширины зоны захватывания от суммарной интенсивности волн.

изменения суммарной интенсивности встречных волн. На рис. 4.13 изображены зависимости частоты захватывания  $\omega_z$  от суммарной интенсивности излучения, которая изменялась путем поворота газоразрядной трубки вокруг своей оси (кривая 1), поворотом одного из зеркал резонатора (кривая 2) и внесением пластинки в кольцевой резонатор (кривая 3) [127].

Характер влияния на интенсивность излучения колебаний поворота зеркала кольцевого резонатора, а также внесения пластинки в резонатор не нуждаются в пояснении, поэтому рассмотрим зависимость суммарной интенсивности от поворота газоразрядной трубки вокруг своей оси. Обычно для снижения внутренних отражений от концов газоразрядной трубки при герметизации последней концы ее выполняют в виде плоских окон, расположенных под углами Брюстера по отношению к оси трубки. Вследствие этого создаются неодинаковые условия для вертикально и горизонтально поляризованных составляющих излучения, соотношение между которыми зависит от ориентации окон Брюстера относительно оси кольцевого резона-

тора. Поворот газоразрядной трубки вокруг продольной ее оси приводит к изменению этой ориентации и изменению интенсивности излучения. Дополнительные элементы, селектирующие или, точнее, влияющие на поляризацию излучения в КОКГ, — это зеркала, положение которых в данном случае сохраняется неизменным.

Кривые на рис. 4.13 подтверждают отмеченную выше закономерность: расширение полосы захватывания с увеличением суммарной интенсивности излучения в КОКГ.

#### **4.6. Влияние внешних периодических возмущений на работу КОКГ**

Как следует из проведенного выше рассмотрения процессов взаимодействия встречных волн в КОКГ, изменение параметров резонатора, нестабильность источника возбуждения, а также и вариации температуры, приводящие к изменению параметров резонатора и активной среды, должны приводить к непостоянству частоты биений и в общем случае к погрешностям измерения угловой скорости. Медленные уходы частоты биений могут наблюдаться при изменении теплового режима, нестабильности источников питания. Быстрые изменения частоты биений обычно связаны с вибрацией зеркал, пульсацией напряжения источников питания, элементов накачки генератора и невзаимных элементов.

Очевидно, что при совпадении частоты биений и частоты внешних возмущающих воздействий можно ожидать сильного влияния последних на работу КОКГ. Аналитическое и экспериментальное исследование такого режима подтверждает проявление параметрического резонанса, вследствие которого в определенных областях может быть нарушена работа КОКГ как измерителя угловых скоростей [106, 122].



В § 4.2 были рассмотрены условия, при которых наступает взаимная синхронизация встречных волн, исчезают биения и становится невозможным измерение угловой скорости частотным методом, т. е. с использованием в качестве информативного параметра частоты биений. Режим взаимной синхронизации встречных волн наблюдается при малых угловых скоростях и, следовательно, малых значениях частоты биений, лежащих в полосе синхронизации КОКГ.

Когда частота внешних возмущений (например, вибраций зеркал) приближается к частоте биений встречных волн, обусловленных вращением КОКГ, может наступить режим параметрического резонанса, при котором происходит синхронизация (захват) частоты биений, и в некотором диапазоне изменения угловой скорости вращения КОКГ частота биений встречных волн сохраняется неизменной, равной частоте внешнего возмущения. Очевидно, что в этой области КОКГ как измеритель угловой скорости не может быть использован. Ширина полосы синхронизации («мертвой» зоны измерителя) определяется параметрами системы и интенсивностью внешних возмущений.

Исследование процессов, протекающих в КОКГ при воздействии внешних периодических возмущений, приведено в работе [106]. В работе анализируются условия, определяющие появление в системе параметрического резонанса, оценивается устойчивость режима вынужденной синхронизации частоты биений КОКГ внешней периодической силой, определяется ширина зоны синхронизации и зависимость последней как от параметров системы, так и параметров внешней возмущающей силы.

При строгом решении задачи синхронизации частоты биений в КОКГ внешним периодическим возмущением большая трудность состоит в описании процессов. Даже в одночастотном режиме при упрощаю-

щих ограничениях определение частоты биений встречных волн КОКГ связано с решением сложного интегро-дифференциального уравнения (4.11). Еще более сложной задачей является исследование режима захватывания частоты биений внешней синхронизирующей силой.

Введем дополнительные упрощающие ограничения, полагая, что связь между встречными волнами слабая, а внешнее периодическое возмущение мало. В этом случае процессы в КОКГ могут быть приближенно описаны дифференциальным уравнением второго порядка [106]:

$$\frac{\ddot{x}}{\Gamma_0} + \dot{x} = -\nu + \nu_1 \sin x + \varepsilon W(x, t), \quad (4.40)$$

где  $x = \psi + \varphi + \Delta\varphi$ ;  $\psi$  — разность фаз встречных волн;  $\varphi$  — фаза комплексного коэффициента связи;  $\nu$  — параметр, линейно зависящий от скорости вращения резонатора;  $\nu_1$  — ширина полосы захватывания;  $\varepsilon$  — малый параметр;  $\Gamma_0$  — коэффициент фазовой релаксации, зависящий от ширины полосы пропускания резонатора, мощности накачки и удаления генерируемой частоты от центра доплеровского контура;

$$W(x, t) = \nu_1 \left( \frac{\Delta\Gamma_0}{\Gamma_0} + \frac{\Delta\nu_1}{\nu_1} \right) \sin x + \Delta\dot{\varphi} + \frac{\Delta\ddot{\varphi}}{\Gamma_0} + \Delta\nu; \quad (4.41)$$

$\Delta\nu(t)$ ,  $\Delta\nu_1(t)$ ,  $\Delta\Gamma_0(t)$ ,  $\Delta\varphi(t)$  — зависящие от времени поправки к соответствующим параметрам «невозмущенного» уравнения (4.40), которое имеет вид

$$1/\Gamma_0 \ddot{\psi} + \dot{\psi} = -\nu + \nu_1 \sin(\psi + \varphi). \quad (4.42)$$

Полагая внешние возмущения малыми, решение уравнения (4.40) целесообразно представить в виде ряда по степени малого параметра  $\varepsilon$ :

$$x(t) = x_0(t) + \varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \dots \quad (4.43)$$

После подстановки (4.43) в уравнение (4.40) и приравнивания членов при равных степенях  $\varepsilon$  получим серию уравнений для различных  $x$ :

$$x_0(t), x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t);$$

$$\ddot{x}_n/\Gamma_0 + \dot{x}_n - v_1 x_n \cos x_0 = V_n(t, x_0, x_1, \dots, x_{n-1}). \quad (4.44)$$

В частности, уравнение для  $x_0$  совпадает с уравнением (4.42) и описывает невозмущенный режим биений в КОКГ. Из уравнения (4.44) видно, что поправки  $x_n$  любого приближения зависят от решений  $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}$ , т. е. решения всех предшествующих уравнений. Это позволяет последовательно получить все поправки к невозмущенному решению уравнения.

Учитывая, что третий член в левой части уравнения (4.44) содержит периодическую функцию  $\cos x_0(t)$  с периодом, определяемым частотой биений в невозмущенном режиме, уравнение (4.44) может быть приведено к уравнению Хилла, путем решения которого могут быть найдены соотношения для поправки  $n$ -го приближения.

Следует подчеркнуть, что в случае внешних периодических возмущений, как и при взаимной синхронизации встречных волн, в КОКГ следует различать два режима работы, для которых оказываются справедливыми качественно различные решения.

Первый режим характеризуется большой удаленностью от полосы захватывания. Для невозмущенного состояния КОКГ в этом режиме взаимное влияние встречных лучей относительно невелико и оно сводится к весьма слабому затягиванию частоты биений. Если на КОКГ воздействует малая по величине периодическая сила, то также наблюдается весьма слабое влияние возмущений на частоту биений. Количественно область первого режима при внешнем возмущении определяется соотношением

$$(\omega - m\Omega_{\text{вн}})^2 > \gamma^2 m, \quad (4.45)$$

где  $\omega$  — частота биений в невозмущенном состоянии;  $\Omega_{\text{вн}}$  — частота внешних возмущений;  $m=1, 2, \dots$  — номер гармоники;  $\gamma_m$  — параметр, пропорциональный  $\nu_1$ , зависящий также от  $\Delta\Gamma_0, \Delta\nu_1, \Delta\nu, \Delta\varphi$ .

Второй режим КОКГ соответствует нахождению системы в полосе захватывания или в области параметрической синхронизации. Здесь прежние решения обычно теряют силу. При малом значении частоты биений, т. е. при малых значениях угловой скорости КОКГ, может наблюдаться взаимная синхронизация и захватывание колебаний встречных лучей, при котором исчезает частота биений и лазерный гироскоп становится нечувствительным к малым изменениям угловой скорости. В случае воздействия на КОКГ периодической силы, частота которой близка к частоте биений, может наступить режим вынужденной параметрической синхронизации, когда частота биений «захватывается» внешней силой и при небольших вариациях угловой скорости КОКГ не изменяется и остается равной частоте внешней возмущающей силы.

Если соотношение (4.45) определяет область первого режима, то для второго режима, соответствующего нахождению системы в области параметрического резонанса, будет справедливо соотношение

$$(\omega - m\Omega_{\text{вн}})^2 < \gamma_m^2. \quad (4.46)$$

В этой области устойчивым оказывается решение вида

$$x(t) = m\Omega_{\text{вн}}t + \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k \exp(jk\Omega_{\text{вн}}t), \quad (4.47)$$

состоящее из суммы линейной функции времени и периодической функции с периодом, кратным  $2\pi/\Omega_{\text{вн}}$ . Коэффициенты  $b_k$  могут быть найдены из системы уравнений, которую получим после подстановки (4.47) в исходное уравнение (4.40), с учетом того, что величина  $|b_k| \ll 1$ .

Не приводя развернутых выражений для коэффициентов  $b_k$  и уточненного значения параметра  $\gamma_m$ , остановимся кратко на особенностях процессов в КОКГ при воздействии на него периодической силы, частота которой близка к частоте биений.

На рис. 4.14 показана зависимость частоты биений встречных волн  $\omega$  от угловой скорости вращения

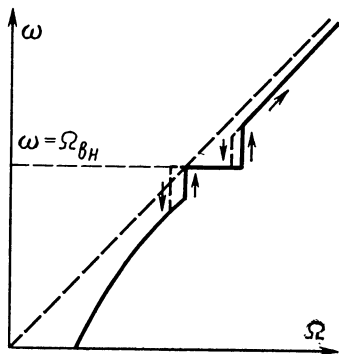


Рис. 4.14. Изменение частоты биений при прохождении частоты внешнего периодического воздействия через зону параметрической синхронизации.

КОКГ  $\Omega$  при наличии внешнего периодического воздействия с частотой  $\Omega_{\text{вн}}$ . В отличие от плавного хода кривой, определяющей связь частоты биений с угловой скоростью вращения, в области, где частота внешних возмущений приближается к частоте биений, нарушается монотонность изменения частоты биений при изменении угловой скорости вращения кольцевого резонатора. По мере приближения частоты биений к частоте внешнего воздействия  $\Omega_{\text{вн}}$  при некотором

значении разности  $\omega - \Omega_{\text{вн}}$  наблюдается параметрическая синхронизация частоты биений внешней синхронизирующей силой вследствие параметрического резонанса, частота биений  $\omega$  становится равной частоте  $\Omega_{\text{вн}}$  и в дальнейшем изменение угловой скорости не приводит к изменению частоты биений до тех пор, пока на границе полосы захватывания не нарушатся условия синхронизации. Как видно из рис. 4.14, в области параметрической синхронизации кривая изменения частоты биений имеет горизонтальный участок, определяющий зону нечувствительности («мертвую»

зону) КОКГ как измерителя угловой скорости вращения. Изменение частоты биений от угловой скорости вращения кольцевого резонатора в области параметрического резонанса носит гистерезисный характер. Как и для большинства систем, в которых имеет место режим внешней синхронизации, полоса захватывания получается несколько меньше полосы удержания.

Как уже отмечалось выше, по мере приближения к зоне параметрического резонанса должно возрастать влияние внешних периодических возмущений на КОКГ, аналогично тому, как это происходит при синхронизации обычных автоколебательных систем. Поведение системы вблизи зоны параметрического резонанса, в частности определение величины затягивания и зависимость ее от расстройки частоты внешней периодической силы относительно частоты биений и параметров КОКГ представляет не только теоретический, но и практический интерес. При некоторых дополнительных упрощающих допущениях, в частности, полагая, что  $|\ddot{x}| \ll \Gamma_0 |\dot{x}|$ , уравнение (4.40) без правого члена, определяющего малые внешние периодические возмущения, может быть записано в виде

$$\dot{x} = -v + v_1 \sin x. \quad (4.48)$$

Решение этого уравнения (в рамках принятых допущений) позволяет проанализировать изменение частоты биений вблизи области параметрического резонанса. Обозначая  $v = v_0 + \Delta v(t) - \Delta \varphi(t)$ ;  $v_1 = v_{10} + \Delta v_1(t)$ , где величины  $v_0$  и  $v_{10}$  определяют значения  $v$  и  $v_1$  в невозмущенном режиме, и используя подстановку

$$x = 2 \operatorname{arctg} v^{-1} \{2\dot{y}y^{-1} + v_1 + \dot{v}v^{-1}\},$$

приведем уравнение (4.48) к виду

$$\ddot{y} + 1/2y \{1/2(v^2 - v_1^2) + \dot{v}_1 + v^{-1}(\ddot{v} - \dot{v}v_1) - 3/2(\dot{v}v^{-1})^2\} = 0.$$

При малых внешних периодических возмущениях последнее уравнение приведет к уравнению Матье, решение которого может быть найдено обычными методами

$$\ddot{y} + \frac{\omega^2}{4} \{1 + h_1 \cos(\Omega_{\text{вн}} + \zeta)\} y = 0,$$

где  $\omega = \sqrt{v_0^2 - v_{10}^2}$  — частота биений в невозмущенном режиме;  $h_1 = 4\gamma_1\omega^{-1}$ ;

$\gamma_1$  — полуширина области синхронизации.

Для  $h_1 \ll 1$  и  $|\omega - \Omega_{\text{вн}}| \ll \Omega_{\text{вн}}$  получим следующие выражения для частоты биений при наличии внешнего периодического возмущения  $\omega_{\text{п}}$ :

1) в области параметрического резонанса

$$\omega_{\text{п}} = \Omega_{\text{вн}} \text{ при } |\omega - \Omega_{\text{вн}}| < \gamma_1,$$

2)  $\omega_{\text{п}} = \Omega_{\text{вн}} \pm \sqrt{(\omega - \Omega_{\text{вн}})^2 - \gamma_1^2}$  при  $|\omega - \Omega_{\text{вн}}| > \gamma_1$ .

Зависимость частоты биений в области параметрического резонанса и вблизи нее показана на рис. 4.15.

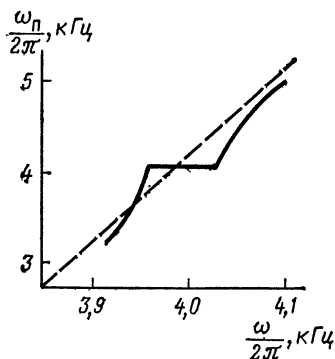


Рис. 4.15 Изменение частоты биений при внешнем периодическом возмущении с учетом явления затягивания частоты вблизи области параметрической синхронизации.

На рисунке видно характерное плавное затягивание частоты биений вблизи зоны параметрической синхронизации, хорошо согласующееся с экспериментальными данными.

Результаты теоретического анализа явления параметрического резонанса в кольцевых ОКГ хорошо подтверждаются экспериментально [106, 122]. Проверка производилась на установке, основные элементы которой изображены на рис. 4.16. Трехзеркальный КОКГ

(зеркала 1, 2, 3), содержал две газоразрядные неон-гелиевые трубки 4, невзаимный элемент фарадеевского типа 6 для создания начального сдвига частот между встречными волнами и оптическую систему 5 для совмещения встречных волн на фотоэле-

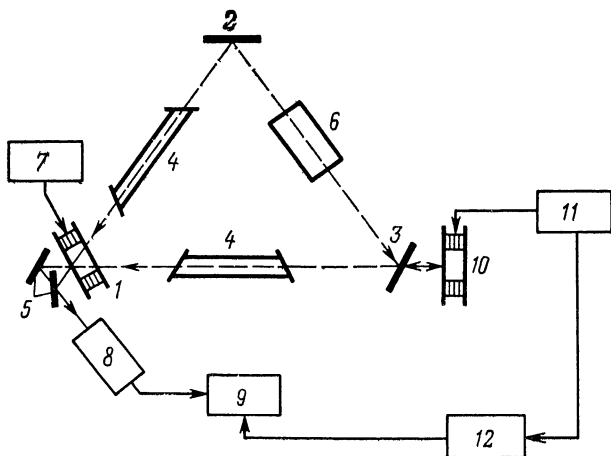


Рис. 4.16. Схема экспериментальной установки для наблюдения явления параметрической синхронизации.

тронном умножителе 8, который включает в себя также усилитель и дискриминатор. Зеркало 1 устанавливается на пьезокерамических столбиках, которые служат для поступательного перемещения зеркала с помощью напряжения, подаваемого с генератора 7. Внешнее периодическое воздействие на КОКГ осуществлялось путем периодического изменения фазы дополнительной связи встречных волн с помощью внешнего зеркала 10, также укрепленного на пьезокерамических столбиках. Периодическое перемещение



зеркала производилось подачи на пьезокерамические столбики напряжения с генератора 11. Для изменения периода внешних возмущающих воздействий частота генератора 11 могла плавно изменяться. Сигнал генератора одновременно поступал на дискриминатор 12, а затем одновременно с напряжением с выхода дискриминатора, на который подается сигнал биений встречных волн, поступают на двухлучевой осциллограф 9.

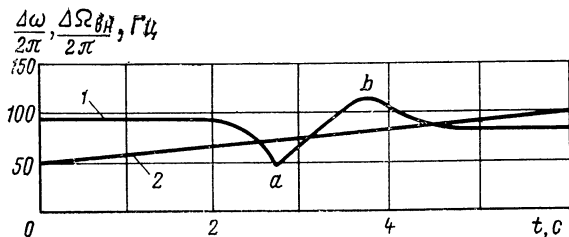


Рис. 4.17. Кривая изменения частоты биений (1) при линейном во времени изменении частоты внешнего воздействия — фазы связи между встречными волнами (2).

На рис. 4.17 показана зависимость частоты биений (кривая 1) от частоты изменения фазы связи между встречными волнами (кривая 2). По вертикальной оси отложены не частоты биений  $\omega$  и внешней силы  $\Omega_{\text{вн}}$ , а их приращения относительно некоторого значения, условно принятого за начальное. В полосе захватывания (участок  $a-b$  на рис. 4.17) частота биений захватывается внешней синхронизирующей силой и в пределах полосы  $a-b$  совпадает с частотой внешней силы. Наклоны прямой 2, определяющей изменение частоты внешнего возмущения и участка  $a-b$  различны из-за различных наклонов характеристик частотных дискриминаторов в каналах измерения частоты внешней силы и частоты биений.

Приведенная на рис. 4.17 осциллограмма соответствует изменению фазы  $\Delta\varphi=9^\circ$ ,  $\omega=4\cdot 10^3\text{ с}^{-1}$  и настройке резонатора на центр контура суммарного усиления. Ширина зоны синхронизации в этом случае достигала величины порядка  $80\text{ с}^{-1}$ .

## Глава 5

### АМПЛИТУДНЫЕ И ФАЗОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ В КОЛЬЦЕВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРАХ

#### 5.1. Основные соотношения для тепловых и поляризационных флуктуаций в газовых ОКГ

При оценке предельной чувствительности когерентных оптических гироскопов следует иметь в виду два основных источника ошибок, связанных с флуктуацией разностной частоты, являющейся параметром, по которому, как правило, определяется угловая скорость вращения гироскопа. Первый источник ошибок — это флуктуации разностной частоты (интенсивности и фаз встречных волн), вызванные внутренним механизмом генерации колебаний в КОКГ, уширением спектральной линии сигнала биений вследствие эффекта Допплера, тепловых шумов резонатора и т. п. Вторым источником ошибок являются шумы в устройствах выделения разностной частоты, например шумы фотоэлектронного умножителя или какого-либо другого детектирующего элемента.

Ошибки, связанные с устройствами выделения сигнала, кратко рассмотрены в гл. 1. Ниже мы ознакомимся с флуктуациями сигнала, обусловленными внутренними процессами в КОКГ.

Флуктуации интенсивности и фазы колебаний в КОКГ аналогично тому, как это делается при рас-

смотрении фазовой стабильности колебаний автогенераторов других видов, можно подразделить на два вида: естественные и технические. Естественные флуктуации связаны с внутренним механизмом генерации, в частности для кольцевых ОКГ флуктуации обуславливаются структурой активной среды, дискретным характером излучения, тепловыми процессами в рабочем веществе и стенках резонатора. Технические флуктуации определяются нестабильностью режима генерации, вызванного изменением мощности накачки, параметров резонатора и невзаимных элементов, вибрациями зеркал и т. п.

Интенсивность технических флуктуаций обычно значительно выше уровня естественных флуктуаций и в ряде случаев последними можно пренебречь, однако определение величины естественных флуктуаций представляет практический интерес, так как позволяет оценить предельные точностные характеристики когерентных оптических гироскопов.

Анализу естественных флуктуаций в ОКГ посвящено много работ [45, 50, 100, 113—117], в которых проводился расчет влияния двух основных источников флуктуаций: тепловых и поляризационных шумов на ширину спектральной линии. Обзор методов и результатов исследования флуктуаций в лазерах весьма обстоятельно проведен в работе [100].

Тепловые шумы можно учесть, введя источник тепловых флуктуаций  $E^{(T)}$  со спектральной плотностью

$$(E^{(T)})^2_{\omega} = \frac{8\pi\hbar\Delta\omega_p}{\omega_0 V} \left( \bar{n} + \frac{1}{2} \right), \quad (5.1)$$

где  $\Delta\omega_p$  — ширина полосы пропускания резонатора;  $\bar{n}$  — среднее число фотонов теплового излучения.

Поляризационные флуктуации можно определить, если учесть, что постоянная времени процесса установления поляризации, обусловленной изменением

поля, мала и практически можно считать, что она следует мгновенно за изменением поля [100].

Запишем уравнения для амплитуд и фаз встречных волн в следующем виде:

$$\frac{dE_{1,2}}{dt} = -\frac{\omega_0}{2} \left( 4\pi\kappa''_{1,2} + \frac{1}{Q_{1,2}} \right) E_{1,2} + \omega_0 \xi_{a1,2}(t), \quad (5.2)$$

$$\frac{d\varphi_{1,2}}{dt} = -\frac{\omega_0}{2} 4\pi\kappa'_{1,2} + \frac{\omega_0}{E_{1,2}} \xi_{\phi 1,2}(t), \quad (5.3)$$

где  $\kappa'$  и  $\kappa''$  — действительная и мнимая часть комплексной поляризуемости, которая связана с индуцированной полем поляризацией  $P_{\text{и}}$  соотношением  $P_{\text{и}1,2} = (\kappa'_{1,2} + i\kappa''_{1,2})E_{1,2}$ ;  $\xi_{a1,2}(t)$ ,  $\xi_{\phi 1,2}(t)$  — источники флуктуаций амплитуды и фазы, которые могут быть определены следующим образом:

$$\xi_{a1,2} = -\frac{1}{V} \int (4\pi \bar{e} \delta \bar{P} + \bar{e} \bar{E}^{(T)}) \sin(\omega_0 t \mp k_0 r + \varphi) dr,$$

$$\xi_{\phi 1,2} = -\frac{1}{V} \int (4\pi \bar{e} \delta \bar{P} + \bar{e} \bar{E}^{(T)}) \cos(\omega_0 t \mp k_0 r + \varphi) dr;$$

где  $\bar{e}$  — единичный вектор, совпадающий с  $\bar{E}$ ;  $\delta \bar{P}$  — флуктуации поляризации, обусловленные атомной структурой активного вещества, которые могут быть определены через элементы матрицы плотности.

Выделим в источниках флуктуаций составляющие, обусловленные тепловыми и поляризационными шумами

$$\xi_a = \xi^T_a + \xi^{\text{п}}_a; \quad \xi_\phi = \xi^T_\phi + \xi^{\text{п}}_\phi.$$

Тепловые флуктуации на нулевой частоте определим из формулы (5.1)

$$(\xi_{a1,2}^{T2})_0 = (\xi_{\phi 1,2}^{T2})_0 = \frac{4\pi\hbar\Delta\omega_p}{\omega_0 V} \left( \bar{n} + \frac{1}{2} \right). \quad (5.4)$$

При этом

$$(\xi_{a1}^T \xi_{a2}^T)_0 = (\xi_{\phi 1}^T \xi_{\phi 2}^T)_0 = (\xi_{a1,2}^T \xi_{\phi 1,2}^T) = 0.$$

Спектральную плотность источников поляризационного шума можно найти, решив уравнение для поля и элементов матрицы плотности рабочих уровней.

Так как для газового КОКГ  $\Delta\omega_p \ll ku$ , т. е. полоса пропускания резонатора много меньше доплеровской ширины линии, то при расчете спектральной плотности поляризационного шума (так же как и теплового) достаточно определить спектральную плотность на нулевой частоте.

Если провести достаточно громоздкие вычисления, то можно получить для составляющих поляризуемости выражения [100]

$$\kappa'_{1,2} = -\frac{d}{4\pi} \frac{\mu}{\gamma_{ab}} f \{1 - F \mp f^2 [1 - (1 - 2g)F] \times \\ \times a_1 (E_1^2 - E_2^2)\}, \quad (5.5)$$

$$\kappa''_{1,2} = -\frac{d}{4\pi} f \left\{ 1 + F \left[ 1 \mp 2 \frac{\mu^2}{\gamma_{ab}^2} g f^2 a_1 (E_1^2 - E_2^2) \right] \right\},$$

где

$$f = \left[ \frac{2}{g} (\sqrt{1 + 2ga_1 E_0^2}) - 1 + 2g + ga_1 E_0^2 \right]^{-1/2};$$

$$F = (1 + 2ga_1 E_0^2)^{-1/2};$$

$$E_0^2 = 0,5 (E_1^2 + E_2^2); \quad g = \gamma_{ab}^2 / (\mu^2 + \gamma_{ab}^2)$$

$\mu = \omega_0 - \omega_{ab}$  — расстройка частоты генерации относительно центра линии усиления;  $a_1 = e |r_{ab}|^2 / 6n^2 \gamma^2$  — параметр насыщения;  $\gamma^2 = \gamma_a \gamma_b \gamma_{ab} / (\gamma_a + \gamma_b)$ ;  $\gamma_a$ ,  $\gamma_b$ ,  $\gamma_{ab}$  — постоянные релаксации соответствующих элементов матрицы плотности;

$$d = \frac{4\pi^2 e^2 n |r_{ab}| D^0}{3\pi \sqrt{2\pi} k_0 u} \text{ — параметр накачки;}$$

$D^0 = \rho_a^0 - \rho_b^0$  — разность населенностей рабочих уровней в отсутствие поля.

Для случая слабого поля, когда  $a_1 E^2_0 \ll 1$ , без учета пространственной модуляции населенности соотношения для поляризуемости упрощаются:

$$\begin{aligned}\kappa'_{1,2} &= -\frac{d}{4\pi} a_1 b E^2_{2,1} \\ \kappa''_{1,2} &= -\frac{d}{4\pi} \left( 1 - \frac{1}{2} a_1 E^2_{1,2} - \frac{1}{2} g a_1 E^2_{2,1} \right),\end{aligned}\quad (5.6)$$

где  $b = \mu g / 2\gamma_{ab}$ .

Когда  $a_1 E^2_0 \gg 1$ , т. е. в случае сильного поля,

$$\begin{aligned}\kappa'_{1,2} &= -\frac{d}{4\pi} \frac{\mu}{\gamma_{ab} \sqrt{2a_1 E^2_0}}; \\ \kappa''_{1,2} &= -\frac{d}{4\pi \sqrt{2a_1 E^2_0}}.\end{aligned}$$

Расчет спектральной плотности поляризационных флуктуаций на нулевой частоте для простейшего случая, когда одна из встречных волн подавлена, приводит к следующим выражениям для амплитудных и фазовых флуктуаций:

$$\begin{aligned}(\xi_a^{n2})_0 &= \frac{2\pi n \Delta\omega_p}{\omega_0 V} \frac{R^0}{D^0}, \\ (\xi_\Phi^{n2})_0 &= \frac{2\pi n \Delta\omega_p}{\omega_0 V} \frac{R^0}{D^0} (1 + aE^2),\end{aligned}$$

где  $R^0 = \rho^0_a + \rho^0_b$  — сумма населенностей рабочих уровней в отсутствие поля.

Для режима двух встречных волн соотношения для поляризационного шума получаются более сложными.

Последние соотношения позволяют оценить интенсивность амплитудных и фазовых поляризационных флуктуаций в зависимости от характеристик активной среды и величины поля. Заметим, что при рассмотрении влияния поля на интенсивность шумов следует иметь в виду зависимость  $R^0$ ,  $D^0$ , а также  $\Delta\omega_p = -4\pi\omega_0\kappa''(E_0)$  от поля. С увеличением поля, как

показывает анализ [100], для режима одной бегущей волны и встречных волн, интенсивности источников амплитудных флуктуаций падают, интенсивность же источников фазовых флуктуаций, наоборот, возрастает.

## 5.2. Естественные амплитудные флуктуации в КОКГ

Для газовых КОКГ, в которых скорость изменения поляризации значительно выше скорости изменения поля и, следовательно, практически можно считать, что поляризация мгновенно следует за вариациями поля, определение естественных флуктуаций поляризационного и теплового происхождения, по существу, сводится к решению обычных уравнений для амплитуд и фаз, в правую часть которых введены случайные источники флуктуаций. С методической точки зрения удобно результирующие флуктуации разделить на два вида по их происхождению: тепловые и поляризационные. Интенсивность флуктуаций первого вида может быть оценена с помощью формулы Каллена — Вельтона, поляризационные флуктуации целесообразно определять на базе полуклассической теории, используя аппарат статистической радиоп физики.

Применительно к КОКГ решение задачи определения статистических характеристик источников флуктуации целесообразно вести на основе корреляционной теории и только вблизи порога генерации, а также при небольших расстройках частоты генерации относительно центра доплеровской линии, когда ограничения корреляционного приближения перестают выполняться, оказывается необходимым переход к уравнениям Фоккера — Планка. Аналогичная картина наблюдается и при анализе естественных флуктуаций в обычных автогенераторах, используемых в радиотехнических системах.

Амплитудные флуктуации встречных волн в КОКГ можно определить из решения уравнения, полученного из уравнения амплитуд (5.2) в рамках корреляционного приближения [100]:

$$\frac{d\delta E_{1,2}}{dt} + A_{1,2}\delta E_{1,2} + B_{1,2}\delta E_{2,1} = \omega_0 \xi_{a1,2}(t), \quad (5.7)$$

где

$$A_{1,2} = 4\pi\omega_0 \frac{\partial \kappa''_{1,2}}{\partial E_{1,2}^2} E_{1,2}^2; \quad B_{1,2} = 4\pi\omega_0 \frac{\partial \kappa''_{1,2}}{\partial E_{1,2}^2} E_1 E_2;$$

Для одинаковых амплитуд встречных волн, когда  $E_1 = E_2 = E_0$  и, следовательно,

$$\begin{aligned} A_1 = A_2 = A &= 2\omega_0 df \left[ (1+F)^2 + \right. \\ &\left. + gF \left( F^2 + 4 \frac{\mu^2}{\gamma_{ab}^2} f^2 \right) \right] a_1 E_0^2, \\ B_1 = B_2 = B &= \omega_0 df \left[ f^2 (1+F)^2 + \right. \\ &\left. + gF \left( F^2 - 4 \frac{\mu^2}{\gamma_{ab}^2} f^2 \right) \right] a_1 E_0^2, \end{aligned}$$

спектр амплитудных флуктуаций для встречных волн может быть найден из уравнения (5.7):

$$\begin{aligned} (\delta E_1 \delta E_{1,2})_\omega &= (\delta E_2 \delta E_{2,1})_\omega = \frac{\omega_0^2}{2} \left[ \frac{(\xi_{a1,2}^2)_0 + (\xi_{a1} \xi_{a2})_0}{\omega^2 + (A+B)^2} \pm \right. \\ &\left. \pm \frac{(\xi_{a1,2}^2)_0 - (\xi_{a1} \xi_{a2})_0}{\omega^2 + (A-B)^2} \right], \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$(\delta E_1^2 \delta E_{1,2}^2)_\omega = (\delta E_2^2 \delta E_{2,1}^2)_\omega = 4E_0^2 (\delta E_1 \delta E_{1,2})_\omega. \quad (5.9)$$

Отсюда могут быть определены дисперсии амплитуд и интенсивностей

$$\begin{aligned} \langle \delta(E_1^2) \delta(E_{1,2}^2) \rangle &= \langle \delta(E_2^2) \delta(E_{2,1}^2) \rangle = \\ &= 2\omega_0 E_0^2 \frac{(\xi_{a1} \xi_{a1,2})_0 A - (\xi_{a1} \xi_{a2,1})_0 B}{A^2 - B^2}. \end{aligned} \quad (5.10)$$



Для слабого поля соотношения для  $A$  и  $B$  несколько упрощаются:

$$A = 0,5 \Delta \omega_p a_1 E_0^2; \quad B = 0,5 g \Delta \omega_p a_1 E_0^2.$$

Относительная дисперсия амплитуд, интенсивностей и коэффициента корреляции встречных волн в этом случае определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \frac{\langle \delta E^2 \rangle}{E^2} &= \frac{N_1^2}{8 a_1 E_0^2} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad \frac{\langle \delta (E^2)^2 \rangle}{E^4} = \\ &= \frac{N_1^2}{2 (a_1 E_0^2)^2} \frac{\alpha}{\alpha^2 - \beta^2}; \end{aligned}$$

$$\rho = \langle \delta (E_1^2) \delta (E_2^2) \rangle / \langle \delta (E_{1,2}^2)^2 \rangle = -\beta / \alpha,$$

где

$$N_1 = 2 \sqrt{(\xi_{a_1, 2}^2)_0 \frac{\omega_0 a_1}{d}}; \quad \alpha = \frac{1}{2}; \quad \beta = \frac{1}{2} g.$$

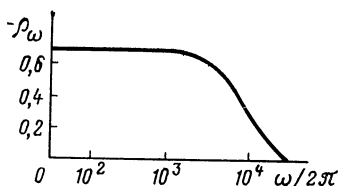


Рис. 5.1. Зависимость спектральной плотности коэффициента корреляции от частоты.

Из формулы (5.8) может быть получена относительная корреляция флуктуаций интенсивности на частоте  $\omega$ :

$$\rho_\omega = (\delta E_1^2 \delta E_2^2)_\omega / (\delta E_{1,2}^2)_\omega$$

или

$$\rho_\omega = -\frac{2\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \frac{\Delta\omega_p^2}{\omega^2 + \Delta\omega_p^2},$$

где  $\Delta\omega_p = \Delta\omega_p a_1 E_0^2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$  — ширина спектра коэффициента корреляции.

Зависимость  $\rho_\omega$  от частоты приведена на рис. 5.1. Результаты теоретического анализа [100] хорошо согласуются с экспериментальными данными.

### 5.3. Флуктуации фазы в КОКГ

Анализ флуктуаций фазы в КОКГ можно провести, используя уравнение для фаз (5.2), ограничиваясь рамками корреляционного приближения

$$\frac{d\delta\varphi_{1,2}}{dt} = \frac{\omega_0}{E_0} (C\delta E_{1,2} + D\delta E_{2,1} + \xi_{\Phi 1,2}); \quad (5.11)$$

где

$$C = -4\pi \frac{\partial \kappa'_{1,2}}{\partial E_{1,2}^2} E_0^2; \quad D = -4\pi \frac{\partial \kappa''_{1,2}}{\partial E_{2,1}^2} E_0^2.$$

Ширина линий встречных волн и их биений, обусловленные флуктуациями фазы, равны

$$\Delta\omega_{1,2} = (\delta\dot{\varphi}_{1,2})_{\omega=0} = \frac{\omega_0^2}{E^2} [(C^2 + D^2)(\delta E_{1,2}^2)_0 + \\ + 2CD(\delta E_1 \delta E_2)_0 + (\xi_{\Phi 1,2}^2)_0]; \quad (5.12)$$

$$\Delta\omega_{\Phi} = \frac{(\delta\dot{\Phi}^2)_0}{4} = \frac{\omega_0^2}{2E^2} \{(C - D)^2 [(\delta E_{1,2}^2)_0 - (\delta E_1 \delta E_2)_0] + \\ + (\xi_{\Phi 1,2}^2)_0 - (\xi_{\Phi 1} \xi_{\Phi 2})_0\}. \quad (5.13)$$

Заметим, что биения происходят на частоте  $0,5(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)$  и изменение амплитуды биений во времени определяется функцией  $E_0 \cos[(\varphi_1 - \varphi_2)/2 + \varphi_0]$ .

Для слабого поля, когда  $a^2 E_0^2 \ll 1$ , формулы упрощаются:

$$\Delta\omega_{1,2} = \frac{\Delta\omega_p N_1^2}{4a_1 E_0^2} \left(1 + b^2 \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2}\right), \\ \Delta\omega_{\Phi} = \frac{\Delta\omega_p N_1^2}{8a_1 E_0^2} \left[1 + b^2 \frac{1}{(\alpha - \beta)^2}\right].$$

Приведенные выше соотношения справедливы при отсутствии обратного рассеяния, обуславливающего связь между встречными волнами.

В работе [117] уравнение (5.2) решается с учетом обратного рассеяния. В рамках корреляционного

приближения это приводит к необходимости включения в правую часть уравнения (5.11) члена, зависящего от коэффициентов отражения от зеркал ( $m_{1,2}$ ):

$$M_{1,2} = \frac{\omega_0 d}{2} \left\{ -|m_{1,2}| \sin(\Phi + \theta_{1,2}) \mp \right. \\ \left. \mp \frac{\omega_0}{A^2 - B^2} [(CA - DB)|m_{1,2}| \cos(\Phi + \theta_{1,2}) + \right. \\ \left. + (CB - DA)|m_{2,1}| \cos(\Phi + \theta_{1,2})] \right\}. \quad (5.14)$$

В этом случае спектральная плотность флуктуаций частот встречных волн и частоты биений определяется выражениями

$$(\delta\dot{\varphi}_{1,2}^2)_{\omega} = (\delta\dot{\varphi}_{1,2}^2)_{\omega}^0 + \frac{M_1 M_2}{M^2 + \omega^2} (\delta\dot{\Phi}^2)_{\omega}^0, \quad (5.15)$$

$$(\delta\dot{\Phi}^2)_{\omega} = \frac{\omega^2}{M^2 + \omega^2} (\delta\dot{\Phi}^2)_{\omega}^0; \quad (5.16)$$

где  $M = M_1 - M_2 = \sqrt{\Omega_c^2 - \Omega^2}$ ;  $\Omega$  — угловая скорость вращения КОКГ (вокруг оси, перпендикулярной плоскости кольца);  $\Omega_c$  — угловая скорость вращения КОКГ на границе полосы синхронизации, соответствующая частоте  $\omega_c$  (формула (4.15)). Верхний индекс «0» соответствует значениям величин, рассчитанным без учета обратного рассеяния.

Последние соотношения позволяют провести анализ влияния модулей и фаз коэффициентов отражения, а также расстройки частоты вращения кольцевого ОКГ относительно частоты, соответствующей границе полосы синхронизации, на спектральные плотности флуктуаций.

Как уже отмечалось выше, естественные флуктуации КОКГ, связанные с природой протекающих в ОКГ процессов, ограничивают предельную чувствительность когерентных оптических гироскопов. Анализ влияния естественных флуктуаций на чувстви-

тельность такого гироскопа проводится в работах [100, 115, 124].

Предельная чувствительность когерентного оптического гироскопа определяется величинами спектральной плотности флуктуаций измеряемых параметров (разности фаз встречных волн, частоты биений), а также методом статистической обработки результатов измерений.

Если угловая скорость вращения КОКГ фиксируется по частоте биений встречных волн, то для оценки предельной точности необходимо знать среднее отклонение частоты биений, которое вдали от полосы синхронизации равно [117]

$$\delta\omega = 1/2 \langle (\bar{\Phi} - \langle \bar{\Phi} \rangle)^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{\Delta\omega_{\Phi}/T},$$

где  $T$  — время измерения. Черта означает усреднение за время  $T$ .

Количественные оценки [100], показывают, что естественные флуктуации при времени измерения  $T=10^2$  с,  $\Delta\omega_{\Phi}/2\pi=10^{-2}$  Гц вызывают среднее отклонение, составляющее  $\delta\omega/2\pi=10^{-2}\sqrt{2\pi}$  Гц. Величина  $\Delta\omega_{\Phi}$  соответствует режиму:

$\Delta\omega_p/2\pi=10^6$  Гц;  $1+R^0/D^0=5$ ;  $\mu=\gamma_{ab}$  и мощность  $P=0,25$  мВт). Минимальная скорость вращения КОКГ  $\delta\Omega=cL/2\omega_0 S \simeq 10^{-2}$  град·ч $^{-1}$ , если периметр  $L=40$  см, площадь КОКГ  $S=100$  см $^2$  и  $\omega_0=3\cdot 10^{15}$  рад/с.

В § 4.4 отмечалось, что при малых угловых скоростях вращения КОКГ внутри полосы синхронизации встречных волн измерения угловой скорости может производиться по вариации разности фаз встречных волн. В этом случае дисперсия разности фаз определяется соотношением

$$M \langle \delta\Phi^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{\Delta\omega_{\Phi}/2T [1 - (MT)^{-1} (1 - e^{-MT})]}.$$

Сравнение частотного и фазового метода показывает, что предельные точности измерений при  $T \gg 1/M$  оказываются одного порядка,

#### 5.4. Влияние шумового возмущения на КОКГ в режиме параметрической синхронизации

В § 4.6 были рассмотрены особенности работы лазерного гироскопа при наличии внешних периодических возмущений, частота которых близка к частоте биений встречных волн, определяемой угловой скоростью вращения гироскопа. При небольшой разности этих частот, как следует из рассмотрения, может наблюдаться затягивание частоты биений и режим параметрического резонанса, когда частота биений синхронизируется источником внешних возмущений и гироскоп перестает регистрировать изменения угловой скорости вращения.

Одним из методов устранения нежелательного влияния параметрического резонанса на когерентный оптический гироскоп как измеритель угловой скорости вращения является выход из области параметрического резонанса путем изменения частоты биений, которое может быть осуществлено включением в кольцевой резонатор невзаимного элемента или изменением его режима, если он установлен в резонаторе. В работе [92] обращается внимание еще на один метод снижения влияния параметрического резонанса на работу когерентного оптического гироскопа, заключающийся в создании дополнительного внешнего шумового воздействия. При этом наблюдается сужение полосы параметрической синхронизации, а при некоторых условиях и полное исчезновение параметрического резонанса. Конечно, при реализации этого метода следует иметь в виду, что дополнительное шумовое воздействие на лазерный гироскоп может привести к дополнительным флуктуациям фазы встречных волн; к расширению спектра биений и, следовательно, к некоторому снижению точности измерения частоты биений. Чтобы при реализации этого метода избежать нежелательных воздействий на ко-

герентный оптический гироскоп во всем диапазоне измеряемых угловых скоростей, можно предусмотреть включение шумового генератора только в области параметрического резонанса. Остановимся кратко на рассмотрении шумового воздействия на гироскоп при наличии одновременно действующих периодических внешних возмущений.

Полагая, что периодические и шумовые внешние воздействия статистически независимы, процессы в гироскопе могут быть описаны уравнениями, аналогичными использованным в § 4.6:

$$\psi = \Delta\varphi(t) - 2\arctg(2\omega^{-1}\dot{y}y^{-1}) + \text{const}, \quad (5.17)$$

$$\ddot{y} + \omega y[1/4\omega + \gamma_1 \cos \Omega_{\text{вн}}t + 1/2V(t)] = 0, \quad (5.18)$$

где

$$V(t) = \Delta v - \Delta \dot{\varphi} + \frac{1}{\omega} \left[ \Delta \dot{v}_1 - v \frac{\Delta \dot{v} - \Delta \ddot{\varphi}}{v} + \frac{\Delta \ddot{v} - \Delta \ddot{\varphi}}{v} \right]; \quad (5.19)$$

$\Delta\varphi$ ,  $\Delta v$ ,  $\Delta v_1$  — флуктуации фазы  $\varphi$ , параметра  $v$  и ширины полосы синхронизации  $v_1$ ;  $\gamma_1$  — полуширина полосы синхронизации. Функция  $V(t)$  является случайной функцией времени, зависящей от различных шумовых вариаций параметров КОКГ.

Для решения уравнения (5.18) можно использовать подстановку, вводя новую переменную  $\theta$  [92]:

$$y = C \cos \frac{1}{2}(\Omega_{\text{вн}}t + \theta) \exp \left\{ \frac{1}{2} \int \dot{\theta} \operatorname{tg} \frac{1}{2}(\Omega_{\text{вн}}t + \theta) dt \right\}, \quad (5.20)$$

где  $C$  — произвольная постоянная. После подстановки (5.20) в (5.18) получим уравнение для фазы  $\theta$

$$\dot{\theta} = [1 + \cos(\Omega_{\text{вн}}t + \theta)](\omega - \Omega_{\text{вн}} + V(t) + 2\gamma_1 \cos \Omega_{\text{вн}}t). \quad (5.21)$$

Вблизи параметрического резонанса  $|\omega - \Omega_{\text{вн}}| \ll \Omega_{\text{вн}}$  и правая часть выражения (5.21) относительно мала

по сравнению с  $\Omega_{\text{вн}}$  и, следовательно, функция  $\theta(t)$  является медленно меняющейся функцией, что позволяет использовать при ее определении методы усреднения по периоду колебаний  $T_{\text{вн}} = 2\pi/\Omega_{\text{вн}}$  и получить следующее приближенное уравнение:

$$\theta = \omega - \Omega_{\text{вн}} + \gamma_1 \cos \theta + \bar{V} + \bar{V}_c \cos \theta - \bar{V}_s \sin \theta, \quad (5.22)$$

где

$$\begin{Bmatrix} \bar{V}(t) \\ \bar{V}_c(t) \\ \bar{V}_s(t) \end{Bmatrix} = \frac{1}{T_{\text{вн}}} \int_0^{T_{\text{вн}}} V(t + \tau) \begin{Bmatrix} 1 \\ \cos \Omega_{\text{вн}}(t + \tau) \\ \sin \Omega_{\text{вн}}(t + \tau) \end{Bmatrix} d\tau. \quad (5.23)$$

Подставляя в (5.17) выражение для

$$\dot{y}y^{-1} = -0,5\Omega_{\text{вн}} \operatorname{tg} 0,5(\Omega_{\text{вн}}t + \theta),$$

которое можно получить из (5.20), находим

$$\psi = \Omega_{\text{вн}}t + \theta(t) + \Delta\varphi(t) + \text{const}. \quad (5.24)$$

Ограничимся рассмотрением случая, когда шумовые воздействия соответствуют стационарному случайному процессу с нормальным распределением и нулевым средним значением ( $\langle V \rangle = 0$ ).

На основании соотношения (5.24) можно заключить, что для определения характера изменения  $\psi$  необходимо выяснить особенности функции  $\theta(t)$ .

Представим  $\theta$  в виде суммы среднего значения  $\langle \theta \rangle$  и флуктуации фазы  $\Delta\theta(t)$ , т. е.  $\theta = \langle \theta \rangle + \Delta\theta(t)$ .

Полагая также, что случайная величина является нормально распределенной, можно определить среднее значение и дисперсию фазы

$$\langle \dot{\theta} \rangle = \omega - \Omega_{\text{вн}} - \Delta\Omega_{\text{вн}} + \tilde{\gamma} \cos \langle \theta \rangle, \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} \langle \Delta \dot{\theta}^2 \rangle = & 2 \int_0^{\infty} \bar{K}(\tau) d\tau - 2\tilde{\gamma} \langle \Delta \theta^2 \rangle \sin \langle \theta \rangle + \\ & + (1 - \langle \Delta \theta^2 \rangle) \exp(-\langle \Delta \theta^2 \rangle) \int_0^{\infty} \bar{K}_c(\tau) d\tau, \quad (5.26) \end{aligned}$$

где  $\Delta \Omega_{\text{вн}} = 0,5 \exp(-\langle \Delta \theta^2 \rangle) \int_0^{\infty} \bar{K}_s(\tau) d\tau$  — частотный

сдвиг, вызванный шумовым воздействием;  $\tilde{\gamma} = \gamma_1 \exp \times \times (-0,5 \langle \Delta \theta^2 \rangle)$  — эффективная полуширина полосы синхронизации,  $\bar{K}(\tau)$ ,  $\bar{K}_c(\tau)$ ,  $\bar{K}_s(\tau)$  — функции корреляции, определяемые соотношениями

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \bar{K}(\tau) \\ \bar{K}_c(\tau) \\ \bar{K}_s(\tau) \end{array} \right\} = & \frac{1}{T_{\text{вн}}^2} \int_0^{T_{\text{вн}}} dt \int dt' K(\tau + \\ & + t - t') \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \cos \Omega_{\text{вн}}(\tau + t - t') \\ \sin \Omega_{\text{вн}}(\tau + t - t') \end{array} \right\}, \quad (5.27) \\ K(\tau) = & \langle V(t) V(t + \tau) \rangle. \end{aligned}$$

В общем случае при одновременном воздействии внешнего периодического и шумового возмущения возможны два режима работы когерентного оптического гироскопа, соответствующих области параметрической синхронизации (захватыванию внешним периодическим возмущением) и области вне полосы синхронизации. В каждой из этих областей представляется интересным определить, к какому изменению режима приводят дополнительные шумовые возмущения по сравнению с обычным режимом параметрической синхронизации, рассмотренным нами в гл. 4.

Для области параметрической синхронизации функции  $\langle \theta \rangle$  и  $\langle \Delta \theta^2 \rangle$  не зависят от времени, т. е.  $\langle \theta \rangle = \text{const}$  и  $\langle \Delta \theta^2 \rangle = \text{const}$ , и уравнения (5.25) и



(5.26) преобразуются в уравнения, позволяющие найти стационарные значения  $\langle \theta \rangle$  и  $\langle \Delta \theta^2 \rangle$ :

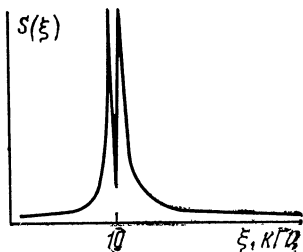
$$\cos \langle \theta \rangle = (\Omega_{\text{вн}} + \Delta \Omega_{\text{вн}} - \omega) \tilde{\gamma}^{-1}, \quad (5.28)$$

$$\langle \Delta \xi^2 \rangle = 1 + \frac{\int_0^\infty \bar{K}(\tau) d\tau - \tilde{\gamma} \sin \langle \theta \rangle}{\tilde{\gamma} \sin \langle \theta \rangle + \frac{1}{2} \exp(-\langle \theta^2 \rangle) \int_0^\infty \bar{K}_c(\tau) d\tau}. \quad (5.29)$$

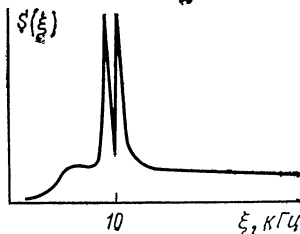
Необходимыми условиями для существования стационарного решения этих уравнений является одновременное выполнение двух неравенств

$$|\Omega_{\text{вн}} + \Delta \Omega_{\text{вн}} - \omega| \leq \tilde{\gamma}, \quad (5.30)$$

$$\int_0^\infty \bar{K}(\tau) d\tau \leq \frac{2}{e} \gamma_1 \sin \langle \theta \rangle + \frac{1}{2e^2} \int_0^\infty \bar{K}_c(\tau) d\tau \quad (5.31)$$



а



б

Рис. 5.2. Спектр сигнала биений:

а — для невозмущенного режима биений на частоте 10 кГц;  
б — при наличии широкополосного шумового возмущения [92]

Из первого соотношения (5.30) следует, что полоса синхронизации при наличии шумового воздействия сужается, причем уменьшение ее происходит по двум причинам: эффективная полуширина полосы синхронизации  $\tilde{\gamma} < \gamma_1$  и под воздействием шумового возмущения смещается частота параметрического резонанса на величину  $\Delta \Omega_{\text{вн}}$ .

Из анализа второго соотношения (5.31) можно сделать весьма важный вывод о том, что стационарное решение существует только в области, где шумовое возмущение не превышает определенного уровня. В случае превышения этого уровня параметрический резонанс в системе не наблюдается, т. е., иными словами, внешнее периодическое возмущение не в состоянии засинхронизировать КОКГ.

Не останавливаясь на рассмотрении режима КОКГ вне полосы параметрической синхронизации, отметим, что шумовое возмущение приводит к изменению спектра биений. В частности, вблизи с основной частотой биений появляются комбинационные составляющие относительно небольшой интенсивности. При этом ширина основной спектральной линии биений практически не изменяется. На рис. 5.2 показаны спектры сигнала биений, полученные экспериментально.

## **Глава 6**

### **ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛОВ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН НА ВЫХОДЕ КОКГ**

#### **6.1. Интерференция двух близких по частоте световых волн**

В частотных датчиках угловой скорости информативным параметром служит частота каждой из встречно бегущих волн. Измерить эту частоту можно только приборами, которые способны зарегистрировать незначительные сдвиги частоты, вызванные вращением. Поэтому определенный интерес представляют гетеродинные методы измерений, с помощью которых сравнительно легко может быть осуществлен перенос спектра измеряемых частот из оптического в более низкочастотный диапазон [132—135]. Преиму-

щество гетеродинного метода измерений становится особенно очевидным, если выделять сигнал биений встречно бегущих волн. В этом случае не требуется отдельный гетеродин, и схема выделения информативного параметра сигнала упрощается.

Однако гетеродинные измерители частоты оптического диапазона сильно отличаются от подобных измерителей более низкочастотного, например радиотехнического, диапазона. Это объясняется тем, что в оптическом диапазоне на чувствительную поверхность фотоприемника, как правило, падает световой поток, диаметр которого много больше длины волны. Поэтому взаимное расположение фронтов смешиваемых сигналов, наклон поверхности фотодетектора и искажение фазовых фронтов оказывает существенное влияние на процесс выделения сигнала разностной частоты [143]. В процессе выделения сигнала частотного датчика угловой скорости на поверхность фотоприемника направляют две световые волны, которые выходят за резонатор кольцевого ОКГ через один из отражателей. Эти волны порождаются встречными колебаниями ОКГ и выходят из резонатора, образуя между собой угол, равный сумме углов падения встречных волн кольцевого генератора на данный отражатель. Величина этого угла определяется конфигурацией резонатора и может меняться в широких пределах (от  $60^\circ$  в треугольном резонаторе до  $90^\circ$  в четырехугольном). Для выделения сигнала биений часть энергии встречных волн, выходящей за пределы резонатора, предварительно совмещают в пространстве и затем направляют на фотоприемник (рис. 6.1). Использование совокупности зеркал 1 и 2, одно из которых является полупрозрачным, позволяет изменить направление распространения выходящих из КОКГ волн и при соответствующей юстировке зеркал добиться пространственного совмещения волновых поверхностей световых волн. При этом у поверхности фотоприемника

образуется суммарное поле, характеризующееся последовательностью интерференционных полос, число которых и скорость перемещения определяется угловой расходимостью и разностью частот световых волн.

Рассмотрим образование интерференционной картины при падении на фотокатод двух электромагнит-

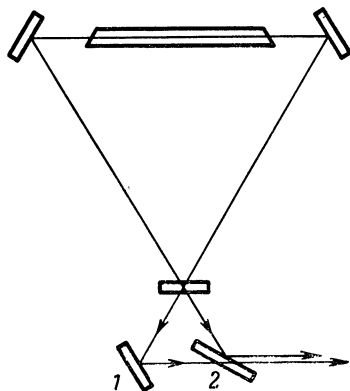


Рис. 6.1. Схема пространственного совмещения встречных волн, выходящих из резонатора КОКГ.

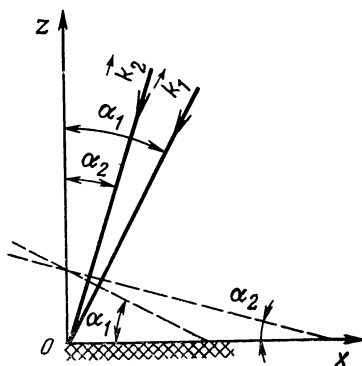


Рис. 6.2. Наклонное падение двух плоских волн на поверхность фотокатода.

ных волн, выходящих из КОКГ и суммируемых на фотодетекторе (рис. 6.2). Здесь фотокатод совмещен с плоскостью  $xOy$ , а падающие под углом  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  лучи размещены в плоскости  $xOz$ . В этом случае суммарное поле в плоскости фотокатода можно записать в виде

$$E_z = E_1 \cos(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_1) + E_2 \cos(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_2),$$

где  $E_1$ ,  $E_2$  — амплитуды встречных волн, выходящих из резонатора КОКГ;

$$r_1 = x \sin \alpha_1 - z \cos \alpha_1; \quad r_2 = x \sin \alpha_2 - z \cos \alpha_2.$$

Тогда получим

$$E_z = E_1 \cos \left[ \omega_1 \left( t - \frac{x}{c} \sin \alpha_1 + \frac{z}{c} \cos \alpha_1 \right) - \varphi_1 \right] + \\ + E_2 \cos \left[ \omega_2 \left( t - \frac{x}{c} \sin \alpha_2 + \frac{z}{c} \cos \alpha_2 \right) + \varphi_2 \right]. \quad (6.1)$$

Мгновенная интенсивность интерференционного поля  $I(t)$ , пропорциональная квадрату суммарного поля  $E_z$ , позволяет найти среднюю по времени интенсивность  $I_{cp}(\tau)$  из соотношения

$$I_{cp}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} I(t) dt. \quad (6.2)$$

При выделении разностной частоты наибольший интерес представляют значения  $\tau$ , удовлетворяющие условию

$$T \ll \tau \ll T_p,$$

где

$$T \approx T_1 \approx T_2, \quad T_p = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}.$$

Подставляя в соотношение (6.1) выражение (6.2) и интегрируя, получаем

$$I_{cp}(t) = \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2) + E_1 E_2 \cos \left[ (\omega_1 - \omega_2) t - \right. \\ \left. - x \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c} + z \frac{\omega_1 \cos \alpha_1 - \omega_2 \cos \alpha_2}{c} + \varphi_1 - \varphi_2 \right]. \quad (6.3)$$

При этом учтено, что

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} E_1 E_2 \cos \left[ (\omega_1 + \omega_2) t - \frac{x}{c} (\omega_1 \sin \alpha_1 + \omega_2 \sin \alpha_2) \right. \\ \left. + \frac{z}{c} (\omega_1 \cos \alpha_1 + \omega_2 \cos \alpha_2) + \varphi_1 + \varphi_2 \right] dt = 0.$$

Рассматривая интерференцию двух плоских электромагнитных волн, мы анализировали световую волну как скалярную величину, не учитывая ее поляризации.

Монохроматическая же электромагнитная волна всегда поляризована, поэтому характер интерференционных явлений определяется не только относительным наклоном фронтов суммируемых волн, но и характером поляризации этих волн. Так как любая поляризация электромагнитной волны может быть представлена в виде суперпозиции двух ортогональных линейно поляризованных колебаний, то рассмотрим, как влияет на эффективность выделения сигнала биений относительная ориентация плоскостей поляризации волн, выходящих из резонатора КОКГ. Такое рассмотрение является оправданным и для целого ряда практических случаев, когда встречные волны в резонаторе КОКГ являются линейно поляризованными.

Относительный разворот плоскостей поляризации встречных волн в этом случае может быть вызван взаимными эффектами в резонаторе КОКГ или системой оптических элементов, осуществляющих пространственное совмещение волн, выходящих из резонатора.

Если плоскости поляризации волн, участвующих в интерференции, развернуты одна относительно другой на угол  $\psi$ , то можно показать, что интенсивность суммарного поля составит

$$I_{\text{ср}}(t) = \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2) + E_1 E_2 \cos \psi \cos \left[ (\omega_1 - \omega_2) t - \right. \\ \left. - \frac{x}{c} (\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2) + \right. \\ \left. + \frac{z}{c} (\omega_1 \cos \alpha_1 - \omega_2 \cos \alpha_2) + \varphi_1 - \varphi_2 \right].$$

Сравнение этого выражения с соотношением (6.3) показывает, что переменная компонента интенсивности

суммарной световой волны пропорциональна косинусу угла между плоскостями поляризации, поэтому в предельном случае при ортогональности поляризаций суммируемых волн, переменная составляющая равна нулю и выделение сигнала биений невозможно.

Анализ соотношения (6.1) показывает, что в результате сложения (пространственного совмещения) встречных волн, выходящих за пределы резонатора КОКГ вблизи поверхности фотокатода образуется система чередующихся интерференционных максимумов и минимумов, условие существования которых можно представить соответственно в виде

$$\Delta\omega t - x \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c} + \\ + z \frac{\omega_1 \cos \alpha_1 - \omega_2 \cos \alpha_2}{c} + \varphi_1 - \varphi_2 = 2n\pi, \quad (6.4)$$

$$\Delta\omega t - x \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c} + \\ + z \frac{\omega_1 \cos \alpha_1 - \omega_2 \cos \alpha_2}{c} + \varphi_1 - \varphi_2 = (2n + 1)\pi, \quad (6.5)$$

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2.$$

Фиксируя момент времени  $t$ , полагая, например,  $t=0$ , можно определить число интерференционных максимумов, приходящихся на единицу длины фотокатода

$$m = \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{2\pi c} x. \quad (6.6)$$

Следовательно, количество полос интерференции  $m$  определяется угловой расходимостью световых волн КОКГ складываемых на поверхности фотокатода

Экспериментальное наблюдение интерференционной картины двух наклонно падающих волн,

выходящих из резонатора КОКГ, может быть выполнено по схеме, изображенной на рис. 6.3. Здесь две световые волны, выходящие из КОКГ, образованного зеркалами 1, 3, 4 и активным элементом 2, суммируются в пространстве с помощью призм 5, 6 и образующаяся интерференционная картина наблюдается в микроскоп 7. Последний необходим для разрешения интерференционных полос при больших углах между лучами, выходящими из КОКГ. Путем вращения призм 5, 6 можно менять угловую расходимость суммируемых волн в широких пределах. Так как наблюдение мгновенного значения интерференционной картины при неравенстве частот падающих волн оказывается затруднительным в связи с перемещением максимумов и минимумов результирующего поля, то целесообразно использовать КОКГ, работающий в режиме захвата встречных волн по частоте. При этом частоты генерации встречных волн совпадают ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ), а выражения (6.4), (6.5) принимают соответственно вид

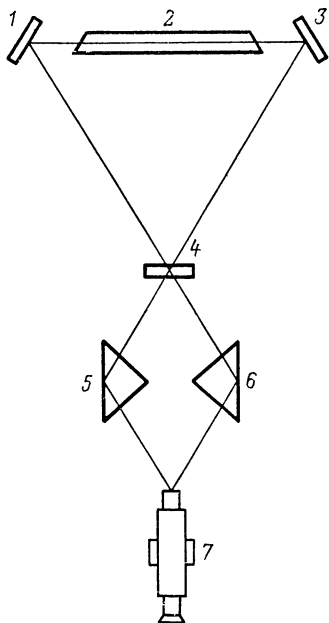


Рис. 6.3. Схема наблюдения интерференционной картины встречных волн, выходящих из резонатора КОКГ.

$$-\frac{\omega x}{c}(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) + \frac{\omega z}{c}(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) +$$



$$+\varphi_1 - \varphi_2 = 2n\pi; \quad -\frac{\omega x}{c}(\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) + \\ + \frac{\omega z}{c}(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) + \varphi_2 - \varphi_1 = (2n + 1)\pi.$$

Таким образом, при равенстве частот падающих волн максимумы и минимумы суммарного поля оказываются неподвижными (как и при фиксированном моменте времени  $t$ ), а их число, приходящееся на единицу длины, определяется соотношением (6.6).

На рис. 6.4 представлены фотографии суммарного поля встречных волн, которые наблюдались в микроскоп по схеме рис. 6.3. Увеличению угловой расходимости волн  $\alpha_1 - \alpha_2$  соответствует рост числа полос интерференции.

В микроскоп с 600-кратным увеличением четко наблюдается чередующаяся последовательность максимумов и минимумов, образованных световыми лучами, угол между волновыми векторами которых составляет  $60^\circ$ . Если КОКГ выводится из режима захвата встречных волн, при котором  $\omega_1 \neq \omega_2$ , то интерференционные полосы начинают перемещаться и в микроскоп не наблюдаются.

В процессе выделения сигнала биений на выходе фотоприемника имеют дело с сигналом разностной частоты, по которому непосредственно затруднительно установить соотношение между частотами встречных волн КОКГ ( $\omega_1 > \omega_2$  или  $\omega_2 > \omega_1$ ). Вместе с тем эта информация для некоторых практических случаев оказывается необходимой, например, когда требуется определить направление вращения. Проанализируем возможность определения соотношений между частотами встречных волн КОКГ по характеру изменения интерференционной картины суммируемых у поверхности фотокатода волн. Неравенство частот суммируемых световых полей приводит к тому, что интерференционные максимумы и минимумы перемещаются

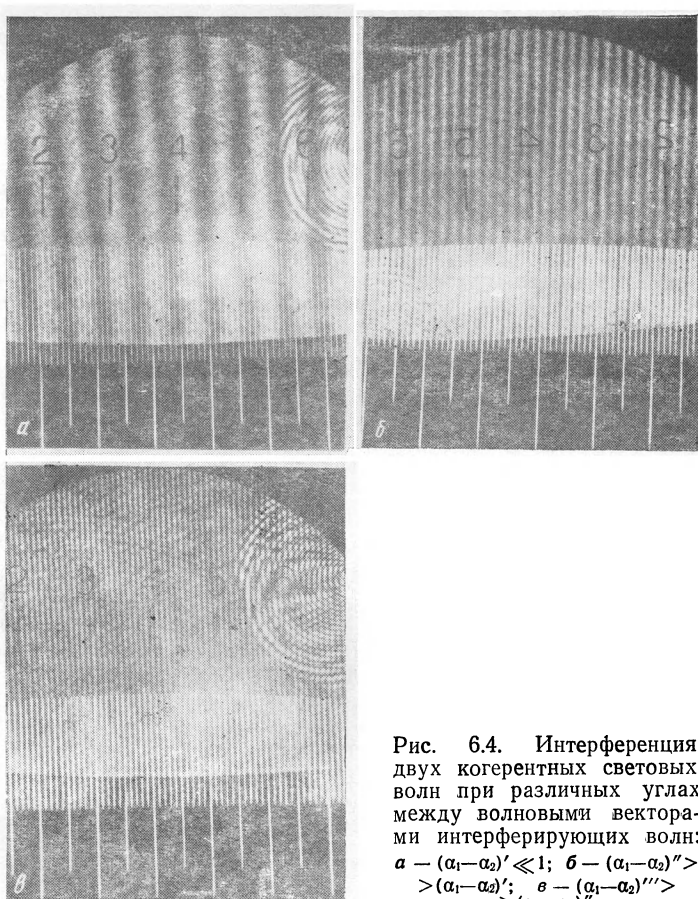


Рис. 6.4. Интерференция двух когерентных световых волн при различных углах между волновыми векторами интерферирующих волн:  $a - (\alpha_1 - \alpha_2)' \ll 1$ ;  $б - (\alpha_1 - \alpha_2)'' > (\alpha_1 - \alpha_2)'$ ;  $в - (\alpha_1 - \alpha_2)''' > (\alpha_1 - \alpha_2)''$ .

в пространстве. На основании соотношений (6.4) и (6.5) можно определить скорость перемещения максимумов или минимумов интерференционной картины вдоль координаты  $x$ .

Для этого продифференцируем выражение (6.4) по времени. При этом получим

$$\frac{dx}{dt} = \frac{(\omega_1 - \omega_2) c}{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}. \quad (6.7)$$

Нетрудно видеть, что направление и скорость перемещения интерференционных максимумов определяется соотношением частот суммируемых волн. Действительно, анализируя выражение (6.7), легко прийти к выводу, что при изменении знака разности частот  $\omega_1 - \omega_2$ , на обратный, знак производной  $dx/dt$  будет также изменяться, если знаменатель в соотношении (6.7) сохранит свой знак неизменным. В этом случае по направлению движения интерференционных полос можно будет судить о соотношении между частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Так, если  $\omega_1 > \omega_2$ , то  $dx/dt > 0$ , напротив, если  $\omega_1 < \omega_2$ ,  $dx/dt < 0$ .

Для определения соотношения между частотами потребуем, например, чтобы выполнялось неравенство

$$\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2 > 0.$$

Так как практически целесообразно выбирать малые углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  при небольшой угловой расходимости  $\delta$  совмещаемых волн, то (6.8) можно переписать в виде

$$(\omega_0 \pm \Delta\omega/2) \alpha - (\omega_0 \mp \Delta\omega/2) (\alpha - \delta) > 0, \quad (6.9)$$

где  $\delta = \alpha_1 - \alpha_2$ ;  $\alpha = 0,5(\alpha_1 + \alpha_2)$ ;  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ .

Неравенству (6.9) будет наиболее сложно удовлетворить при  $\omega_1 < \omega_2$ , когда  $\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega/2$  и  $\omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega/2$ . Покажем, что выбором соответствующего значения  $\delta$  и в этом случае можно выполнить соотношение (6.9). Из выражения

$$(\omega_0 - \Delta\omega/2) \alpha - (\omega_0 + \Delta\omega/2) (\alpha - \delta) > 0,$$

найдем величину угла  $\delta$  из соотношения

$$(\omega_0 - \Delta\omega/2) / (\omega_0 + \Delta\omega/2) > 1 - (\alpha - \delta) / \alpha.$$

Так как

$$(\omega_0 - \Delta\omega/2) / (\omega_0 + \Delta\omega/2) \approx 1 - (\Delta\omega/\omega_0),$$

$$(\alpha - \delta) / \alpha < 1 - \Delta\omega/\omega_0,$$

то

$$\delta > \alpha \Delta\omega/\omega_0.$$

Величина  $\alpha$  мало влияет на выбор значений  $\delta$ , так как в реальных случаях отношение  $\Delta\omega/\omega_0$  весьма мало. Если принять, как это делалось ранее для лазерного гироскопа с длиной стороны 1 м,  $\lambda = 0,63$  мкм, то при определении угловой скорости вращения Земли ( $\Omega_3 = 7,3 \cdot 10^{-5}$  рад/с) величина разности частот  $F$  составит 66,5 Гц, а отношение  $2\pi F/\omega_0 = \Delta\omega/\omega_0 \approx 10^{-13}$ .

Таким образом, при небольшой угловой расходимости совмещаемых волн по направлению движения интерференционной картины суммарного поля вблизи фотокатода можно установить соотношение между частотами встречных волн КОКГ.

## 6.2. Особенности выделения разностной частоты на выходе фотоприемника

Процесс нелинейного преобразования над волнами, выходящими из КОКГ (в результате которого выделяется сигнал биений), происходит в фотодетекторе, а величина фототока на выходе фотоприемника зависит от интенсивности суммарного поля, падающего на фотокатод.

Соотношение между удельным выходным фототоком, отнесенным к единице поверхности, и интенсивностью суммарного поля, определяемого соотношением (6.3), может быть представлено в виде закона Столетова [14, 139]:

$$i_{\Phi} = \gamma I_{\Sigma}(t), \quad (6.10)$$

где

$$\gamma = \eta e / h\nu,$$

$\eta$  — квантовый выход фотокатода на частоте  $\nu$ ;  $e$  — заряд электрона;  $h$  — постоянная Планка.

Результирующий ток фотодетектора будет равен

$$i_{\Phi\Sigma} = \int_s i_{\Phi} ds, \quad (6.11)$$

где  $s$  — площадь фотокатода.

Используя соотношения (6.3), (6.10) и (6.11), после интегрирования по площади, ограниченной прямоугольником со сторонами  $a$  и  $b$ , получаем

$$i_{\Phi\Sigma} = \frac{1}{2} \gamma s (E_1^2 + E_2^2) +$$

$$\begin{aligned}
& + \gamma s E_1 E_2 \frac{\sin \left( a \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c} \right)}{a \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c}} \times \\
& \times \cos \left[ (\omega_1 - \omega_2) t + \varphi_1 - \varphi_2 + \frac{z}{c} (\omega_1 \cos \alpha_1 - \omega_2 \cos \alpha_2) \right],
\end{aligned} \tag{6.12}$$

где  $s = ab$ .

Если область взаимодействия лучей у поверхности фотокатода ограничена окружностью радиуса  $r$ , то результирующий ток составит

$$\begin{aligned}
i_{\text{фс}} &= \frac{1}{2} \gamma s (E_1^2 + E_2^2) + \\
& + 2 \gamma E_1 E_2 \frac{J_1 \left( r \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c} \right)}{r \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c}} \times \\
& \times \cos \left[ (\omega_1 - \omega_2) t + \varphi_1 - \varphi_2 + \frac{z}{c} (\omega_1 \cos \alpha_1 - \omega_2 \cos \alpha_2) \right],
\end{aligned} \tag{6.13}$$

где  $J_1$  — функция Бесселя первого рода первого порядка.

В выражениях (6.12) и (6.13) вторые слагаемые описывают величину выходного тока на частоте биеений. С этой точки зрения фотодетектор может быть назван по аналогии с радиотехническими устройствами нелинейной системой с квадратичной характеристикой. Однако эта квадратичность носит условный характер, отображая свойства фотоэлектрических приемников быть пропорциональными счетчиками фотонов.

Полученные соотношения (6.12) и (6.13) позволяют оценить эффективность использования фотоприемника не только для измерения разности частот, но

и для выделения разности фаз двух волн, которая при использовании фазовых измерителей несет информацию об угловой скорости вращения.

Действительно, если на поверхности фотокатода произвести суммирование полей встречных волн при равных частотах, то, полагая  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  и пользуясь выражением (6.12), можно найти соотношение для тока фотодетектора в виде

$$i_{\Phi\Sigma} = \gamma s \left[ \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2) + \right. \\ \left. + E_1 E_2 \frac{\sin \left[ \frac{\alpha\omega}{c} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \right]}{\frac{\alpha\omega}{c} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)} \cos (\varphi_1 - \varphi_2) \right]$$

Здесь второе слагаемое, содержащее информацию о разности фаз встречных волн  $\varphi_1 - \varphi_2$ , свидетельствует, что для наилучшего выделения сигнала необходимо, как и при выделении сигнала биений, стремиться к параллельности интерферирующих лучей. Однако в силу того, что информативный параметр содержится в постоянной составляющей тока фотоприемника, его регистрация может оказаться более затруднительной, чем при выделении гармонического сигнала биений с помощью частотного метода регистрации угловой скорости.

При этом большее влияние могут оказывать изменения интенсивности встречных волн, вариации параметров схемы и нестабильности коэффициента передачи фотоприемника, обусловленные, например, флуктуациями источников питания. Эти обстоятельства, менее существенные при частотных измерениях, еще раз подтверждают преимущества частотного метода регистрации угловой скорости.

При выделении биений появление в токе фотоприемника сигнала разностной частоты само по себе еще

не свидетельствует о возможности высокоточного измерения разностной частоты встречных волн КОКГ. Для уверенного выделения сигнала биений он должен иметь определенное соотношение с собственными шумами фотодетектора. Для оценки отношения сиг-

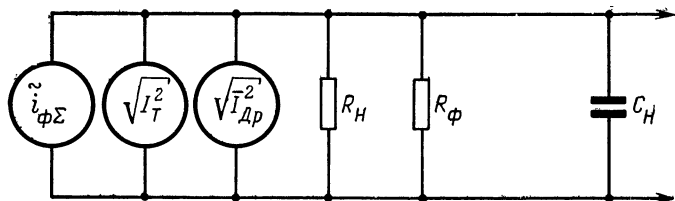


Рис. 6.5. Эквивалентная схема фотоприемника.

нал/шум на выходе фотоприемника рассмотрим эквивалентную схему выделения сигнала биений (рис. 6.5).

Источниками сигнала и шума здесь являются эквивалентные генераторы тока [135]. Величина тока сигнала биений составляет

$$\begin{aligned} \tilde{i}_{\Phi\Sigma} = & \gamma S E_1 E_2 \sin \frac{a}{c} (\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2) \times \\ & \times \left[ \frac{a}{c} (\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Среднее значение квадрата шумового тока для сопротивления нагрузки  $R_H$  и эквивалентного внутреннего сопротивления фотоприемника  $R_{\Phi}$  в рабочей точке вольт-амперной характеристики может быть записано в виде

$$\overline{I_T^2} = 4kN\Delta f (T_H/R_H + T_{\Phi}/R_{\Phi}),$$

где  $k$  — постоянная Больцмана,  $N$  — коэффициент шума усилителя;  $\Delta f$  — ширина полосы;  $T_H$  и  $T_{\Phi}$  — абсолютные температуры сопротивлений нагрузки и фотодетектора соответственно.

Наконец, среднее значение квадрата тока дробовых шумов найдем как

$$\overline{I_{\text{др}}^2} = 2e\Delta f I_{\text{=}}, \quad (6.15)$$

где  $I_{\text{=}} = \gamma s (E_1^2 + E_2^2) / 2 + I_0$ ;  $I_0$  — темновой ток,  $e$  — заряд электрона.

На основании приведенных выражений можно оценить отношение мощности сигнала к суммарной мощности шумов в форме

$$P_c / N, \text{ где } P_c \equiv \tilde{I}_{\Phi\Sigma}^2; N \equiv \overline{I_{\text{т}}}^2 + \overline{I_{\text{др}}}^2.$$

Высокая точность измерения частоты биений встречных волн, выходящих из резонатора КОКГ, достигается при значительных превышениях сигнала разностной частоты над шумами. Такой режим реализуется при  $P_c > N$ . При этом, как правило, выполняется условие  $P_{\text{др}} \gg P_{\text{т}}$ .

Теперь на основании соотношений (6.14) и (6.15) после несложных преобразований можно записать выражение для отношения сигнал/шум в виде

$$\frac{P_c}{N} = \frac{P_c}{P_{\text{др}}} = \frac{E_2^2}{1 - E_2^2/E_1^2} \operatorname{sinc}^2(\omega), \quad (6.16)$$

где

$$\operatorname{sinc}(\omega) = \frac{\sin \pi \omega}{\pi \omega};$$

$$\omega = \frac{a}{\pi c} (\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2).$$

Здесь принято, что  $0,5(\gamma s E_1^2 + E_2^2) \gg I_0$ .

Из этого соотношения может показаться, что для увеличения отношения сигнал/шум необходимо добиваться превышения энергии одной из волн над другой (например,  $E_1 \gg E_2$ ). Такая ситуация обычно имеет место при гетеродинном методе приема, когда амплитуда колебаний опорного генератора, как правило, намного превышает амплитуду сигнала [14—19]. При



выделении сигнала биений на выходе кольцевого ОКГ интенсивности встречных волн, выходящих за пределы резонатора, оказываются приблизительно равными. В этом случае превышение интенсивности одной из волн может быть достигнуто только за счет уменьшения интенсивности другой, так как вблизи выходного зеркала КОКГ выполняется условие  $E_1^2 + E_2^2 = \text{const}$ . При этом соотношение (6.16) достигает максимума, когда  $E_1 = E_2 = E_0$ , и составляет

$$\frac{P_c}{N} = \left( \frac{P_c}{N} \right)_{\max} \text{sinc}^2 \omega, \quad (6.17)$$

где

$$\left( \frac{P_c}{N} \right)_{\max} = \frac{\gamma s}{2e\Delta f} \frac{E_0^2}{2}.$$

Характерным в соотношении (6.17) является зависимость отношения сигнал/шум от рассогласования волновых фронтов волн, которые суммируются у поверхности фотоприемника (рис. 6.6). Легко показать, что при угловой расходимости двух световых волн порядка  $10''$  величина отношения сигнал/шум снижается вдвое от своего максимального значения. Это следует учитывать при реализации схем выделения сигнала биений (схем пространственного совмещения), некоторые варианты которых приведены в гл. 8.

До сих пор мы рассматривали выделение информа-

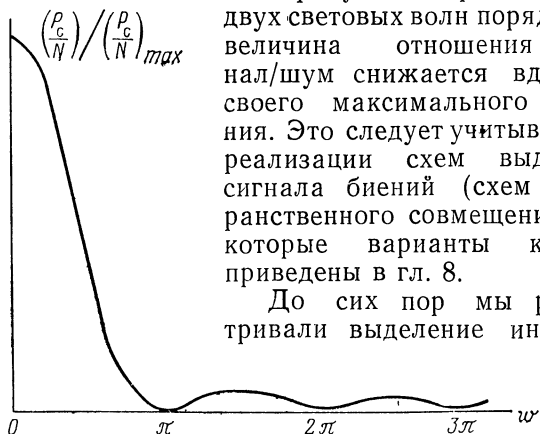


Рис. 6.6. Изменение отношения сигнал/шум на выходе фотоприемника при различных углах падения световых волн.

тивного параметра (разности частот встречных волн) на выходе нелинейного преобразователя — фотоприемника. Этому процессу предшествовала операция пространственного совмещения встречных волн, выходящих из резонатора через один из его отражающих элементов. При этом не учитывалось, что наличие неоднородностей в резонаторе КОКГ приводит к отра-

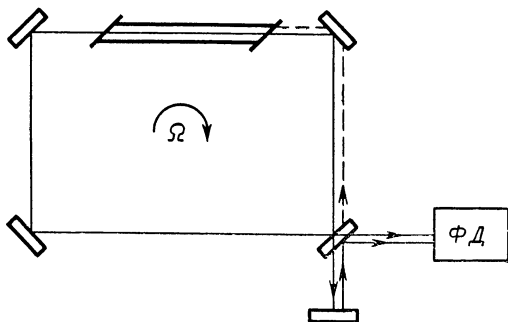


Рис. 6.7. Схема выделения сигнала биений «однолучевым» методом.

жению части энергии каждой волны в сторону встречной. В реальных резонаторах такое отражение всегда имеет место, поэтому вне области захватывания в каждую сторону бегут две волны, отличающиеся по частоте на величину расстройки КОКГ для встречных волн. Учет этого обстоятельства при достаточных коэффициентах отражения неоднородностей позволяет реализовать «однолучевой» метод выделения информативного параметра. Название метода является в известной мере условным. Оно отражает только факт отсутствия объединяющих устройств, с помощью которых обычно производится пространственное совмещение волн на выходе КОКГ.

В работе [139] описаны результаты экспериментальных исследований «однолучевого» метода регист-

рации сигнала биений. Исследования проводились на установке, схема которой приведена на рис. 6.7. В гелий-неоновый КОКГ, с резонатором  $66 \times 71$  см с помощью зеркала *1* могла быть реализована двухлучевая (при наличии зеркала *1*) и однолучевая (без зеркала *1*) схемы выделения сигнала биений. Наличие зеркала *1* приводило к дополнительной связи встречно бегущих волн за счет частичного прохождения в резонатор световой волны, отраженной от зеркала *1*. В процессе экспериментальных исследований сравнивался сигнал биений на выходе фотоприемника (при наличии и отсутствии зеркала *1*, табл. 6.1).

Таблица 6. 1

Параметр	Система	
	двухлучевая (с зеркалом <i>1</i> )	однолучевая (без зеркала <i>1</i> )
Частота биений при одном обороте в минуту, кГц	120	120
Минимальное значение частоты биений, кГц	9...10	1
Уровень сигнала биений	Мало изменяется при вариациях частоты биений	Быстро падает с ростом частоты биений
Уровень шума	Низкий	Высокий

Чтобы получить требуемую величину сигнала биений при использовании только одного луча необходимо исключить все поперечные виды колебаний. Это достигалось введением диафрагмы в резонатор КОКГ, уменьшением добротности резонатора или совокупностью этих мер.

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что однолучевой метод выделения сигнала биений не

позволяет рассчитывать на достижение значительных превышений сигнала над шумом и не может быть рекомендован для выделения сигнала биений при больших разнотах частот встречных волн.

Выражение (6.12) получено в предположении линейной зависимости между падающей на фотокатод суммарной световой мощностью и величиной фототока. При больших интенсивностях волн, совмещаемых на фотокатоде, имеет место насыщение и амплитудная характеристика фотоприемника приобретает нелинейный вид. В этом случае переменная составляющая тока фотоприемника будет определяться крутизной характеристики в точке, соответствующей суммарной интенсивности совмещаемых волн, а выражение (6.12) следует заменить соотношением

$$di_{\phi\Sigma} = \frac{eE^2\eta(E^2)}{2h\nu} + \frac{e}{h\nu} E_1 E_2 \frac{\partial \eta(E^2)}{\partial E^2} \cos \left( \Delta\omega t - \right. \\ \left. - x \frac{\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2}{c} + \varphi_1 - \varphi_2 \right) ds, \quad (6.18)$$

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2,$$

где  $\eta(E^2)$  — квантовая эффективность фотокатода, зависящая от интенсивности падающего светового поля  $E^2$ .

Переменная составляющая тока фотоприемника, которая может быть найдена по выражению (6.18), теперь будет определяться не только произведением амплитуд встречных волн  $E_1$  и  $E_2$ , но и видом характеристики  $\eta(E^2)$ . Конкретная форма этой характеристики определяется типом фотодетектора и режимом его работы.

Несомненный интерес представляет характер распределения сигнала биений по сечению пучка совмещаемых волн. Это объясняется тем, что входной зрачок фотоприемника, как правило, диафрагмируется и на поверхность фотокатода попадает только часть

энергии встречных волн, выводимых из резонатора КОКГ через одно из его зеркал.

Из выражений (6.4), (6.5) и (6.12), (6.13) видно, что угловая юстировка совмещаемых на фотокатоде световых пучков определяет распределение биений по сечению пучка

$$\varphi(x) = \Delta\omega t - \frac{x}{c}(\omega_1 \sin \alpha_1 - \omega_2 \sin \alpha_2) + \\ + \frac{z}{c}(\omega_1 \cos \alpha_1 + \omega_2 \cos \alpha_2).$$

Если волновые поверхности совмещаемых лучей плоские, то фаза разностной частоты меняется линейно по сечению пучка. Отличие от линейного закона распределения позволяет оценить характер волновых фронтов и их искажения.

Экспериментальное исследование пространственного распределения биений по диаметру совмещаемых пучков проводилось на установке, схема которой приведена на рис. 6.8. С помощью зеркал 1 и 2 осуществлялось пространственное совмещение выходящих из КОКГ световых пучков. Так как максимальный диаметр световых пучков на выходе КОКГ невелик (2...3 мм для трехугольного ОКГ со стороной 1 м), то предварительно производилось уширение пучка с помощью оптической системы телескопического типа 3. Светоделителем 4 энергия совмещенных световых пучков распределялась между двумя фотоприемниками 5 и 6, один из которых устанавливался неподвижно, а другой мог перемещаться в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Входные окна фотоприемников диафрагмировались, в результате чего можно было на выходе каждого из них выделять сигнал биений с любой точки сечения светового пучка совмещаемых волн. Сигнал с выхода неподвижного фотоприемника использовался в качестве опорного, относительно которого измерялась фаз сигнала, снимаемого с фото-

приемника, перемещаемого в плоскости, перпендикулярной световым пучкам. Измерение разности фаз двух сигналов производилось по фигурам Лиссажу, наблюдаемым на экране осциллографа. Исследовалась разность фаз при различных значениях угловой расходимости совмещаемых пучков. Так как встреч-

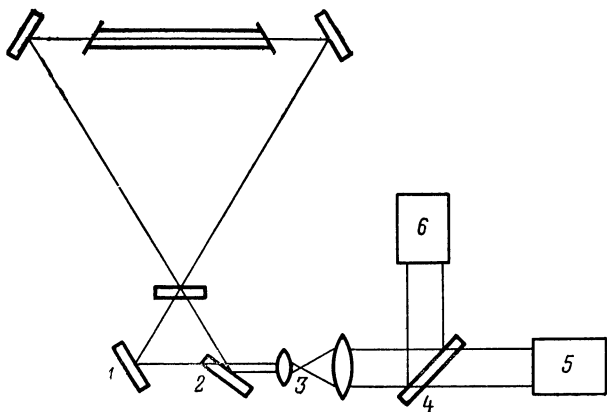


Рис. 6.8. Схема для анализа распределения биений по сечению совмещаемых в пространстве волн КОКГ.

ные волны КОКГ выводились через плоское зеркало, то их волновые фронты оказались весьма близкими к плоским. Это обстоятельство подтверждалось тем, что разность фаз сигнала биений по сечению пучка менялась практически линейно при достаточно значительном изменении угловой расходимости совмещаемых на фотокатоде волн.

Скорость изменения разности фаз сигнала биений по сечению пучка может служить мерой угловой расходимости совмещаемых волн и быть использована при юстировке. Если встречные волны кольцевого резонатора выводятся через сферическое зеркало и

у них имеется некоторая разность хода до фотоприемника, то это может привести к дополнительному изменению кривизны волновых поверхностей совмещаемых волн.

Все это в общем случае создает такие условия, при которых на поверхности фотокатода интерферируют два световых пучка, волновые поверхности которых имеют различные радиусы кривизны. Общее решение такой задачи представляет самостоятельный интерес и может быть выполнено, например, разложением ограниченного светового пучка со сферическим фронтом в ряд по бесконечным плоским волнам [140], для каждой из которых получено решение в виде (6.3).

Наконец, следует отметить, что распределение энергии по сечению луча не является равномерным, поскольку энергия, как правило, концентрируется в центре пучка. Поэтому объединяющие системы, выполняющие сложение встречных волн на поверхности фотокатода, должны обеспечивать не только угловую, но и осевую юстировку световых пучков. В противном случае их неперекрывающиеся участки могут вызвать дополнительные шумы на выходе фотоприемника.

Некоторые более общие случаи рассмотрены в работе [141], где анализируется коэффициент преобразования гетеродинного смесителя при произвольном амплитудно-фазовом распределении световых волн, например для гауссового распределения интенсивности, квадратичной фазовой ошибке (волновые фронты сигналов имеют различные радиусы кривизны) и др.

### **6.3. Влияние продольных видов колебаний КОКГ на процесс выделения сигнала биений**

До сих пор рассматривался процесс выделения сигнала биений встречных волн, когда режим генерации в каждом направлении осуществляется на одном

виде колебаний. В случае многовидового режима генерации выделение сигнала биений может существенно измениться. Рассмотрим случай работы КОКГ, когда в каждом направлении могут существовать более одного продольного вида колебания. Тогда суммарное поле встречных волн по аналогии с выражением (6.1) можно записать в виде

$$e_{\Sigma} = \sum_{\kappa\kappa'}^n (e_{1\kappa} + e_{2\kappa'}), \quad (6.19)$$

где

$$e_{1\kappa} = E_{1\kappa} \cos \left[ \omega_{1\kappa} \left( t - \frac{x \sin \alpha_1 - z \cos \alpha_1}{c} \right) + \varphi_{1\kappa} \right];$$

$$e_{2\kappa'} = E_{2\kappa'} \cos \left[ \omega_{2\kappa'} \left( t - \frac{x \sin \alpha_2 - z \cos \alpha_2}{c} \right) + \varphi_{2\kappa'} \right],$$

индексы  $\kappa, \kappa'$  характеризуют номера продольных видов колебаний.

Находя, как и прежде, мгновенную интенсивность суммарного поля, легко получить

$$I_{\text{ср}}(t) = \left( \sum_{\kappa}^n e_{\kappa} \right)^2 + \left( \sum_{\kappa'}^n e_{\kappa'} \right)^2 + 2 \sum_{\kappa}^n \sum_{\kappa'}^n e_{\kappa} e_{\kappa'}. \quad (6.20)$$

После нахождения по выражению (6.20) средней по времени интенсивности можно заметить, что слагаемые

вида  $\left( \sum_{\kappa}^n e_{\kappa} \right)^2$  и  $\left( \sum_{\kappa'}^n e_{\kappa'} \right)^2$  будут определять средние интенсивности отдельных продольных видов колебаний.

Интересующий же нас сигнал биений встречных волн, содержащий информацию об угловой скорости вращения, может быть получен из составляющих вида

$$\sum_{\kappa}^n \sum_{\kappa'}^n e_{\kappa} e_{\kappa'}, \quad \text{когда } \kappa = \kappa'.$$

При  $\kappa = \kappa'$  будут наблюдаться составляющие с частотой, почти кратной разности частот между



продольными (аксиальными) видами колебаний ( $2\pi c/L$ ). На выходе фотодетектора эти колебания могут быть без труда отфильтрованы путем использования соответствующих схем селекции, однако наличие постоянной составляющей фототока неизбежно приведет к увеличению собственных шумов фотоприемника.

Переменная составляющая разностной частоты тока фотоприемника запишется в виде

$$\tilde{i}_{\phi\Sigma} = \gamma s \sum_k^n E_{1k} E_{2k} \operatorname{sinc} \omega \cos [(\omega_{1k} - \omega_{2k})t + \varphi_{1k} - \varphi_{2k}], \quad (6.21)$$

где  $\operatorname{sinc} \omega$  определяется выражением (6.12).

Здесь прежде всего следует отметить, что начальные фазы колебаний  $\varphi_{1,2k}$  различных составляющих  $k$  в общем случае могут не совпадать, кроме того, разность частот  $(\omega_{1k} - \omega_{2k})$  будет зависеть от номера осевого вида колебания  $k$ , поэтому суммарный сигнал является результатом интерференции составляющих с близкими, но не равными значениями частот. Последнее обстоятельство может иметь иногда существенное значение.

Действительно, для разности частот  $\omega_{1k} - \omega_{2k}$  можно записать:

$$\omega_{1k} - \omega_{2k} = \frac{4\Omega s}{cL} \omega_k,$$

тогда, обозначив наименьшую частоту осевого вида колебания ( $k=0$ ) через  $\omega_0$  и учитывая, что для любого осевого (продольного) вида колебаний  $k$  справедливо соотношение  $\omega_k \approx \omega_0 + k2\pi c/L$  можно записать следующие выражения для разностных частот:

$$\Delta\omega_0 = \frac{4\Omega s}{cL} \omega_0,$$

$$\Delta\omega_1 \approx \frac{4\Omega s}{cL} \left( \omega_0 + \frac{2\pi c}{L} \right),$$

$$\Delta\omega_2 \approx \frac{4\Omega_S}{cL} \left( \omega_0 + 2 \frac{2\pi c}{L} \right),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Delta\omega_x \approx \frac{4\Omega_S}{cL} \left( \omega_0 + x \frac{2\pi c}{L} \right).$$

Для упрощения дальнейших расчетов примем, что  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ,  $\varphi_{1x} - \varphi_{2x} \approx 0$  и  $E_{1x} \approx E_{2x} \approx E$ . В этом случае выражение (6.21) примет вид

$$\tilde{i}_{\phi\Sigma} = \gamma SE^2 \sum_{x=0}^n \cos \frac{4\Omega_S}{cL} \left( \omega_0 + x \frac{2\pi c}{L} t \right). \quad (6.22)$$

Оно описывает сумму гармонических колебаний, разность частот которых образует арифметическую прогрессию. Представляя сумму (6.22) в виде произведения [143], получаем

$$\tilde{i}_{\phi\Sigma} = \gamma SE^2 \frac{\sin(n4\pi\Omega_S t/L^2)}{\sin(4\pi\Omega_S t/L^2)} \cos[\Delta\omega_0 + (n-1)4\pi\Omega_S/L^2] t. \quad (6.23)$$

Неопределенность выражения (6.23) при  $4\Omega_S \pi t/L^2 = k\pi$  может быть легко раскрыта, если воспользоваться пределом

$$\lim \frac{\sin(n4\pi\Omega_S t/L^2)}{\sin(4\pi\Omega_S t/L^2)} = n \frac{\cos(n4\pi\Omega_S t/L^2)}{\cos(4\pi\Omega_S t/L^2)} = \pm n,$$

при  $\frac{2\pi\Omega_S t}{L^2} \rightarrow k\pi$ .

Таким образом, при многовидовом режиме генерации в любой момент времени  $t$  результирующее колебание на выходе фотоприемника представляет собой сигнал, модулированный по амплитуде. На рис. 6.9 показан характер изменения огибающей результирующего колебания во времени.

В моменты времени, удовлетворяющие соотношению  $t = kL^2/4\Omega_S$ , амплитуда колебаний разностной частоты достигает максимального значения

$$\tilde{i}_{\phi\Sigma \max} = \gamma SE^2 n.$$

Интересно оценить время появления первого минимума амплитуды сигнала биений. Очевидно, что  $t_{\min} = L^2/4\Omega S n$ . Принимая определенную форму резонатора КОКГ, например квадрат, и полагая число осевых (продольных) видов колебаний  $n=3$  для

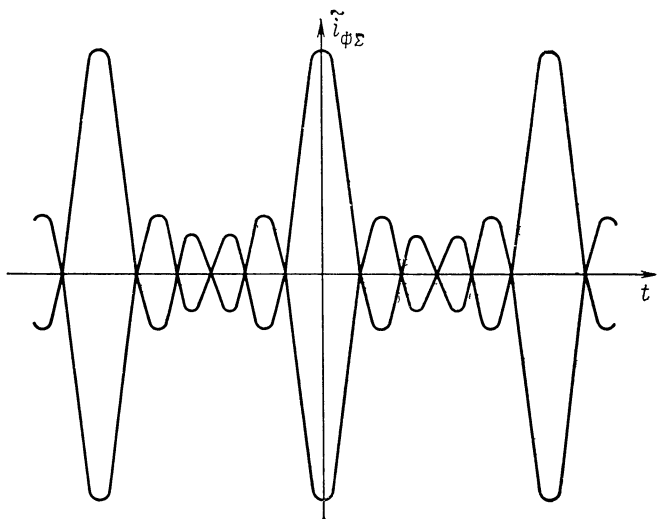


Рис. 6.9. Огибающая сигнала биений при наличии аксиальных мод в излучении КОКГ.

$\Omega=1$  рад/с, находим  $t_{\min}=4/3$  с. При этом может показаться, что характер огибающей результирующего колебания не зависит от размеров резонатора, а определяется только его формой. Однако следует иметь в виду, что число продольных (аксиальных) видов колебаний  $n$  зависит от периметра резонатора, определяющего расстояния между видами колебаний.

#### 6.4. Особенности интерференции частично когерентных волн на выходе КОКГ

Рассматривая процесс выделения сигнала биений на выходе КОКГ, мы имели дело с монохроматической световой волной. Однако излучение реального источника никогда не бывает строго монохроматическим, так как даже самая узкая спектральная линия обладает конечной шириной. В таком электромагнитном поле амплитуда и фаза претерпевают нерегулярные флуктуации, частота которых определяет эффективную ширину спектра излучения.

Если рассмотреть световые возмущения в двух точках пространства  $x_1, y_1, z_1$  и  $x_2, y_2, z_2$  от одного и того же источника излучения, то можно ожидать, что при достаточной близости рассматриваемых точек флуктуации амплитуд и фаз световых полей не будут независимы. Другими словами, колебание источника может характеризоваться некоторой областью когерентности, внутри которой между флуктуациями существует корреляция.

Очевидно, что внутри этой области будут наблюдаться эффекты, которые по своей природе близки к эффектам для монохроматических полей. Так например, можно ожидать, что интерференционные полосы при сильной корреляции будут достаточно резкими, а их пространственное положение в выбранной точке пространства неизменным. Напротив, в отсутствие корреляции интерференционные полосы будут отсутствовать и привычные понятия для монохроматических излучений окажутся недействительными. Поэтому очевидно, что когерентность колебаний является весьма существенной характеристикой, которая в значительной мере определяет характер наблюдаемых процессов, в том числе и процессов выделения сигнала биений на выходе КОКГ.

Для описания электромагнитных полей с флуктуирующими амплитудой и фазой целесообразно использовать комплексное фурье-представление в виде [143, 144]

$$V(t) = \int_0^{\infty} a(\nu) \exp \{i [\varphi(\nu) - 2\pi\nu t]\} d\nu, \quad (6.24)$$

где  $V(t)$  — аналитический сигнал;  $a(\nu)$  и  $\varphi(\nu)$  — действительные функции.

Выражение (6.24) можно представить в форме

$$V(t) = V^{(r)}(t) + iV^{(i)}(t), \quad (6.25)$$

где

$$V^{(r)}(t) = \int_0^{\infty} a(\nu) \cos [\varphi(\nu) - 2\pi\nu t] d\nu, \quad (6.26)$$

$$V^{(i)}(t) = \int_0^{\infty} a(\nu) \sin [\varphi(\nu) - 2\pi\nu t] d\nu. \quad (6.27)$$

Интегралы (6.26) и (6.27) называются сопряженными. Они могут быть получены один из другого с помощью преобразований Гильберта:

$$V^{(i)}(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V^{(r)}(t')}{t' - t} dt',$$

$$V^{(r)}(t) = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V^{(i)}(t')}{t' - t} dt',$$

где  $P$  — главное значение интеграла по Коши при  $t' = t$ .

Введение аналитического сигнала  $V(t)$  позволяет оперировать только с положительными частотами, что соответствует физическому смыслу наблюдаемых на практике явлений.

Рассмотрим интерференцию двух частично когерентных световых полей. Будем считать световое возмущение скалярной функцией вида

$$V^{(r)}(x, y, z, t) = \operatorname{Re} V(x, y, z, t).$$

Этой функции сопоставим аналитический сигнал  $V(x, y, z, t)$ . Так как электрическое поле световой волны наблюдать непосредственно невозможно, а любой индикатор реагирует на интенсивность

электромагнитной волны в данной точке поля, то наблюдаемая интенсивность  $I(x, y, z)$  пропорциональна среднему значению  $[V^{(r)}(x, y, z, t)]^2$ . Поскольку для средней интенсивности можно записать

$$I(x, y, z) = 2 \langle [V^{(r)}(x, y, z, t)]^2 \rangle = \langle V(x, y, z, t) \dot{V}^*(x, y, z, t) \rangle. \quad (6.28)$$

Рассмотрим теперь интерференцию от двух точек  $P_1$  с координатами  $x_1, y_1, z_1$  и  $P_2$  с координатами  $x_2, y_2, z_2$ , освещаемых одним источником излучения  $\sigma$ , как показано на рис. 6.10.

Пусть  $S_1$  и  $S_2$  — расстояния произвольной точки  $Q$  от точек  $P_1$  и  $P_2$ . Комплексное возмущение в точке  $Q$  составит

$$V(Q, t) = V(P_1, t-t_1) + V(P_2, t-t_2), \quad (6.29)$$

где

$t_1 = S_1/c$ ,  $t_2 = S_2/c$ . Здесь принято, что размеры отверстий одинаковы и интенсивности полей, создаваемых от точек  $P_1$  и  $P_2$  в точке  $Q$ , равны. Суммарная интенсивность на основании выражений (6.28) и (6.29) составит

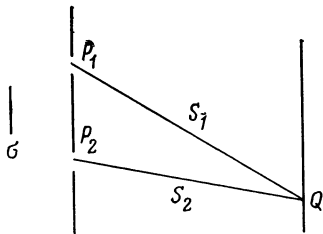


Рис. 6.10. Интерференция двух световых волн от протяженно-го источника.

$$I(Q) = \langle V_1(t-t_1) \dot{V}_1^*(t-t_1) \rangle + \langle V_2(t-t_2) \dot{V}_2^*(t-t_2) \rangle + \langle V_1(t-t_1) \dot{V}_2^*(t-t_2) \rangle + \langle V_2(t-t_2) \dot{V}_1^*(t-t_1) \rangle. \quad (6.30)$$

Если электромагнитное поле стационарно в широком смысле, т. е. функция  $\langle V_i(t) \rangle$  не зависит от выбора начала отсчета времени, а корреляционная функция  $\Gamma_{ij}(t', t'') = \langle V_i(t+t') \times V_j(t+t'') \rangle$  зависит лишь от разности  $t' - t''$ , то можно выражению (6.30) придать вид

$$I(Q) = I_1 + I_2 + 2\Gamma_{12}^{(r)} \left( \frac{S_2 - S_1}{c} \right), \quad (6.31)$$

где  $\Gamma_{12}^{(r)} = \text{Re } \Gamma_{12}(\tau) = \text{Re } \langle V_1(t + \tau) \dot{V}_2^*(t) \rangle$ .

Функцию  $\Gamma_{12}(\tau)$  можно назвать функцией когерентности волнового поля.

Если точки  $P_1$  и  $P_2$  совпадают, то функция

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle V_1(t+\tau) \dot{V}_1^*(t) \rangle$$

называется функцией автокогерентности колебаний в точке  $P_1$ .

При  $\tau=0$  можно получить

$$\Gamma_{11}(0) = I_1 \quad \Gamma_{22}(0) = I_2.$$

Отсюда, нормируя  $\Gamma_{12}(\tau)$ , запишем соотношение ((6.31) в виде

$$I(Q) = I_1(Q) + I_2(Q) + 2\sqrt{I_1(Q)I_2(Q)}\gamma_{12}^{(r)}\left(\frac{S_2 - S_1}{c}\right), \quad (6.32)$$

где

$$\gamma_{12}^{(r)}\left(\frac{S_2 - S_1}{c}\right) = \operatorname{Re} \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}};$$

$\gamma_{12}(\tau)$  — комплексная степень когерентности колебаний.

Преимущество представления суммарной интенсивности в виде (6.32) состоит в том, что все величины, входящие сюда, могут быть найдены экспериментально. Действительно, обращаясь к схеме эксперимента на рис. 6.10, можно найти интенсивность  $I_1(Q)$  и  $I_2(Q)$ , для чего последовательно закрывают отверстия  $P_2$  и  $P_1$ . Затем в точке  $Q$  измеряют суммарную интенсивность  $I(Q)$  и, подставляя найденные величины в выражение (6.32), находят

$$\gamma_{12}^{(r)} = \frac{I(Q) - I_1(Q) - I_2(Q)}{2\sqrt{I_1(Q)I_2(Q)}}.$$

Введение функции  $\gamma_{12}$  позволяет оценить степень когерентности двух колебаний. Если  $|\gamma_{12}(\tau)| = 1$ , то колебания когерентны; если  $|\gamma_{12}(\tau)| = 0$ , то колебания некогерентны и интерференционные явления не наблюдаются, наконец, при  $0 < |\gamma_{12}(\tau)| < 1$ , колебания частично когерентны, причем  $|\gamma_{12}(\tau)|$  представляет степень их когерентности.

При любом значении  $|\gamma_{12}|$  интенсивность  $I(Q)$  можно представить в виде

$$I(Q) = I_1(Q) + I_2(Q) + 2\sqrt{I_1(Q)I_2(Q)}|\gamma_{12}(\tau)| \times \\ \times \cos[\alpha_{12}(\tau) - \delta],$$

где  $\alpha_{12}(\tau) = 2\pi\bar{\nu}\tau + \arg \gamma_{12}(\tau)$ ;  $\bar{\nu}$  — средняя частота световой волны;  $\delta = 2\pi\nu\tau$ ,

Интерференционное поле может характеризоваться видностью полос в точке  $Q$ , определяемой по глубине модуляции суммарной интенсивности, которая составляет

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2 \sqrt{I_1(Q) \cdot I_2(Q)}}{I_1(Q) + I_2(Q)} |\gamma_{12}(\tau)|.$$

При  $I_1 = I_2$  видность полос  $\gamma$  переходит в степень когерентности  $|\gamma_{12}(\tau)|$ .

Функция когерентности волнового поля  $\Gamma_{12}$  может быть распространена и на случай интерференции двух световых волн с неравными частотами [144], представляющий интерес для выделения сигнала биений на выходе КОКГ. В этом случае ее можно определить, как и ранее,

$$\Gamma_{12}(\Omega, \tau) = V_1(t+\tau) V_2^*(t), \quad (6.33)$$

где усреднение ведется за время, удовлетворяющее соотношению

$$\frac{2}{\omega_1 + \omega_2} < t < \frac{1}{\omega_1 - \omega_2}.$$

Тогда комплексную степень когерентности колебаний представим как

$$\gamma_{12}(\Omega, \tau) = \Gamma_{12}(\Omega, \tau) / \sqrt{\Gamma_{11}(0) \Gamma_{22}(0)}. \quad (6.34)$$

В качестве примера рассмотрим случай интерференции двух близких по частоте световых волн, выходящих из резонатора КОКГ. Запишем их аналитическое представление в виде

$$V_1(t) = e^{i\omega_1 t}, \quad (6.35)$$

$$V_2(t) = e^{i\omega_2 t} \quad (6.36)$$

и вычислим комплексную степень когерентности на основании соотношений (6.35) и (6.36). Тогда получим

$$\begin{aligned} \gamma_{12}(\Omega, \tau) &= V_1(t + \tau/2) V_2^*(t - \tau/2) / \sqrt{I_1} \sqrt{I_2} = \\ &= e^{i(\omega_1 - \omega_2)t} e^{i(\omega_1 + \omega_2)\tau/2}. \end{aligned}$$

Используя теперь выражение (6.32), запишем суммарную интенсивность поля в произвольной точке как

$$I(Q) = 2 \{1 + \gamma_{12}^{(r)}(\Omega, r)\},$$

где  $\gamma_{12}^{(r)}(\Omega, \tau) = \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\omega_1 + \omega_2)\tau/2]$ .

Таким образом, мы получили выражение, близкое по форме к соотношению (6.3), так как аналитический сигнал в форме (6.35) и (6.36) описывает монохроматическую волну.



Оценим условия наблюдения интерференционных эффектов, когда излучение не является монохроматическим. Пусть, например, наблюдается на выходе КОКГ интерференционная картина двух световых полей на частотах  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в течение ограниченного времени  $T$ . Представим сигнал в виде

$$f(t) = \begin{cases} \cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t, & |t| < T/2 \\ 0, & |t| > T/2. \end{cases}$$

Фурье-образ такой световой волны составит

$$F(\omega) = \frac{T}{2} \left[ \frac{\sin\left(\frac{(\omega - \omega_1)T}{2}\right)}{\frac{(\omega - \omega_1)T}{2}} + \frac{\sin\left(\frac{(\omega + \omega_1)T}{2}\right)}{\frac{(\omega + \omega_1)T}{2}} + \right. \\ \left. + \frac{\sin\left(\frac{(\omega - \omega_2)T}{2}\right)}{\frac{(\omega - \omega_2)T}{2}} + \frac{\sin\left(\frac{(\omega + \omega_2)T}{2}\right)}{\frac{(\omega + \omega_2)T}{2}} \right].$$

Если выбрать необходимые соотношения между частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и временем  $T$ , то можно принять, что спектр  $F(\omega)$  состоит из неперекрывающихся квазимонохроматических спектральных линий (рис. 6.11).

Немонохроматичность излучения в данном случае обусловлена тем, что гармонический сигнал задан на ограниченном отрезке времени, в связи с чем его спектр оказался уширенным. Для нахождения энергетического спектра фототока  $I(\omega)$  определим авто-свертку функции  $F(\omega)$ :

$$I(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) F(\omega' - \omega) d\omega'.$$

Производя вычисления, можно найти, что спектральное распределение энергии фототока состоит из пяти частотных компонент, (рис. 6.12). В реализуемых на практике условиях колебания на частотах  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$  и  $\omega_1 + \omega_2$  на выходе фотоприемника не наблюда-

ются. Колебания же разностной частоты, как было показано в § 6.2, могут быть зарегистрированы. Однако их спектр оказывается уширенным, что, конечно, не может не отразиться на точности измерения сигнала биений встречных волн на выходе КОКГ.

Если к этому добавить, что ширина спектральной линии излучения реального КОКГ, как правило, уши-

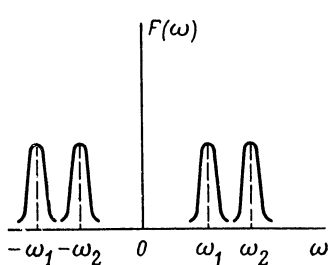


Рис. 6.11. Фурье-образ двух световых волн продолжительностью  $T$  с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

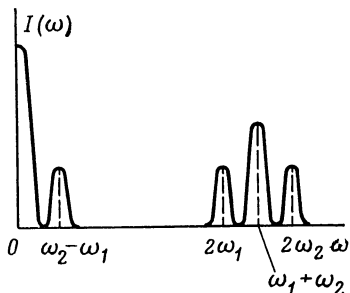


Рис. 6.12. Спектр сигнала фототока двух световых волн.

рена в силу целого ряда случайных технических и естественных возмущений, рассмотренных в гл. 5, то станет очевидным необходимость учета квазимонохроматического характера излучения при оценке реальной точности практических конструкций лазерных гиromетров.

В заключение заметим, что в настоящее время вопросы теории когерентности развиваются прежде всего в интересах интерференции, дифракции и особенно голографии, где основными являются световые волны равных частот. Лазерная же гиromетрия, как правило, оперирует с электромагнитными волнами различных частот, поэтому развитие теории когерентности таких колебаний представляет несомненный научный и практический интерес.

### УМЕНЬШЕНИЕ ВЛИЯНИЯ СВЯЗИ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В КОКГ

#### 7.1. Общий анализ невзаимных эффектов, используемых в лазерной гиromетрии

Взаимодействие встречных волн КОКГ через рассеяние на элементах конструкции и активную среду приводит к появлению области нечувствительности — зоны захватывания встречных волн по частоте. Как было показано в гл. 3, 4, внутри этой области, соответствующей, как правило, малым значениям угловых скоростей, КОКГ не реагирует на угловое движение. Однако в подавляющем большинстве случаев именно измерение небольших угловых скоростей представляет наибольший практический интерес. Поэтому в когерентной оптической гироскопии вопросами повышения чувствительности датчиков угловой скорости уделяется серьезное внимание. При этом можно указать два основных направления, по которым ведутся эти работы: уменьшение связи между встречными волнами КОКГ и создание начального разноса частот, при котором рабочая точка выводится за зону захватывания.

Анализ современного состояния лазерной гиromетрии показывает, что арсенал технических средств, позволяющих повысить чувствительность за счет уменьшения связи встречных волн, сравнительно невелик и не дает оснований рассчитывать на полное исключение зоны захватывания, хотя и позволяет ее уменьшить.

В связи с этим второе направление повышения чувствительности лазерного гироскопа, связанное с созданием начального разноса частот, приобретает решающее значение. Практически вывод рабочей точки когерентного оптического гироскопа за зону захватывания

чаще всего достигается путем создания фазовой невязимности (дифференциальной разности фаз) для встречно бегущих волн. При этом на выходе неподвижного кольцевого ОКГ появляется частота биений, называемая иногда частотой подставки. Если к этому добавить, что принцип действия лазерного гироскопа основан на невязимном характере распространения встречных волн во вращающейся системе отсчета, то станет очевидным фундаментальное значение невязимных эффектов и устройств для теории лазерной гиromетрии.

Невязимные процессы могут быть достаточно полно проанализированы на основе изучения симметрии пространства [146, 147]. Основным свойством пространства является его трехмерность. Время, имеющее только одно измерение, обладает к тому же и необратимостью, которая означает, что последовательность моментов времени не может быть изменена на обратную. Однако в аналитической и квантовой механике при пренебрежении потерями на трение движение материальных тел и частиц описывается уравнениями, которые сохраняют неизменную последовательность состояний при замене знака времени на обратный. Это обстоятельство и является причиной обратимости подавляющего большинства физических явлений — способности физической системы переходить из одного состояния в другое в последовательности, обратной прямому процессу.

Рассмотрим формулировку принципа взаимности на примере произвольной физической системы, подверженной действию обобщенных сил  $Q_i$ . Уравнение движения для каждой ее обобщенной координаты имеет вид [146]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i, \quad (7.1)$$

где  $T$  и  $F$  — однородные квадратичные функции скоростей;  $V$  — однородная квадратичная функция координат; нулевое значение каждой координаты соответствует состоянию равновесия системы.

Для движения вблизи равновесия  $\partial T/\partial q_i \approx 0$ , поэтому (7.1) записывается в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i. \quad (7.2)$$

Квадратичные функции  $T$ ,  $F$  и  $V$  выражаются следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n m_{kk} \dot{q}_k^2 + \sum_{k=1}^{n-1} m_{k, k+1} \dot{q}_k \dot{q}_{k+1}, \quad (7.3)$$

$$F = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n r_{kk} \dot{q}_k^2 + \sum_{k=1}^{n-1} r_{k, k+1} \dot{q}_k \dot{q}_{k+1}, \quad (7.4)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n s_{kk} q_k^2 + \sum_{k=1}^{n-1} s_{k, k+1} q_k q_{k+1}, \quad (7.5)$$

где  $m_k$  — коэффициенты инерции;  $r_k$  — постоянные коэффициенты активного сопротивления;  $s_k$  — потенциальные коэффициенты.

Подставляя выражения (7.3)–(7.5) в уравнение (7.2), получаем

$$Q_i = \sum_{k=1}^n e_{ik} q_k, \quad (k = 1, 2, \dots, n), \quad (7.6)$$

где  $e_{ik} = m_{ik} \frac{d^2}{dt^2} + r_{ik} \frac{d}{dt} + s_{ik}$  — квадратичный дифференциальный оператор.

При периодическом движении с угловой частотой  $\omega$ , когда все переменные меняются во времени как  $e^{i\omega t}$ , зависимости между обобщенными координатами, скоростями и ускорениями выражаются в виде

$$V_k = \dot{q}_k = i\omega q = \ddot{q}_k / i\omega. \quad (7.7)$$

С учетом (7.7) уравнение движения (7.6) представим в виде

$$Q_i = \sum_{k=1}^n (i\omega m_{ik} \dot{q}_k + r_{ik} \dot{q}_k + s_{ik} \dot{q}_k / i\omega). \quad (7.8)$$

Если ввести обобщенное сопротивление системы

$$z_{ik} = Q_i / \dot{q}_k = i\omega m_{ik} + r_{ik} + s_{ik} / i\omega,$$

то ее движение будет описываться уравнением

$$Q_i = \sum_{k=1}^n z_{ik} \dot{q}_k, \quad (7.9)$$

решение которого будет

$$\dot{q}_k = \sum_{i=1}^n y_{ik} Q_i, \quad (7.10)$$

где  $y_{ik}$  — обобщенная проводимость.

Для математической формулировки принципа взаимности необходимо показать неизменность состояния системы от смены порядка действий сил. Если система находилась вначале под действием сил  $Q_i$ , а затем под действием сил  $Q'_i$ , то может быть записана система уравнений:

$$\dot{q}_k = \sum_{i=1}^n y_{ik} Q_i, \quad (7.11)$$

$$\dot{q}'_k = \sum_{i=1}^n y_{ik} Q'_i. \quad (7.12)$$

После умножения (7.11) на  $Q'_k$  и (7.12) на  $Q_k$  и суммирования по индексу  $k$  получим

$$\sum_{k=1}^n \dot{q}_k Q'_k = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ik} Q_i Q'_k, \quad (7.13)$$

$$\sum_{k=1}^n \dot{q}'_k Q_k = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n y_{ik} Q'_i Q_k. \quad (7.14)$$

Если справедливы перестановочные соотношения

$$y_{ik} = y_{ki}, \quad (7.15)$$

то на основании равенства правых частей уравнений (7.13) и (7.14) можно получить

$$\sum_{k=1}^n (Q_k \dot{q}'_k - Q'_k \dot{q}_k) = 0. \quad (7.16)$$

Уравнение (7.16) представляет собой формулировку принципа взаимности возможных полных мощностей.

Из этого выражения можно сделать вывод, что между элементами  $i$  и  $k$  динамической системы существует взаимная симметричная связь, реализующаяся через обобщенные скорости  $\dot{q}$ . Действительно, из выражений (7.9) и (7.15) можно записать

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial Q_k}{\partial \dot{q}_i}. \quad (7.17)$$

Таким образом, если система, описывается уравнениями, удовлетворяющими перестановочным принципам, то она является взаимной. Однако существуют реальные физические системы, которые описываются уравнениями со связями, не являющимися симметрично взаимными. К числу систем, в которых нарушается классический принцип взаимности, можно отнести гироскоп. В такой динамической системе существуют антисимметричные связи. Аналогичные связи характерны и для других явлений, например эффекта Фарадея, явления электромагнитной индукции и др.

Для анализа антисимметричных связей запишем уравнение (7.1) через функцию Лагранжа  $\mathcal{L} = T - V$ , тогда получим

$$Q_a = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_a} + \sum_i \left( \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q_i \partial \dot{q}_a} \dot{q}_i + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i \partial q_a} \ddot{q}_i \right). \quad (7.18)$$

Исследуем связи, возникающие между элементами  $a$  и  $b$  системы через обобщенные скорости. Вычислим частную производную от соотношения (7.18) по  $\dot{q}_b$

$$\frac{\partial Q_a}{\partial \dot{q}_b} = -\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_b \partial q_a} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q_b \partial \dot{q}_a} + \sum_{i=1} \left( \dot{q}_i \frac{\partial}{\partial \dot{q}_b} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q_i \partial \dot{q}_a} + \ddot{q}_i \frac{\partial}{\partial \dot{q}_b} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i \partial q_a} \right).$$

После замены порядка дифференцирования под знаком суммы найдем

$$\frac{\partial Q_a}{\partial \dot{q}_b} = -\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_b \partial q_a} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q_b \partial \dot{q}_a} + \frac{d}{dt} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_b \partial \dot{q}_a}. \quad (7.19)$$

Аналогично запишем

$$\frac{\partial Q_b}{\partial \dot{q}_a} = -\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_a \partial q_b} + \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial q_a \partial \dot{q}_b} + \frac{d}{dt} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_a \partial \dot{q}_b}. \quad (7.20)$$

Сложив (7.19) и (7.20) и учтя, что

$$\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_a \partial \dot{q}_b} = m_{ab},$$

найдем связи, существующие через обобщенные скорости

$$\frac{\partial Q_a}{\partial \dot{q}_b} + \frac{\partial Q_b}{\partial \dot{q}_a} = 2 \frac{d}{dt} m_{ab}. \quad (7.21)$$

Если  $m_{ab}$  — величина постоянная, то из (7.21) необходимо следует

$$\frac{\partial Q_a}{\partial \dot{q}_b} = - \frac{\partial Q_b}{\partial \dot{q}_a}. \quad (7.22)$$

Сравнивая это соотношение с выражением (7.17), можно заметить, что при  $q_i = \text{const}$ ,  $\dot{q}_i = \text{const}$  увеличение скорости  $\dot{q}_b$  вызывает возрастание силы  $Q_a$ , тогда как такое же увеличение скорости  $\dot{q}_a$  вызывает уменьшение силы  $Q_b$ . Такая связь является антисимметричной, а система характеризуется необратимостью.

Для реализации невзаимных эффектов, которые могут быть использованы в когерентных оптических гироскопах, выясним условия, при которых возникают антисимметричные связи, не подчиняющиеся принципу взаимности. Используя (7.21) и (7.22), находим

$$\frac{\partial Q_a}{\partial \dot{q}_b} = - \frac{\partial Q_b}{\partial \dot{q}_a} = \sum_k \left( \frac{\partial m_{ak}}{\partial \dot{q}_b} - \frac{\partial m_{bk}}{\partial \dot{q}_a} \right) \dot{q}_k. \quad (7.23)$$

Анализ правой части уравнения (7.23) показывает, что антисимметричные связи не могут существовать в системах, у которых все коэффициенты инерции постоянны. Для существования антисимметричных связей функция Лагранжа должна содержать члены, линейные относительно скоростей, т. е. члены вида

$$\gamma_{ik} q_i \dot{q}_k, \text{ где } \gamma_{ik} = \text{const}; \gamma_{ik} \neq \gamma_{ki}.$$

Приведенные соотношения позволяют проанализировать невзаимные свойства физических систем, находящихся под воздействием электромагнитного поля световой волны. Для этого, следуя соотношениям (7.14) — (7.16), составим квадратичные выражения на основании уравнений Максвелла. Запишем последние с учетом движения материальной среды в виде

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \hat{\mu} \vec{H} + \frac{\hat{\varepsilon} \hat{\mu} - 1}{c} [\vec{E} \cdot \vec{v}] \right), \quad (7.24)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left( \hat{\varepsilon} \vec{E} + \frac{\hat{\varepsilon} \hat{\mu} - 1}{c} [\vec{v} \cdot \vec{H}] \right). \quad (7.25)$$

Выпишем уравнения (7.24) и (7.25) для двух электромагнитных волн  $\vec{E}_1, \vec{H}_1$  и  $\vec{E}_2, \vec{H}_2$  и после умножения по-



лученных уравнений на  $\vec{H}_2$ ,  $\vec{E}_2$  и  $-\vec{H}_1$ ,  $-\vec{E}_1$  и соответствующего комбинирования получим

$$\begin{aligned} \operatorname{div} [\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - \operatorname{div} [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1] = & -\frac{i\omega}{c} \left( \vec{H}_2 \hat{\mu} \vec{H}_1 + \right. \\ & + \frac{\hat{\varepsilon} \hat{\mu} - 1}{c} \vec{H}_2 [\vec{E}_1 \cdot \vec{v}] - \vec{H}_1 \hat{\mu} \vec{H}_2 - \frac{\hat{\varepsilon} \hat{\mu} - 1}{c} \vec{H}_1 [\vec{E}_2 \cdot \vec{v}] - \\ & - \vec{E}_2 \hat{\varepsilon} \vec{E}_1 - \frac{\hat{\varepsilon} \hat{\mu} - 1}{c} \vec{E}_2 [\vec{v} \cdot \vec{H}_1] + \vec{E}_1 \hat{\varepsilon} \vec{E}_2 + \\ & \left. + \frac{\hat{\varepsilon} \hat{\mu} - 1}{c} \vec{E}_1 [\vec{v} \cdot \vec{H}_2] \right). \end{aligned} \quad (7.26)$$

Положим вначале  $\vec{v} = 0$ , а тензоры  $\hat{\varepsilon}$  и  $\hat{\mu}$  представим в виде суммы симметричных и антисимметричных тензоров

$$\hat{\mu} = \hat{\mu}_c + \hat{\mu}_a, \quad \hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_c + \hat{\varepsilon}_a.$$

Согласно общим свойствам тензоров [148] запишем

$$\begin{aligned} \vec{H}_2 \hat{\mu}_c \vec{H}_1 &= \vec{H}_1 \hat{\mu}_c \vec{H}_2; & \vec{H}_2 \hat{\mu}_a \vec{H}_1 &= -\vec{H}_1 \hat{\mu}_a \vec{H}_2; \\ \vec{E}_2 \hat{\varepsilon}_c \vec{E}_1 &= \vec{E}_1 \hat{\varepsilon}_c \vec{E}_2; & \vec{E}_2 \hat{\varepsilon}_a \vec{E}_1 &= -\vec{E}_1 \hat{\varepsilon}_a \vec{E}_2, \end{aligned}$$

тогда уравнение (7.2.6) примет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} ([\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1]) &= \\ &= -(\vec{H}_2 \hat{\mu}_a \vec{H}_1 - \vec{E}_2 \hat{\varepsilon}_a \vec{E}_1) 2i\omega/c. \end{aligned}$$

Если  $\hat{\mu}_a = \hat{\varepsilon}_a = 0$ , то (7.26) превращается в обычную лемму Лоренца для взаимных систем. Условие невязимности выполняется для систем, у которых

$$\vec{H}_2 \hat{\mu}_a \vec{H}_1 - \vec{E}_2 \hat{\varepsilon}_a \vec{E}_1 \neq 0. \quad (7.27)$$

Для таких систем тензоры  $\hat{\mu}$  и  $\hat{\varepsilon}$  одновременно или один из них содержат антисимметричные части, т. е. могут быть представлены в форме

$$\hat{\mu} = \begin{vmatrix} \mu_1 & i\mu_2 & 0 \\ -i\mu_2 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{vmatrix}, \quad \hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{vmatrix}.$$

К числу таких сред могут быть отнесены ферромагнитные материалы, намагниченные постоянным магнитным полем. Для них вектор гирации  $\vec{g}_\mu$  совпадает по направлению с постоянной намагниченностью  $\vec{g}_\mu = \vec{z}_0 \mu_a$ .

Если рассмотреть электрически гиротропные среды, например диамагнитные материалы, помещенные в постоянное магнитное поле, то для них вектор гирации имеет вид  $\vec{g}_\varepsilon = \vec{z}_0 \varepsilon_a$ .

Таким образом, на основании обобщенного принципа взаимности непосредственно следует возможность использования гиротропных сред в устройствах создания невзаимного фазового сдвига для встречных волн лазерного гироскопа.

Однако не только гиротропные среды являются невзаимными. При определенных условиях могут возникать антисимметричные связи через обобщенные скорости. Для их анализа рассмотрим уравнение (7.26), в котором положим  $v \neq 0$ , а параметры материальной среды  $\varepsilon$  и  $\mu$  будем полагать скалярными. Тогда (7.26) примет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} ([\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1]) = & -(\vec{H}_2 [\vec{E}_1 \cdot \vec{v}] + \\ & + \vec{E}_1 [\vec{v} \cdot \vec{H}_2] - \vec{H}_1 [\vec{E}_2 \cdot \vec{v}] - \vec{E}_2 [\vec{v} \cdot \vec{H}_1]) i\omega (n^2 - 1)/c^2. \end{aligned} \quad (7.28)$$

После перестановок получим

$$\begin{aligned} \operatorname{div} ([\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1]) = \\ = \vec{v} ([\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1]) 2i\omega (n^2 - 1)/c^2. \end{aligned} \quad (7.29)$$

Таким образом, принцип взаимности в дифференциальной форме справедлив для негиротропных сред при произвольных полях только для неподвижных сред. Если среда движется ( $v \neq 0$ ), то принцип взаимности справедлив при

$$\vec{v} [\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - \vec{v} [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1] = 0. \quad (7.30)$$

Исключая тривиальный случай параллельности полей  $\vec{E}_1$  и  $\vec{H}_2$  и  $\vec{E}_2$  и  $\vec{H}_1$ , когда  $[\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] = 0$  и  $[\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1] = 0$ , получаем, что система обладает свойствами взаимности, если одно из полей  $\vec{E}_1$  или  $\vec{H}_2$  и одно из полей  $\vec{E}_2$  или  $\vec{H}_1$  параллельны вектору скорости  $\vec{v}$ . Во всех остальных случаях правая часть уравнения (7.29) отлична от нуля и описываемая им материальная система может быть использована для создания невзаимных устройств. Следует особо отметить, что при выводе соотношения (7.29) не накладывалось каких-либо ограничений на вектор, скорости  $\vec{v}$ . Поэтому выражение (7.29) оказывается справедливым не только для поступательного, но и для любого другого, в том числе вращательного движения среды. В последнем случае условие невзаимности запишем в виде

$$[\vec{\Omega} \vec{r}] [\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - [\vec{\Omega} \vec{r}] [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1] \neq 0. \quad (7.31)$$

Итак, для создания невзаимных эффектов, в частности невзаимных фазосдвигающих устройств когерентных оптических гироскопов, могут быть использованы магнитно-гиротропные среды, электрически-гиротропные среды, среды, совершающие поступательное движение относительно любой системы координат, в которой задано электромагнитное поле [58, 149], вращающиеся среды [151].

Приведенный перечень возможных способов создания невзаимного фазового сдвига не является исчер-

пывающим. Действительно, дифференциальные соотношения (7.27) — (7.29) получены из квадратичной формы (7.26) без ограничения размеров среды и сечения светового пучка.

Для учета реальных ограничений, накладываемых на размеры материальных сред, может быть выполнено интегрирование выражений (7.29), (7.30) по некоторому объему  $V$ . При этом получим интегральную формулировку принципа взаимности для гиротропных и движущихся ( $\vec{v} \neq 0$ ) сред соответственно

$$\int_V (\vec{H}_2 \hat{\mu}_a \vec{H}_1 - \vec{E}_2 \hat{\epsilon}_a \vec{E}_1) dV = 0, \quad \vec{v} = 0;$$

$$\int_V \vec{v} ([\vec{E}_1 \cdot \vec{H}_2] - [\vec{E}_2 \cdot \vec{H}_1]) dV = 0, \quad \mu_a = \epsilon_a = 0.$$

Наложение определенных граничных условий может привести к появлению невзаимных эффектов, которые в безграничной среде отсутствуют. Такие эффекты могут возникнуть в канализирующих системах типа волноводов, световодов [152] и в некоторых отражателях (зеркалах, призмах), в которых размещена поперечно намагниченная среда. Это может привести к невзаимному смещению поля и явится основой создания невзаимных устройств. Достоинство таких устройств состоит в возможности использования световых волн с линейной поляризацией и исключение в связи с этим трансформаторов поляризации, используемых при продольном намагничении среды (эффект Фарадея).

Технологические трудности, связанные в небольшой длиной волны светового поля, пока сдерживают развитие невзаимных устройств оптического диапазона, основанных на задании определенных граничных условий. Следует предположить, что эти трудности являются временными и в недалеком будущем арсенал невзаимных устройств оптического диапазона будет значительно пополнен.

## 7.2. Невзаимные свойства материальных сред в неинерциальных системах отсчета

Так как когерентный оптический гироскоп является датчиком угловой скорости некоторой неинерциальной системы координат, то и невзаимные эффекты и устройства, их реализующие, целесообразно проанализировать в этой системе отсчета.

Эта проблема может быть рассмотрена по крайней мере в двух аспектах. Первый состоит в нахождении электромагнитного поля в среде, вращающейся относительно инерциальной системы отсчета, причем само поле задано в инерциальной системе координат.

Частный случай, соответствующий прохождению произвольной световой волны через прозрачную диэлектрическую среду, вращающуюся вокруг некоторой произвольной оси, был рассмотрен Э. Ферми [151]. При этом показано, что вращающаяся среда для световой волны, проходящей параллельно вектору угловой скорости  $\Omega$ , обладает двойным круговым лучепреломлением со следующими значениями коэффициентов преломления:

$$n_{1,2}^* = n \left( 1 \pm \frac{n^2 - 1}{2n^2} \frac{\Omega}{\omega} \right).$$

Другими словами, во вращающейся среде, изотропной в неподвижной системе координат, возникает наведенная вращением «анизотропия», которая приводит к «увлечению» плоскости поляризации световой волны, т. е. имеет место эффект, аналогичный «увлечению» света средой, движущейся поступательно (эффект Физо).

Второй аспект рассматриваемой проблемы связан с анализом электромагнитного поля в среде, покоящейся в произвольной неинерциальной системе отсчета. Именно такой постановке задачи соответствует

нахождение структуры электромагнитного поля в квантовом оптическом генераторе с кольцевым резонатором, как это было сделано в гл. 2.

В общем случае распространение электромагнитных волн в произвольной анизотропной среде, покоящейся в любой неинерциальной системе координат или находящейся в гравитационном поле, описывается нековариантными материальными уравнениями [154—156]

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E} + i[\vec{E} \cdot \vec{g}] + [[\vec{r} \vec{\Omega}] \hat{\sigma} \vec{B}/c], \quad (7.32)$$

$$\vec{H} = \hat{\sigma} \vec{B} + i[\vec{B} \cdot \vec{F}] + [[\vec{r} \vec{\Omega}] \hat{\epsilon} \vec{E}/c], \quad (7.33)$$

где  $\hat{\epsilon} = \text{diag}(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$  — трехмерный диагональный тензор диэлектрической проницаемости;  $\hat{\sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  — трехмерный диагональный тензор, обратный тензору магнитной проницаемости ( $\sigma_i = \mu_i^{-1}$ );  $\vec{g}$  и  $\vec{F}$  — векторы электрической и магнитной гирации соответственно;  $\vec{r}$  — радиус-вектор от центра вращения до рассматриваемой точки.

Если отказаться от диагональности тензора  $\hat{\epsilon}$  и рассматривать характерные для оптического диапазона немагнитные диэлектрики, то уравнения (7.32) и (7.33) можно переписать в форме

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E} + [[\vec{r} \vec{\Omega}] \cdot \vec{B}/c], \quad (7.34)$$

$$\vec{H} = \vec{B} + [[\vec{r} \vec{\Omega}] \hat{\epsilon} \vec{E}/c]. \quad (7.35)$$

Эти уравнения совместно с векторными уравнениями Максвелла описывают распространение электромагнитных волн в непоглощающей анизотропной среде, покоящейся во вращающейся системе отсчета.

Аналогичную форму имеют векторные уравнения для движущихся диэлектриков [153]

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E} + (\hat{\epsilon} - 1) [(\vec{\Omega} \vec{r}) \cdot \vec{B}/c], \quad (7.36)$$

$$\vec{B} = \vec{H} - (\hat{\epsilon} - 1) [(\vec{\Omega} \vec{r}) \cdot \vec{E}/c]. \quad (7.37)$$

Их сравнение с выражениями (7.34) и (7.35) позволяет записать уравнения (7.34) — (7.37) в общем виде как

$$\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E} + [(\vec{r} \vec{\Omega}) \cdot \vec{B}] h/c, \quad (7.38)$$

$$\vec{B} = \vec{H} - [(\vec{r} \vec{\Omega}) \cdot \vec{E}] \delta/c, \quad (7.39)$$

где  $h = \delta = 1$  — для сред, покоящихся в неинерциальной системе отсчета;  $h = -(\hat{\epsilon} - 1)$ ,  $\delta = -(\hat{\epsilon} - 1)/\hat{\epsilon}$  — для движущихся сред.

Таким образом, векторные уравнения (7.38), (7.39) совместно с уравнениями Максвелла

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{B} = 0, \quad (7.40)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \text{div } \vec{D} = 0 \quad (7.41)$$

могут составить основу электродинамики произвольно движущихся сред и сред, покоящихся в неинерциальных системах отсчета.

Запишем тензор диэлектрической проницаемости прозрачного диэлектрика, помещенного в продольное магнитное поле, направленное вдоль оси  $z$ , в виде [157]

$$\hat{\epsilon} = \begin{vmatrix} \epsilon' & -ig & 0 \\ ig & \epsilon' & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{vmatrix}. \quad (7.42)$$

Зададим в некоторой системе координат  $xuz$  вектор произвольной угловой скорости  $\vec{\Omega}$ , направив его

вдоль оси  $z$ . Тогда линейная скорость произвольных точек среды составит  $[r\Omega] = -\Omega y \vec{i} + \Omega x \vec{j}$ .

Взяв  $\text{rot}$  от выражения (7.40) и используя материальные уравнения (7.38) и (7.39) с учетом тензорного характера диэлектрической проницаемости, получим после ряда преобразований векторное уравнение

$$c^2 \text{rot rot } \vec{E} = -\hat{\varepsilon} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + h \frac{\partial}{\partial t} [[\vec{r} \vec{\Omega}] \text{rot } \vec{E}] + \\ + \delta \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} [[\vec{r} \vec{\Omega}] \cdot \vec{E}]. \quad (7.43)$$

Принимая решение в общей форме

$$E = E_0 e^{i\omega^* \tau},$$

где

$$\tau = t - (\alpha x + \beta y + \gamma z)/v,$$

и полагая  $c/v = n^*$ , где  $n^*$  — эффективный показатель преломления движущейся среды или среды, покоящейся в неинерциальной системе отсчета, запишем уравнение (7.43) в проекциях на оси координатной системы  $xyz$

$$n^{*2} [E_x - \alpha (\alpha E_x + \beta E_y + \gamma E_z)] = n^2 E_x - ig E_y - \\ - n^2 \delta \left( i \frac{\Omega}{\omega} E_y + \beta E_y \Omega y/v + \beta E_x \Omega x/v + \gamma E_z \Omega y/v \right) + \\ + h (\alpha E_y - \beta E_x) \Omega x/v, \quad (7.44)$$

$$n^{*2} [E_y - \beta (\alpha E_x + \beta E_y + \gamma E_z)] = n^2 E_y + \\ + ig E_x + n^2 \delta \left( \frac{i E_x \Omega}{\omega} + \alpha E_x \Omega x/v + \alpha E_y \Omega y/v + \right. \\ \left. + \gamma E_z \Omega x/v \right) + h (\alpha E_y - \beta E_x) \Omega y/v, \quad (7.45)$$



$$n^2 [E_z - \gamma(\alpha E_x + \beta E_y + \gamma E_z)] = n^2 E_z + \frac{n^2 \delta E_z (\alpha y - \beta x) \Omega}{v} - \\ - h \left[ \frac{(\beta E_z - \gamma E_y) \Omega x}{v} + \frac{(\gamma E_x - \alpha E_z) \Omega y}{v} \right]. \quad (7.46)$$

Уравнения (7.44) — (7.46) описывают распространение произвольной световой волны в любом направлении в гиротропной среде, покоящейся в неинерциальной системе отсчета или вращающейся в инерциальной системе координат.

При распространении световой волны вдоль вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$  (вдоль оси  $z$ ) следует положить  $\alpha = \beta = 0$ ,  $\gamma = 1$ , тогда уравнения (7.44) — (7.46) дают

$$(n^{*2} - n^2) E_x = -igE_y - in^2 \delta E_y \Omega / \omega - n^2 \delta E_z \Omega x / v, \quad (7.47)$$

$$(n^{*2} - n^2) E_y = igE_x + n^2 \delta i E_x \Omega / \omega - n^2 \delta E_z \Omega y / v, \quad (7.48)$$

$$n^2 E_z = -h(yE_x - xE_y) \Omega / v, \quad (7.49)$$

где  $n = \sqrt{\epsilon}$  — показатель преломления покоящейся среды.

Подстановка уравнения (7.49) в соотношения (7.47) и (7.48) после пренебрежения членами, содержащими  $\Omega^2/v^2$ , дает

$$(n^{*2} - n^2) E_x = -igE_y - in^2 \delta E_y \Omega / \omega,$$

$$(n^{*2} - n^2) E_y = igE_x + in^2 \delta E_x \Omega / \omega.$$

Исключая  $E_x$  и  $E_y$ , получаем два значения эффективного коэффициента преломления

$$n_{1,2} \approx n [1 \pm 0,5 (g/n^2 + \delta \Omega / \omega)]. \quad (7.50)$$

Таким образом, параллельно силовым линиям постоянного магнитного поля и вектору угловой скорости  $\vec{\Omega}$  распространяются две волны, которым соответствуют различные значения показателя преломления. Анализ выражения (7.50) свидетельствует об эквивалентности эффектов, обусловленных наложением на

среду внешнего магнитного поля (гиротропия  $g$ ) и вращением среды или системы отсчета с угловой скоростью  $\vec{\Omega}$ .

Эквивалентность этих эффектов позволяет по аналогии с «кинематической анизотропией», возникающей при поступательном движении однородного изотропного тела [159], ввести термин и «кинематической гиротропии», т. е. гиротропии, вызванной вращением с угловой скоростью  $\Omega$ . Весьма существенно при этом отметить, что «кинематическая гиротропия» обусловлена эффектами первого порядка по  $r\Omega/c$ , т. е. эффектами, в рамках которых построена вся теория лазерной гиromетрии. Характер поляризации собственных волн можно определить после подстановки (7.50) в уравнения (7.47) и (7.48), которая дает  $E_x = \pm iE_y$ .

Следовательно, собственными волнами гиротропной вращающейся среды или среды, покоящейся в неинерциальной системе отсчета, являются две циркулярно поляризованные волны встречного вращения.

Характерно, что как гиротропия, наведенная внешним постоянным магнитным полем  $H$ , так и «кинематическая гиротропия», вызванная вращением, обладают невзаимными свойствами: при смене направления подмагничивания или вращения на противоположное приращение показателя преломления для соответствующей волны меняет знак на противоположный.

Рассмотрим значение эффективных показателей преломления для конкретных случаев.

1. Вращение среды в инерциальной системе координат:

$$h = -(\varepsilon - 1) = 1 - n^2, \quad \delta = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} = \frac{1 - n^2}{n^2}.$$

Тогда соотношение (7.50) составит

$$n_{1,2}^* = n \left[ 1 \pm \frac{1}{2} \left( \frac{1 - n^2}{n^2} \frac{\Omega}{\omega} + \frac{g}{n^2} \right) \right]. \quad (7.51)$$

Если гиротропия, наведенная внешним магнитным полем, отсутствует ( $g=0$ ), то (7.51) совпадает с результатом работы [151]. При этом член  $(n^2-1)/2n^2$  характеризует редукцию или степень «увлечения» циркулярно поляризованной волны вращающейся средой. Если волна линейно поляризована, то вращательная способность  $R$  среды определяется в виде  $R=0,5(n_1^*-n_2^*)\omega/c=(n^2-1)\Omega/2nc$ . Следует отметить, что вращательная способность является свойством материальной среды ( $n \neq 1$ ). С этой точки зрения эффект «увлечения» плоскости поляризации вращающейся средой аналогичен «эффекту» увлечения световой волны движущейся средой.

2. Эффективный коэффициент преломления световой волны в неинерциальной системе отсчета. Согласно (7.38) и (7.39) следует положить  $h=\delta=1$ . Тогда

$$n_{1,2}^* = n \left[ 1 \pm \frac{1}{2} (g/n^2 + \Omega/\omega) \right]. \quad (7.52)$$

Здесь обращает на себя внимание наличие разности показателей преломления для левоциркулярной и правоциркулярной волн даже в вакууме ( $n=1, g=0$ ).

В этом случае  $n_{1,2}^* = 1 \pm \Omega/\omega$ .

Таким образом, неинерциальная система отсчета эквивалентна некоторой гиротропной среде, показатель преломления которой определяется соотношением (7.52), в котором следует принять  $n=1, g=0$ . Соотношения (7.44) — (7.46) позволяют проанализировать не только распространение световой волны вдоль оси  $z$  но и вдоль любого другого направления, характеризуемого направляющими косинусами  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Рассмотрим, например, световую волну, распространяющуюся вдоль оси  $x$  ( $\alpha=1, \beta=\gamma=0$ ). В этом случае система уравнений (7.44) — (7.46) прини-

мает вид

$$-n^2 E_x = -in^2 \delta E_y \Omega / \omega + h E_y \Omega x / v, \quad (7.53)$$

$$(n^{*2} - n^2) E_y = n^2 \delta (i \Omega / \omega + \Omega x / v) E_x + \\ + n^2 \delta E_y \Omega y / v + h E_y \Omega y / v, \quad (7.54)$$

$$(n^{*2} - n^2) E_z = n^2 \delta E_z \Omega y / v + h E_z \Omega y / v. \quad (7.55)$$

Здесь принято  $g = 0$ .

Пренебрегая величинами второго порядка малости  $r^2 \Omega^2 / v^2$ , получаем значения коэффициента преломления среды для световых волн, поляризованных вдоль осей  $y$  и  $z$ ,

$$n_{*y}^2 = n_z^2 = n^2 + (n^2 \delta + h) \Omega y / v.$$

В силу аксиальной симметрии аналогичные значения показателей преломления будут иметь место и для световой волны, распространяющейся вдоль оси  $y$ ,

$$n_{*x}^2 = n_z^2 = n^2 + (n^2 \delta + h) \Omega x / v.$$

Таким образом, в направлениях, перпендикулярных вектору угловой скорости  $\Omega$  в рамках принятых по  $\Omega/c$  приближений, покоящаяся в неинерциальной системе отсчета или вращающаяся в инерциальной системе координат материальная среда анизотропными свойствами не обладает. Этот вывод можно непосредственно получить из решения векторных уравнений (7.34), (7.35). Действительно для плоской монохроматической волны справедливы выражения

$$\vec{D} = [\vec{H} \cdot \vec{n}^*], \quad \vec{B} = [\vec{n}^* \cdot \vec{E}].$$

Умножая уравнение (7.34) векторно на  $\vec{n}^*$  и используя (7.35), можно получить

$$[[\vec{n}^* \cdot \vec{E}] \cdot \vec{n}^*] + [[[\vec{r} \cdot \vec{\Omega}] \cdot \vec{E}] \cdot \vec{n}^*] \varepsilon / c = \\ = \varepsilon \vec{E} + [[\vec{r} \cdot \vec{\Omega}] [\vec{n}^* \cdot \vec{E}]] 1 / c.$$

Раскрывая векторные произведения и последовательно умножая векторно на  $\vec{n}^*$  и  $[(\vec{r} \cdot \vec{\Omega}) \cdot \vec{n}^*]$ , получаем

$$\vec{n}^{*2} = n^2 + (n^2 + 1) [(\vec{\Omega} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{n}^* / c]. \quad (7.56)$$

### 7.3. Невзаимные фазосдвигающие устройства, используемые в КОКГ

Рассмотренные выше квадратичные соотношения для электромагнитных колебаний в движущихся материальных средах позволяют реализовать устройства, в которых проявляется фазовая невзаимность для встречных волн. Одним из частных случаев движения среды является поступательное движение, которое приводит к известному эффекту «увлечения» света движущейся средой—эффекту Физо. Его строгое изложение предполагает рассмотрение уравнений электродинамики в системе координат, совершающей поступательное движение. Записывая ковариантный  $g_{ik}$  и контрвариантный  $g^{ik}$  метрические тензоры, как это было сделано в гл. 2 для вращающейся системы, можно получить уравнения Максвелла в движущейся системе отсчета и найти эффективный показатель преломления среды [153—156].

Однако эффект «увлечения» света поступательно движущейся средой можно непосредственно получить из системы дифференциальных уравнений (7.44)—(7.46), при выводе которых не накладывалось ограничений на характер скорости движения среды.

Рассмотрим для определенности случай равномерного движения среды вдоль оси  $x$ , когда гиротропия отсутствует ( $g=0$ ). Легко видеть, что в этом случае уравнения (7.44)—(7.46) приводятся к виду

$$\begin{aligned} n^2 [E_x - \alpha (\alpha E_x + \beta E_y + \gamma E_z)] = n^2 E_x + \\ + (n^2 - 1) (\beta E_y + \gamma E_z) v_x / v, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n^2 [E_y - \beta (\alpha E_x + \beta E_y + \gamma E_z)] &= n^2 E_y - (n^2 - 1) \times \\ &\times (2\alpha E_y - \beta E_x) v_x / v, \\ n^2 [E_z - \gamma (\alpha E_x + \beta E_y + \gamma E_z)] &= n^2 E_z - (n^2 - 1) \times \\ &\times (2\alpha E_z - \gamma E_x) v_x / v, \end{aligned}$$

где  $v_x$  — поступательная скорость движения среды.

Для волны, распространяющейся вдоль оси  $x$  ( $\alpha = 1, \beta = \gamma = 0$ ), найдем

$$\begin{aligned} (\overset{*}{n}^2 - n^2) E_y &= -2(n^2 - 1) E_y v_x / v, \\ (\overset{*}{n}^2 - n^2) E_z &= -2(n^2 - 1) E_z v_x / v. \end{aligned}$$

Отсюда можно найти эффективный показатель преломления движущейся среды

$$\overset{*}{n} \approx n \left( 1 - \frac{n^2 - 1}{n} \frac{v_x}{v} \right). \quad (7.57)$$

Для произвольно распространяющейся световой волны ( $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma \neq 0$ ) выражение (7.57) можно представить в виде

$$\overset{*}{n} = n [1 - (n^2 - 1)(\vec{v} \cdot \vec{k}) / n\omega], \quad (7.58)$$

где  $\vec{k}$  — волновой вектор световой волны.

Из выражений (7.57) и (7.58) видно, что при смене направления распространения волны знак приращения коэффициента преломления изменяется на обратный, поэтому если через движущуюся среду проходят две встречные световые волны и проекция линейной скорости на волновой вектор отлична от нуля, то возникает дифференциальный сдвиг по фазе, обусловленный разностью показателей преломления

$$\overset{*}{n}_1 - \overset{*}{n}_2 = 2(n^2 - 1)(\vec{v} \cdot \vec{k}) / \omega.$$

Если движущаяся среда расположена в резонаторе КОКГ то между встречными волнами появится разность частот, величина которой может быть найдена после приравнивания набегов фазы при однократ-

ном обходе световыми волнами кольцевого резонатора

$$\frac{i\omega_{1,2}}{c} \oint \tilde{n}_{1,2}^* dl = \frac{\omega_0}{c} \oint n dl. \quad (7.59)$$

Вычисляя интегралы, находим

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{2\omega_0 (n^2 - 1) l_{\pi}}{\Sigma l_i n_i} v_k / c, \quad (7.60)$$

где  $\Sigma l_i n_i$  — эквивалентный периметр неподвижного резонатора;  $l_{\pi}$  — длина движущейся среды;  $v_k$  — проекция вектора скорости на направление волнового вектора.

В практических конструкциях невзаимных фазосдвигающих устройств поступательное движение оптически плотной среды можно заменить на вращательное [149, 160], используя окружную скорость среды, как это прямо следует из (7.57), если принять  $v_x = -\Omega y$ .

На рис. 7.1 приведена схема использования эффекта Физо, в которой движущейся средой является пластина из кварца. Так как линейное поступательное перемещение пластины по периметру резонатора КОКГ оказывается затруднительным из-за наличия газоразрядных трубок и зеркал, то необходимую величину проекции линейной скорости пластины на направление распространения встречных волн можно получить, вращая ее. При этом ось вращения пластины и волновой вектор световой волны не должны лежать в одной плоскости.

В экспериментальных исследованиях использовалась кварцевая пластина толщиной 1,7 см, которая для уменьшения вносимых в резонатор потерь располагалась под углом Брюстера. Замена поступательного движения вращательным приводит к тому, что линейная скорость движения среды по сечению пучка оказывается неодинаковой (точки, лежащие ближе к оси вращения, имеют меньшую величину линейной

скорости). Зависимость разностной частоты встречных волн КОКГ от скорости движения пластины приведена на рис. 7.2.

Близким по технической реализации был эксперимент с движущейся жидкостью (рис. 7.3). Поток жидкости между двумя пластинами, расположенными под углом Брюстера, вводился в кольцевой ОКГ. Ско-

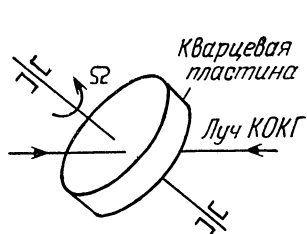


Рис. 7.1. Схема прохождения встречных волн КОКГ через вращающийся кварцевый диск

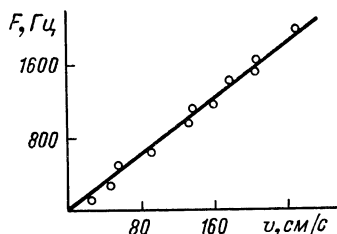


Рис. 7.2. Зависимость разности частот встречных волн КОКГ от окружной скорости движения кварцевого диска.

рость движения жидкости ( $\text{CCl}_4$ ) изменялась от 650 до 1350 см/с (оптическая длина пути 5,8 мм). При этом между встречными лучами возникали биения. Однако турбулентные явления и неравномерность скорости потока по сечению не позволили получить удовлетворительного соответствия экспериментальных и теоретических данных (рис. 7.4).

Для исследования явления «увлечения» света воздушной средой использовалась специальная конструкции трубка (рис. 7.5), с помощью которой воздух направлялся вдоль траектории световых волн в резонаторе КОКГ.

Зависимость разностной частоты встречных лучей от скорости воздушного потока приведена на рис. 7.6. Следует отметить, что создание невзаимного фазового



сдвига в кольцевом резонаторе с целью устранения явления захватывания частоты встречных лучей с помощью воздушного потока использовалась и в работе [97] при анализе некоторых характеристик квантового оптического гироскопа.

Коммутация направления невзаимного фазового сдвига при использовании эффекта Физо может осуществляться путем изменения направления движения среды.

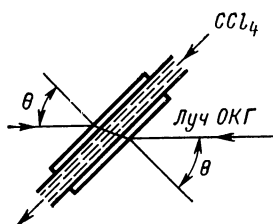


Рис. 7.3. Схема создания фазовой невзаимности потока движений на выходе КОКГ от скорости движения потока жидкости.

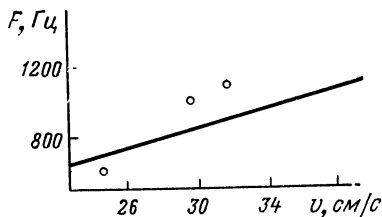


Рис. 7.4. Зависимость частоты биений на выходе КОКГ от скорости движения потока жидкости (сплошная линия — теоретическая зависимость).

Вызывает интерес принципиальная возможность использования в качестве движущейся среды потока заряженных частиц, например ионных или электронных пучков [161] (рис. 7.7). Он представляет собой электровакуумный прибор пролетного типа, содержащий полный катод, фокусирующую систему и полый анод. Для коммутации направления невзаимного фазового сдвига используется двуханодная конструкция и полый катод. Прикладывая ускоряющее напряжение последовательно к анодам  $A_1$  и  $A_2$ , можно менять знак фазовой невзаимности.

Световая волна проходит вдоль движущегося от катода к аноду электронного потока и испытывает эффект «увлечения». Величина невзаимного фазового

сдвига, создаваемого таким прибором, определяется коэффициентом преломления электронного пучка и его скоростью. Принимая выражение для коэффициента преломления электронного пучка в виде [162]

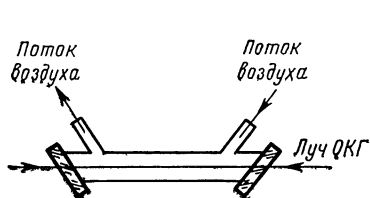


Рис. 7.5. Схема создания фазовой невязимости воздушным потоком.

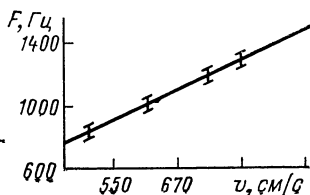


Рис. 7.6. Зависимость частоты биений на выходе КОГГ от скорости воздушного потока.

$n = 1 - 2\pi e^2 N / m\omega^2$ , где  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона соответственно;  $N$  — концентрация электронов, можно показать, что для достижения приемлемых значений невязимого фазового сдвига необходимо

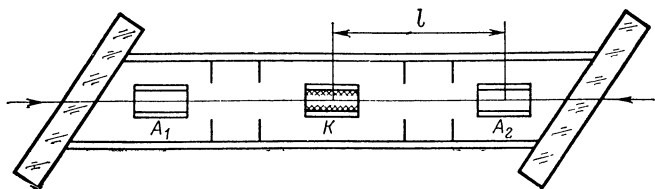


Рис. 7.7. Невязимое устройство, использующее поток заряженных частиц.

переходить в длинноволновую часть спектра. Вместе с тем необходимо отметить, что небольшие значения  $n$  могут быть частично компенсированы большим отношением  $v/c$ , которое без труда достигается в умеренных ускоряющих полях.

Аналогичные эффекты возникают в газоразрядной плазме активного элемента КОГГ при возбуждении

его постоянным током [163] (эффект Лэнгмюра). Однако флуктуации скорости и нестабильность тока разряда приводят, как правило, к уширению спектральной линии сигнала биений. Тем не менее в работе [164] описан метод создания начального разноса частот от 300 до 1300 Гц при токах разряда от 20 до 40 мА.

Другой способ создания фазовой невзаимности состоит в использовании эффекта «увлечения» плоскости поляризации вращающейся средой. Действительно, используя выражения (7.51), запишем разность показателей преломления для встречных циркулярных волн в форме

$$\Delta n = (n^2 - 1) \Omega / n \omega, \quad (7.61)$$

что приведет к разному встречных волн в КОКГ на величину

$$\Delta \omega = \frac{(n^2 - 1) l_{\pi}}{\Sigma l_i n_i} \Omega. \quad (7.62)$$

Сопоставляя соотношения (7.60) и (7.62), нетрудно заметить, что при использовании поступательно движущейся среды начальный разнос частот пропорционален отношению  $v/c$  тогда как при вращении он определяется отношением  $\Omega/\omega_0$ . Поэтому практический выбор того или иного способа создания невзаимного фазового сдвига должен определяться наибольшим из отношений  $v/c$  и  $\Omega/\omega_0$ , при этом следует иметь в виду, что если вращательное движение среды осуществить проще, то это еще не означает преимущества создания невзаимного фазового сдвига на основе эффекта «увлечения» плоскости поляризации, так как встречные волны должны быть циркулярно поляризованы. Если собственные волны КОКГ поляризованы линейно, то в состав невзаимного элемента должны входить трансформаторы поляризации, чего не тре-

буется для невзаимного элемента, использующего эффект Физо для поступательно движущейся среды.

Основным недостатком всех невзаимных устройств, использующих эффект «увлечения» света, является требование высокой стабильности скорости движения среды, которую не всегда удается реализовать в практических конструкциях. Однако невзаимные эффекты могут наблюдаться и в случае, если среда в целом неподвижна, но в ней существуют перемещающиеся участки сжатия и разрежения, приводящие к оптической неоднородности материальной среды. Такой характер оптической неоднородности может возникнуть в результате возбуждения в оптически прозрачной среде интенсивной ультразвуковой волны. При этом теоретическое исследование невзаимных эффектов может быть сведено к анализу нелинейных взаимодействий световой и ультразвуковой волн.

Вопросы взаимодействия световой волны со средой, диэлектрическая проницаемость которой меняется во времени и в пространстве, рассмотрены в параметрическом приближении в работах Рытова С. М. [165], Рамана [166] и др. Авторами этих работ получены выражения, определяющие характер изменения фазы световой волны в бегущем поле управляющего сигнала. Однако невзаимные эффекты в этих работах не исследованы. Среди работ, посвященных непосредственно невзаимным эффектам, возникающим в ультразвуковой волне, следует отметить работу Зильбермана Г. Е., Купченко Л. Ф. [167], в которой при решении нелинейных волновых уравнений учитываются члены высшего порядка в разложении диэлектрической проницаемости. Это позволяет принять во внимание члены, пропорциональные квадрату изменения показателя преломления  $\Delta n^2$ , что приводит к появлению скоростных симметричных и антисимметричных связей. Последними и обуславливаются невзаимные свойства световых волн, имеющих различные

проекции волнового вектора на волновой вектор ультразвуковой волны.

Применительно к ультразвуковой управляющей волне рассматриваемый процесс может трактоваться как взаимодействие фотона с фононом. Из квантовых законов сохранения энергии и импульса следует [168], что угол, при котором возможно эффективное взаимодействие между одним фотоном и одним фононом, определяется из условия

$$\cos \theta = (1 + \omega/2\omega_m) c/v - \omega v/2\omega_m c, \quad (7.63)$$

где  $c$  и  $v$  — скорости световой и звуковой волн соответственно;  $\omega$  и  $\omega_m$  — частоты этих волн.

Практически для частот  $\omega_m = 10^6 \dots 10^8$  рад/с угол  $\theta$  весьма близок к  $90^\circ$ . Работа при таких углах является весьма характерной для всех эффективных нелинейных взаимодействий световой и ультразвуковой волн.

В работе [167] показано, что фазовая невязанность для встречно бегущих волн может зависеть как от изменения средней оптической плотности среды, так и от колебательного движения ее. Последний эффект оказывается пренебрежимо малым, а ощутимые изменения показателя преломления могут быть достигнуты только в режимах, близких к синхронизму, т. е. при выполнении условия (7.63). При этом наиболее эффективно взаимодействие происходит вблизи углов падения световой волны на движущуюся ультразвуковую решетку, удовлетворяющих условию Брэгга, т. е. именно в той области, где имеет место наиболее сильное поглощение световой волны. Поэтому диапазон углов, примыкающих к брэгговским, должен быть исключен из области, рекомендуемой для создания невзаимного фазового сдвига. Вне ее

относительная величина изменения скорости встречных волн может быть представлена в виде

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{\alpha^2 \cos \theta}{(\cos^2 \theta - a^2)(\cos^2 \theta - b^2)} \cdot \frac{v}{c},$$

где  $a = -k_m/k + v/c$ ;  $b = k_m/k + v/c$ ;  $k_m$  и  $k$  — волновые векторы модулирующей и световой волн;  $\alpha$  — амплитуда изменения диэлектрической проницаемости.

Практически в ультразвуковых полях интенсивностью  $10^{-2}$  Вт/см<sup>2</sup> можно получить начальный разнос частот до 40 кГц в лазерном гироскопе с периметром 2 м и длиной невзаимного элемента 1 см.

Среди ряда актуальных проблем, от решения которых зависит эффективность фотон-фононных взаимодействий, особо стоит задача возбуждения ультразвуковых колебаний достаточной интенсивности. Помимо общих методов возбуждения таких колебаний (фокусировка, трансформирование и др.) несомненный интерес представляет возможность генерации звуковых волн световым пучком большой интенсивности [169—171]. Возможность генерации звуковой волны возникает при взаимодействии двух фотонов с энергиями  $\hbar\omega$  и  $\hbar(\omega - \omega_m)$ , в результате которого появляется фотон с энергией  $\hbar\omega_m$ . Легко подсчитать, что на гиперзвуковую частоту ( $\sim 10^{10}$  Гц) можно перекачать до  $10^{-4}$  энергии излучения ОКГ, что при мощности световой волны  $10^7 \dots 10^8$  Вт составляет весьма значительную величину. В качестве световых волн с частотами  $\omega$  и  $\omega - \omega_m$  могут быть использованы осевые (аксиальные) виды колебаний, содержащиеся в излучении реальных ОКГ.

К числу неоспоримых достоинств невзаимного фазосдвигающего устройства, использующего фотон-фононное взаимодействие, относится отсутствие движущихся элементов конструкции (движение областей сжатия и разрежения совершается в неподвижной материальной среде). Однако нельзя не отметить и ряда

принципиальных недостатков, присущих фотон-фононному способу создания фазовой невзаимности. К ним следует отнести:

- резкую зависимость величины и знака невзаимного фазового сдвига и невзаимных потерь от угла падения  $\theta$ ,

- зависимость невзаимного фазового сдвига от частоты и интенсивности ультразвуковой волны,

- необходимость использования интенсивных ультразвуковых полей, которые вызывают термические эффекты в возбуждающей среде.

Поэтому, не рассматривая вопросы чисто технического характера, связанные со стабильностью частоты и амплитуды ультразвуковой волны, зависимостью ее скорости от термических эффектов, влиянием ультразвукового возбудителя на параметры КОКГ, целесообразно продолжить рассмотрение других способов создания невзаимного фазового сдвига, которые могут быть использованы в современных когерентных оптических гироскопах.

Рассмотрим возможность создания фазовой невзаимности в инерциальных системах. В системах отсчета, вращающихся с определенной угловой скоростью, как это было показано в гл. 1, 2, возникает невзаимная разность фаз встречных волн, бегущих по одному и тому же замкнутому контуру [17, 28]. Это свойство неинерциальной системы отсчета, положенное в основу работы когерентного оптического гироскопа, может быть использовано и для создания фазовой невзаимности, с помощью которой рабочая точка выводится за зону захватывания встречных волн. Практическое осуществление начального разноса частот в когерентном оптическом гироскопе по этому способу предполагает вращение его с постоянной угловой скоростью, превышающей область нечувствительности. Возникающая при этом разность частот может быть найдена в результате интегрирования по

замкнутому контуру выражения (7.56), которым задается значение эффективного показателя преломления в неинерциальной системе отсчета.

Однако вращение с постоянной угловой скоростью представляет известные трудности, частично преодолеть которые можно при переходе к колебательным движениям лазерного гироскопа вокруг оси чувствительности, как это показано на рис. 7.8. При этом разность частот встречных волн изменяется по гармоническому закону и дважды за период механических колебаний проходит через область захвата, внутри которой измерения малых угловых скоростей невозможны. Возможность регистрации малых угловых скоростей возникает при

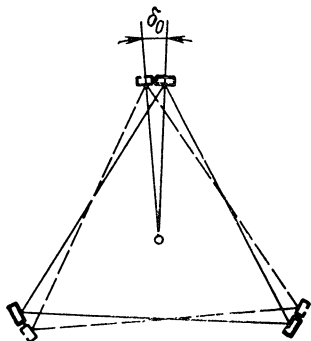


Рис. 7.8. Колебательное движение КОГ.

выборе вполне определенных параметров крутильных колебаний лазерного гироскопа [172—175], при которых существенно уменьшается область захватывания.

Таким образом, при крутильных колебаниях когерентного оптического гироскопа не только возникает невзаимный фазовый сдвиг, но и одновременно существенно сокращается область захватывания встречных волн. Это обстоятельство весьма существенно, так как подавляющее большинство способов создания невзаимного фазового сдвига основано на введении фиксированного дифференциального фазового сдвига между встречными волнами когерентного оптического гироскопа и в лучшем случае оставляют зону захвата (область нечувствительности) неизменной.

Зависимость зоны захватывания от амплитуды и



периода крутильных колебаний когерентного оптического гироскопа имеет вид [172]

$$\Omega_{10} = \Omega_0 J_0(\Omega_2 T / 2\pi),$$

где  $\Omega_0$  — ширина полосы синхронизации в отсутствие крутильных колебаний;  $\Omega_2$  определяется из уравнения крутильных колебаний:  $\Omega_2(t) = \Omega_2 \sin(2\pi t/T)$ ;  $T$  — период крутильных колебаний. Из этого соотношения видно, что при значениях  $\Omega_2 T / 2\pi$ , соответствующих корням функции Бесселя  $J_0$ , область захватывания обращается в нуль.

Таким образом, появляется принципиальная возможность измерения малых угловых скоростей, меньших ширины полосы синхронизации. Однако в области нулевых значений  $J_0$  крутизна характеристики  $dJ_0/d\Omega_2$  и  $dJ_0/dT$  оказывается весьма значительной, поэтому случайные возмущения крутильных колебаний могут привести к существенным ошибкам. Другим недостатком рассматриваемого метода является ограничение диапазона измеряемых угловых скоростей сверху. Так при определенных расстройках встречных волн КОКГ происходит синхронизация измеряемой разностной частоты частотой крутильных колебаний.

Вместе с тем несомненным достоинством рассматриваемого способа является простота технической реализации, особенно малогабаритных образцов когерентных оптических гироскопов. Так, в работе [175] сообщается о разработке гироскопа, в котором существенное уменьшение области синхронизации встречных волн достигается при его угловых колебаниях с амплитудой менее  $6'$  и частотой 64 Гц. При этом регистрировалась угловая скорость суточного вращения Земли, которая на широте лаборатории составляла  $10,6^\circ/\text{ч}$ . Определенным достоинством способа крутильных колебаний является и отсутствие каких-либо дополнительных элементов, вводимых в кольцевой резонатор когерентного оптического гироскопа,

благодаря чему может быть достигнута максимальная величина добротности.

Стабилизированный разнос частот встречных волн КОКГ без механического вращения и движущихся сред удастся получить при использовании электрооптических эффектов Поக்கельса и Керра [157]. Эти эффекты, как известно, состоят в появлении двойного лучепреломления в средах, к которым приложено электрическое поле. Для создания начального разнота частот КОКГ встречные волны должны иметь ортогональную поляризацию, совпадающую с собственными направлениями наведенной электрическим полем анизотропии.

Одна из возможных схем использования электрооптических эффектов изображена на рис. 7.9. Модулятор 7 изменяет относительную скорость распространения встречных волн благодаря использованию двух невзаимных вращателей плоскости поляризации 8 и 9, использующих эффект Фарадея. Плоскополяризованные колебания встречных волн ячейками 8 и 9 разворачиваются в противоположные стороны, в результате чего левобегущая и правобегущая волны КОКГ проходят через модулятор, имея ортогональные плоскости поляризации. Если кристаллографические оси анизотропной среды, наведенные внешним полем от источника 10, совместить с плоскостями поляризации встречных волн, то скорость их распространения вдоль «быстрой» и «медленной» оси будет различной, что приведет к разноту частот [176]. Характер поляризации встречных волн в модуляторе показан на рис. 7.9,б, где индексы  $b$  и  $a$  относятся к волнам, бегущим соответственно в направлении движения часовой стрелки и против.

Другой вариант использования электрооптического модулятора описан в работе [246], а его схема приведена на рис. 7.10. Два электрооптических фазовых модулятора 5 и 6 расположены в резонаторе

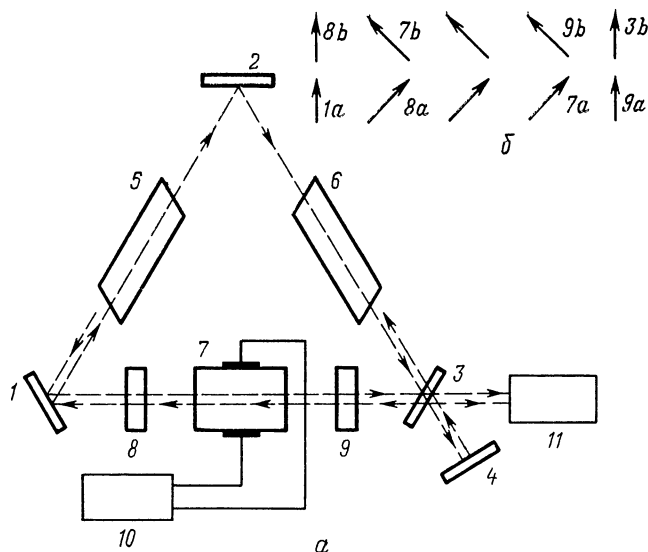


Рис. 7.9. КОКГ с двулучепреломляющей электрооптической ячейкой (а) и поляризация встречных волн в различных участках резонатора (б):

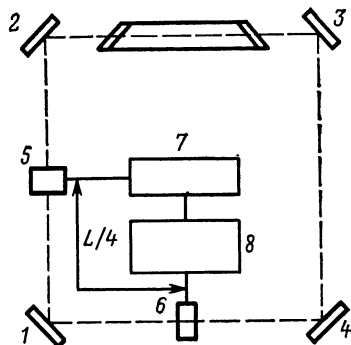
1, 2, 3 — зеркала кольцевого резонатора; 4 — отражатель; 5, 6 — активные среды; 7 — ячейка Керра; 8, 9 — вращатели Фарадея; 10 — источник управляющего напряжения; 11 — фотоприемник.

КОКГ, образованном зеркалами 1—4. Расстояние между модуляторами составляет  $1/4$  периметра  $L$ . Модуляторы возбуждаются от генератора синусоидальных колебаний со сдвигом по фазе на  $90^\circ$ , а частота модулирующего напряжения выбирается из соотношения  $\omega_m = 2\pi c/L$ , т. е. равной расстоянию между осевыми видами колебаний. При таком выборе модулирующей частоты модуляторы производят суммарный эффект для волны, бегущей против часовой стрелки, и разностный — для встречной волны.

В ином варианте подобный способ создания начального разноса частот достигается совмещением функций отражателей и модуляторов двух соседних

Рис. 7.10. КОКГ с частотной модуляцией встречных волн:

1—4 — зеркала кольцевого резонатора; 5, 6 — фазовые модуляторы; 7 — источник управляющего напряжения; 8 — цепь задержки по фазе на  $90^\circ$ .



зеркал квадратного резонатора КОКГ. Расстояние между зеркалами - модуляторами выбирается, как и ранее  $L/4$ . Реализация

невзаимных устройств по схемам, приведенным на рис. 7.9 и 7.10, сопряжена с рядом трудностей, которые сдерживают их использование.

В современных конструкциях лазерных гироскопов наибольшее практическое распространение получили невзаимные фазосдвигающие устройства, использующие эффект двойного кругового лучепреломления в гиротропных средах (ячейки Фарадея) [149, 150]. Это обусловлено прежде всего: возможностью электрического управления величиной и знаком разности частот встречных волн в лазерном гироскопе, незначительной величиной вносимых потерь, отсутствием движущихся элементов в резонаторе КОКГ, малой дополнительной связью встречных волн и др.

Макроскопическое описание невзаимных эффектов в гиротропных средах может быть выполнено с помощью общих уравнений электромагнитного поля и тензорных материальных соотношений. Поскольку эта задача в более общем виде была уже частично решена ранее, то целесообразно воспользоваться полученными результатами для анализа невзаимных эффектов в гиротропных средах. В соответствии с выражениями (7.44)—(7.46) тензору диэлектрической проницае-

мости электрически гиротропной среды во вращающейся системе координат можно придать форму:

$$\hat{\epsilon}_{\Omega, H} = \begin{vmatrix} n^2 - (n^2\delta + h) \beta x \Omega / v & -ig - in^2\delta \Omega / \omega - (n^2\delta \beta y - h\alpha x) \Omega / v & n^2\delta y \Omega / v \\ ig + in^2\delta \Omega / \omega + (n^2\delta \alpha x - h\beta y) \Omega / v & n^2 + (n^2\delta + h) \alpha y \Omega / v & n^2\delta \gamma x \Omega / v \\ -h\gamma y \Omega / v & h\gamma x \Omega / v & n^2 + n^2\delta (\alpha y - \beta x) \Omega / v - h(\beta x - \alpha y) \Omega / v \end{vmatrix}$$

Из вида тензора  $\hat{\epsilon}_{\Omega, H}$  при  $\Omega = 0$  непосредственно следует, что антисимметричные его компоненты  $\hat{\epsilon}_a = -ig$  должны быть ответственны за невзаимные эффекты, которые согласно (7.50) определяются двойным круговым лучепреломлением в продольном магнитном поле

$$n_{1,2}^* = n(1 \pm g/2n^2), \quad (7.64)$$

где  $g = g'H$  — постоянное магнитное поле.

Так как вектор гирации  $g$  пропорционален постоянному магнитному полю  $H$ , то выражение (7.64) целесообразно записать через постоянную Верде  $R$ , характеризующую вращательную способность материальной среды. Учитывая это, запишем окончательно выражение (7.64) в виде

$$n_{1,2}^* = n \pm R\lambda H / 2\pi. \quad (7.65)$$

Для подавляющего большинства диамагнитных сред постоянные Верде оказываются весьма незначительными, поэтому создание ощутимых невзаимных эффектов необходимо предполагает использование либо достаточно интенсивных магнитных полей, либо сред достаточной протяженности.

По данным работы [177] в табл. 7.1 приведены константы Верде и характеристики поглощения ряда стекол на нескольких представляющих интерес длинах волны.

Для использования эффекта двойного кругового лучепреломления в КОКГ с целью начального раз-  
носа частот встречных волн последние должны иметь

Таблица 7.1

Стекло	$\lambda$ , мкм	$T$ , К	$R$ , мин/Э-см	$A$ , см <sup>-1</sup>	Диапазон волн, мкм
Schott SFS(Pb-Si)	0,700	300	0,071	0,01	1,45...2,0
	1,000	300	0,032		
Schott SF-6(Pb-Si)	0,632	300	0,053	<0,01	0,45...2,0
A.O.As-S	1,100	300	0,065	0,03	0,9...8
20%TeO <sub>2</sub> , 80%PbO	0,7	300	0,128		
	0,5	300	-0,326	—	0,4...2,0
Ce <sup>3+</sup> -P		24	-2,57		
	0,7	300	-0,132		
Pr <sup>3+</sup> -P	0,7	300	-0,123	—	0,65...0,85
Tb <sup>3+</sup> -P	0,7	300	-0,150	—	0,5...1,4
Pr <sup>3+</sup> -B	0,67	300	-0,243	—	0,65...0,85
Pr <sup>3+</sup> -AL-Si	0,7	300	-0,198	0,006	0,65...0,85
		196	-0,655		
Tb <sup>3+</sup> -AL-Si	0,7	300	-0,216	0,003	0,5...1,4
		196	-0,800		
Dy <sup>3+</sup> -AL-Si	0,6	300	-0,272	0,008	0,5...0,67
		196	-1,03		

круговую поляризацию. Если собственная поляризация волн в резонаторе кольцевого ОКГ является линейной, что чаще всего обусловлено использованием призм полного внутреннего отражения или герметизирующих окон газоразрядных трубок, выполненных под углом Брюстера, то круговая поляризация может быть создана на небольшом участке резонатора в области расположения магнитооптической среды. Одна из возможных конструкций невзаимного фазосдвигающего устройства — устройства для начального раз-  
носа частот, которое иногда называют ячейкой Фарадея, изображена на рис. 7.11.

Здесь четвертьволновые пластинки 1 и 3, наклеиваемые на торцы магнитооптической среды 2, играют роль трансформаторов поляризации, превращая линейно поляризованное колебание вне магнитооптической среды, в колебание, поляризованное циркулярно внутри нее. Внешнее магнитное поле может создаваться с помощью соленоида или постоянного магнита.

Вводимый в кольцевой резонатор невзаимный фазовый сдвиг  $\Delta\phi$  приводит к частотному разнесу встречных волн на величину

$$F = cRHl / \pi \Sigma l_i n_i, \quad (7.66)$$

где  $\Sigma l_i n_i$  — периметр кольцевого резонатора.

Если в качестве магнитооптической среды выбрать оптическое стекло К-8, для которого постоянная Верде  $R = 0,023 \text{ мин} \cdot \text{Э}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ , то при длине ячейки  $l = 1 \text{ см}$  и подмагничивающем поле  $H = 100 \text{ Э}$  частота разнеса встречных волн КОКГ с периметром резонатора около одного метра составит 65 кГц. Для подавляющего большинства практических конструкций КОКГ этого частотного разнеса вполне достаточно, чтобы работать вдали от зоны захвата.

В отличие от ранее рассмотренных способов создания начального разнеса частот эффект Фарадея

позволяет исключить принудительное механическое движение КОКГ и реализовать простую схему электрического управления величиной начального

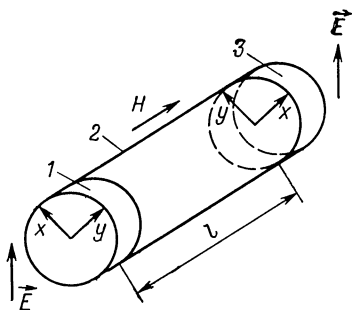


Рис. 7.11. Конструкция невзаимного фазосдвигающего устройства линейно поляризованных колебаний.

разноса частот. Величине начальной разности частот встречных волн может быть сопоставлена некоторая скорость эквивалентного вращения КОКГ в инерциальном пространстве. При этом, меняя только направление подмагничивающего поля над невзаимным элементом, можно реверсировать направление эквивалентного вращения КОКГ в инерциальном пространстве на обратное.

#### 7.4. Особенности использования гиротропных невзаимных элементов

До сих пор рассматривались гиротропные среды в неподвижной системе координат, когда принималось  $\Omega=0$ . Если снять это ограничение, то можно заметить, что в антисимметричную часть тензора  $\hat{\epsilon}_{\Omega H}$  ответственную за невзаимные эффекты, как это следует из обобщенной леммы Лоренца, равнозначно входит как гиротропия среды  $g$ , так и вращение с угловой скоростью  $\Omega$ . Поэтому на основании выражения (7.59) можно непосредственно указать на чувствительность невзаимных элементов, использующих эффект Фарадея, не только к любым магнитным полям, как управляющим, так и внешним, но и к составляющим угловой скорости, дающим проекцию на направление постоянного подмагничивающего поля.

В связи с этим оптический когерентный гироскоп с невзаимным элементом, использующим эффект двойного кругового лучепреломления, оказывается принципиально чувствительным не только к вращению вокруг оси, нормальной к плоскости резонатора, но и к угловым движениям, вектор угловой скорости которых лежит в плоскости резонатора. Другими словами, «кинематическая гиротропия», предварительный анализ которой был приведен выше, может явиться непосредственной причиной, приводящей к перекрестным искажениям в практических конструкциях лазер-



ных гироскопов. При этом следует отметить, что в кольцевых ОКГ, где имеют место участки с циркулярной поляризацией, «кинематическая гиротропия» непосредственно приводит к зависимости разности частот встречных волн от угловых скоростей, дающих проекцию на нормаль к оси чувствительности. Если же в резонаторе КОКГ отсутствуют волны с циркулярной поляризацией, то «кинематическая гиротропия» обуславливает вращение плоскости поляризации на угол, пропорциональный проекции угловой скорости на плоскость резонатора.

Найдем величину масштабного коэффициента  $m_\Omega$  определяющего чувствительность оптического когерентного гироскопа к вращениям вокруг осей, лежащих в плоскости резонатора. Для определенности рассмотрим вращение вокруг оси, параллельной вектору постоянного магнитного поля  $H$ , создающего начальный разнос частот встречных волн. Выпишем выражение (7.52), характеризующее эффективный показатель преломления среды, покоящейся в неинерциальной (вращающейся с угловой скоростью  $\Omega$ ) системе отсчета

$$n_{1,2}^* = n(1 \pm \Omega/\omega). \quad (7.67)$$

Используем выражение (7.59), приравнивающее набеги фазы при однократном обходе световыми волнами замкнутого резонатора оптического когерентного гироскопа, и представим значение разности частот встречных волн в виде

$$\Delta\omega = \omega_0 \oint n dl \left( \frac{\oint n_1^* dl - \oint n_2^* dl}{\oint n_1^* dl \cdot \oint n_2^* dl} \right).$$

Подставляя сюда соотношение (7.67), окончательно получим

$$\Delta\omega = m_\Omega \Omega, \quad (7.68)$$

где  $m_\Omega = nl / \sum l_i n_i$ , ( $l$  — длина невзаимного элемента).

Если направление вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$  не совпадает с вектором постоянного магнитного поля  $\vec{H}$ , то «работающей» частью угловой скорости будет только проекция вектора  $\vec{\Omega}$  на направление поля  $\vec{H}$  и выражению (7.68) целесообразно придать более общий вид:

$$\Delta\omega = m_{\Omega}(\vec{\Omega} \cdot \vec{H})/H. \quad (7.69)$$

Выражение (7.69) обладает известной общностью и может быть применено не только для гиротропных сред, но и для участков резонатора лазерного гироскопа, где имеется циркулярная поляризация, например в лазерах, использующих эффект Зеемана. В этом случае под длиной  $l$  следует понимать протяженность участка резонатора с циркулярной поляризацией.

Если собственные волны резонатора лазерного гироскопа являются линейно поляризованными, то вращение вокруг осей, лежащих в плоскости резонатора, может привести к изменению азимута плоскости поляризации, определяемого удельным вращением  $R = n\Omega/2c$ .

Таким образом, явление «кинематической гиротропии» непосредственно обуславливает возникновение не только перекрестных искажений, но и оказывает влияние на световые волны с линейной поляризацией. Весьма существенно при этом отметить, что явление «кинематической гиротропии» является эффектом первого порядка по  $\Omega r/c$ , т. е. порядка, в рамках которого построена вся теория квантовой гироскопии.

Следует отметить, что появление чувствительности к вращениям вокруг осей, лежащих в плоскости резонатора, может существенно исказить эквивалентную характеристику направленности оптического когерентного гироскопа вблизи положений измеряемого вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$ , удовлетворяющих соотноше-

нию  $(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) \approx 0$ , где  $\vec{n}$  — ось чувствительности гироскопа.

Это, в свою очередь, неизбежно приведет к росту ошибок пеленгации в сканирующих оптических гироскопах и в системах, использующих относительные методы измерений, а также в трехстепенных конструкциях квантовых гироскопов. Поэтому разработка эффективных способов борьбы с влиянием отмеченных вращений и внешних магнитных полей представляет актуальную проблему лазерной гироскопии. Вместе с тем эквивалентность аксиальных векторов угловой скорости  $\vec{\Omega}$  и постоянно магнитного поля  $\vec{H}$  должна позволить предложить и общие пути борьбы с их дестабилизирующим воздействием. При этом, естественно, остаются в силе и известные локальные методы исключения влияния, например, только внешних магнитных полей.

#### **7.5. Методы снижения влияния внешних магнитных полей и перекрестных искажений в КОКГ с гиротропными невзаимными элементами**

Проблема уменьшения влияния внешних магнитных полей на точностные характеристики квантовых оптических гироскопов является одной из весьма актуальных в подавляющем большинстве практических конструкций, где используются невзаимные фазосдвигающие устройства, основанные на эффекте двойного кругового лучепреломления. Даже при небольших значениях постоянных Верде диамагнитных материалов, используемых в невзаимных элементах, чувствительность к внешним магнитным полям оценивается величиной от 170 до 34 Гц/Э в зависимости от направления поля, периметра резонатора лазерного гироскопа и длины невзаимного элемента [178]. Обусловленное внешним магнитным полем смещение разностной частоты может при этом превосходить сдвиг

частоты встречных волн, возникающий из-за вращения. Это обстоятельство усугубляется по мере уменьшения периметра резонатора, т. е. в малогабаритных конструкциях. Легко показать, например, что в КОКГ с периметром 50 см внешнее магнитное поле Земли ( $H \approx 0,5$  Э) создает большую величину разностной частоты на выходе гироскопа, чем суточное вращение планеты.

Поскольку чувствительность невзаимного элемента к внешним магнитным полям при прочих равных условиях определяется длиной его, то, уменьшая протяженность магнитооптической среды, можно добиться снижения влияния внешних магнитных полей на точностные характеристики оптического когерентного гироскопа. Предельное сокращение длины невзаимного элемента можно достичь при использовании пленочных ферромагнитных материалов [179]. Такой невзаимный элемент может быть выполнен в виде двух четвертьволновых пластинок, на одну из склеиваемых поверхностей которых напылена тонкая пленка ферромагнитного материала, например никеля или железа, обладающего большой постоянной Верде (для никеля вращение составляет около  $20^\circ$  на 1 мкм в подмагничивающих полях  $10^4$  Э). Для уменьшения поглощения в пленке может быть рекомендовано размещение ее в одном из узлов стоячей волны электромагнитного поля КОКГ, которые образуются у отражающих элементов (зеркал или призм) резонатора.

Естественным способом уменьшения влияния внешних магнитных полей является экранирование невзаимного элемента. Необходимая степень экранировки от внешних магнитных полей может быть оценена по заданной стабильности (точности установки номинала) разностной частоты на выходе КОКГ.

Дифференцируя выражение (7.66) по  $H$  и переходя к конечным приращениям, можно записать  $\Delta F/F = \Delta H/H$ .

Легко показать, что для достижения относительной стабильности  $10^{-4} \dots 10^{-5}$  допустимая величина внешнего магнитного поля над невзаимным элементом должна составить  $\Delta H = (10^{-4} \dots 10^{-5}) H$ . Если экранировка ослабляет внешнее магнитное поле в  $\alpha$  раз, то его допустимая величина может быть найдена как  $H_{\text{вн}} = \alpha (10^{-4} \dots 10^{-5}) H$ .

Принимая, например, для треугольного КОКГ со стороной  $a = 10$  см величину масштабного коэффициента  $k = 10^5$ , подмагничивающее поле над невзаимным элементом  $H = 10$  Э, номинал разностной частоты  $F = 10^4$  Гц, можно найти, что для обеспечения дрейфа нуля менее  $0,1^\circ \text{ ч}^{-1}$  внешние магнитные поля должны быть сведены к величине около  $5 \cdot 10^{-5}$  Э. При этом следует отметить, что если в технических характеристиках когерентного оптического гироскопа задан дрейф нуля, что эквивалентно выбору определенной абсолютной точности установки номинала разностной частоты, то это накладывает соответствующие требования на абсолютную величину внешних магнитных полей, независимо от величины поля  $H$ , создающего начальный разнос частот.

Если же техническими характеристиками предусмотрено достижение определенной стабильности разностной частоты, то ее относительная величина определяется не только внешним полем, но и полем подмагничивания  $H$  невзаимного элемента.

Таким образом, для достижения приемлемых дрейфовых характеристик и высокой стабильности частоты внешние магнитные поля должны быть сведены к значениям менее  $10^{-5}$  Э. В этом случае экранировка даже от внешнего магнитного поля Земли представляет достаточно сложную задачу.

Следует отметить, что помимо экранировки существует другой весьма эффективный способ уменьшения влияния внешних магнитных полей. Сущность этого способа состоит в разбегании невзаимного эле-

мента на несколько составных частей и реверсировании управляющего магнитного поля  $H$  над соседними участками. Реверсирование магнитного поля необходимо предполагает и изменение направления циркулярной поляризации и соответствующих участках не- взаимного элемента.

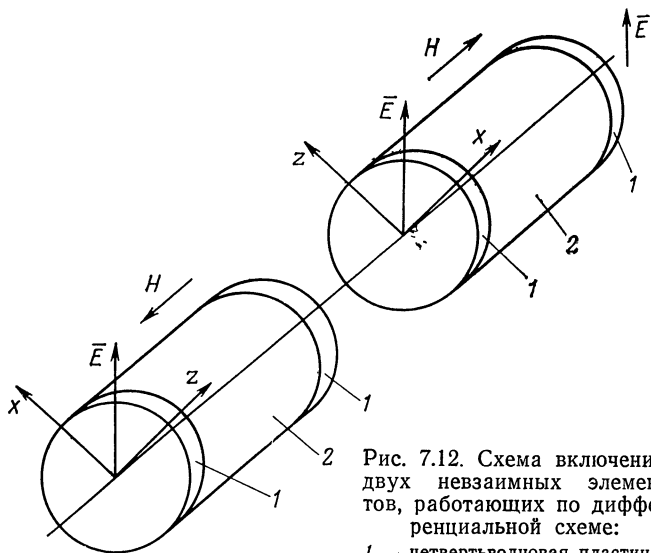


Рис. 7.12. Схема включения двух невзаимных элементов, работающих по дифференциальной схеме:

1 — четвертьволновая пластинка;  
2 — магнитооптическая среда.

Таким образом реализуются дифференциальные схемы невзаимных элементов [180], одна из которых показана на рис. 7.12. Здесь представлены два невзаимных элемента, использующих эффект Фарадея. Каждый выполнен в виде магнитооптической среды с трансформаторами поляризации ( $\lambda/4$ -пластинками) на торцах. Кристаллографические оси входных трансформаторов поляризации каждого невзаимного эле-

мента развернуты на  $90^\circ$ , а подмагничивающие поля над соседними ячейками включены встречно.

При такой схеме создания невязимного фазового сдвига для каждой из встречно бегущих волн направление вращения циркулярной поляризации в соседних ячейках оказывается противоположным, а накопление дифференциального фазового сдвига имеет место только для встречных магнитных полей, как это показано на рис. 7.12. В отличие от управляющих подмагничивающих полей внешние однородные магнитные поля, направленные согласно над соседними ячейками, не оказывают влияния на величину невязимного фазового сдвига.

Применение дифференциальных способов создания невязимного фазового сдвига позволяет не только значительно уменьшить влияние внешних магнитных полей, но и снизить чувствительность оптического когерентного гироскопа к перекрестным искажениям, обусловленным вращением вокруг оси, лежащей в плоскости резонатора. Действительно, разбиение невязимного элемента на ряд участков с противоположным направлением циркулярной поляризации приводит к исключению влияния угловых скоростей, дающих проекцию на ось невязимного элемента. При этом согласно выражению (7.52) увеличение показателя преломления, обусловленное вращением на одних участках невязимного элемента, компенсируются его уменьшением на других.

В силу идентичности составляющих антисимметричной части тензора диэлектрической проницаемости  $\hat{\epsilon}_{\Omega, H}$ , обусловленных магнитным полем и вращением, можно сделать вывод, что любые дифференциальные способы исключения влияния внешних однородных магнитных полей необходимо исключают и перекрестные искажения, вызванные вращением вокруг осей, лежащих в плоскости резонатора. Поэтому примене-

ние дифференциальных невзаимных элементов в практических конструкциях лазерных гироскопов является несомненно оправданным.

Дифференциальные способы создания невзаимного фазового сдвига, существенно уменьшая влияние внешних магнитных полей, тем не менее не в состоянии исключить полностью их воздействие. К числу причин остаточной чувствительности дифференциальных невзаимных элементов к однородным внешним магнитным полям, следует отнести:

- неточность изготовления и юстировки невзаимного элемента, что приводит к неодинаковости реальных или эффективных длин соседних ячеек,

- неодинаковая степень эллиптичности световых волн в каждом из названных элементов,

- различие их магнитооптических констант и др.

Рассмотрим влияние некоторых причин на степень компенсации внешних магнитных полей.

**Влияние разнотолщинности невзаимных элементов и их магнитооптических констант.** Результирующая величина невзаимного фазового сдвига, создаваемого дифференциальным способом, составит

$$\varphi = 2(R_1 H_1 l_1 + R_2 H_2 l_2), \quad (7.70)$$

где  $R_{1,2}$ ,  $H_{1,2}$ ,  $l_{1,2}$  — постоянная Верде, подмагничивающее поле и длины первого и второго невзаимных элементов (НЭ).

Величина невзаимного фазового сдвига, создаваемого внешним магнитным полем, определяется как

$$\Delta\varphi = 2(R_1 l_1 - R_2 l_2) H_{\text{вн}}. \quad (7.71)$$

Принимая в (7.71)  $R_1 = R_2 = R$ , находим  $\Delta\varphi = 2RH_{\text{вн}}(l_1 - l_2)$ . Относительное уменьшение влияния внешнего магнитного поля можно найти в виде  $\Delta\varphi/\varphi \approx H_{\text{вн}}\Delta l / (H_1 l_1 + H_2 l_2)$ , где  $\Delta l = l_1 - l_2$ .

Степень уменьшения влияния внешнего магнитного поля определяется величиной  $\Delta l / (l_1 + l_2)$ . Приняв, на-



пример,  $l_1 + l_2 = 1$  см,  $\Delta l = 0,1$  мкм, найдем, что влияние внешнего магнитного поля может быть уменьшено на пять порядков.

Если невзаимные элементы имеют некоторые отличия по толщине, то их согласование может быть выполнено незначительным наклоном, в результате чего эффективная длина траектории световой волны может варьироваться. Однако этим приемом следует пользоваться с осторожностью, так как несовпадение (непараллельность) осей невзаимных элементов приведет к появлению дополнительной чувствительности их к внешним полям, имеющим проекцию на биссектрису угла, образованного осями невзаимных элементов. Действительно, в этом случае выражение (7.71) для произвольной ориентации внешнего магнитного поля  $H_{\text{вн}}$  можно представить как

$$\Delta\varphi = 4RH_{\text{вн}}l_3 \sin\left(\alpha + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right) \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}, \quad (7.72)$$

где  $l_3 = l_1/\cos \alpha_1 = l_2/\cos \alpha_2$  — эквивалентная длина пути световой волны в НЭ;  $\alpha_1, \alpha_2$  — углы, образованные соответственно осями первого и второго НЭ с волновым вектором световой волны в магнитооптическом теле;  $\alpha$  — направление внешнего магнитного поля относительно волнового вектора световой волны.

Таким образом, полная компенсация внешнего магнитного поля возможна только вблизи углов  $\alpha$ , удовлетворяющих соотношению:  $\alpha + (\alpha_2 - \alpha_1)/2 = n\pi$ ,  $n = 0, 1, \dots$ . Во всех остальных направлениях полной компенсации внешнего магнитного поля не происходит.

Выражение (7.72) удобнее записать для практического использования через углы падения световой волны  $\theta_1$  и  $\theta_2$  на входные грани НЭ. При этом получим

$$\Delta\varphi = 4RH_{\text{вн}}l_3 \sin \left[ \alpha - \frac{1}{2} \arcsin (\sin \theta_1 / n) - \right.$$

$$- \frac{1}{2} \arcsin (\sin \theta_2/n) \Big] \sin \Big[ \frac{1}{2} \arcsin (\sin \theta_1/n) - \\ - \frac{1}{2} \arcsin (\sin \theta_2/n) \Big],$$

где

$$l_3 = l_1 / \cos [\arcsin (\sin \theta_1/n)] = l_2 / \cos [\arcsin (\sin \theta_2/n)].$$

Кроме отмеченных причин, чувствительность к внешним магнитным полям может быть вызвана различием поляризаций световой волны в соседних элементах. Если поле световой волны в соседних НЭ имеет неодинаковую эллиптичность, обусловленную, например, различием трансформаторов поляризации, то и приобретаемый ими невзаимный фазовый сдвиг в каждом из элементов будет различным, что также приведет к неполной компенсации внешних магнитных полей.

Влияние неоднородных магнитных полей. До сих пор рассматривалась чувствительность дифференциального НЭ к внешним полям, которые полагались однородными. Однако в практических конструкциях лазерных гироскопов вблизи расположения НЭ могут иметь место и неоднородные внешние поля, характеризующиеся пространственной зависимостью поля от координат. В этом случае даже идеальный НЭ, собранный по дифференциальной схеме, оказывается не в состоянии компенсировать влияние неоднородного внешнего поля. Действительно, для магнитного поля, изменяющегося вдоль траектории светового луча в невзаимном элементе (вдоль оси  $z$ ), можно записать

$$\Delta\varphi = 2R \int_z^{z+l_1} H(z') dz' - 2R \int_{z+l_1+d}^{z+l_1+d+l_2} H(z') dz', \quad (7.73)$$

где  $l_{1,2}$  — длина первого и второго НЭ;  $d$  — расстояние между НЭ.

Рассмотрим, например, магнитное поле  $H(z)$ , ха-

рактизирующееся линейной зависимостью от координаты  $z$ :  $H(z) = H_0 + \beta z$ . Подстановка этого соотношения в выражение (7.73) дает

$$\Delta\varphi = R\beta [(2z + l_1) l_1 - (l_2 + 2z + 2l_1 + 2d) l_2].$$

Принимая  $l_1 = l_2 = l$ , получаем  $\Delta\varphi = 2R\beta l(l + d)$ . Характерно, что помимо длины НЭ  $l$  на степень компенсации неоднородного магнитного поля влияет расстояние  $d$  между НЭ. Отсюда следует признать не лучшими варианты конструкций оптических когерентных

гироскопов, в которых составные НЭ размещаются в противоположных плечах четырехугольного резонатора..

С этой точки зрения следует отдать предпочтение дифференциальным схемам НЭ, у которых  $d \rightarrow 0$  [180]. Одна из возможных конструкций такого НЭ приведена на рис. 7.13. Он состоит

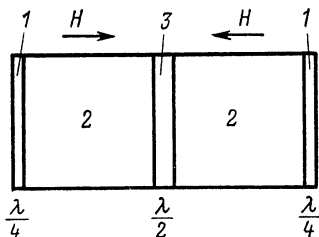


Рис. 7.13. Составной невзаимный элемент.

из двух магнитооптических секций 2, разделенных полуволновой пластиной 3, кристаллографические оси которой ориентированы произвольно. Ориентация кристаллографических осей трансформаторов поляризации 1 совпадает. Полуволновая пластина играет роль внутреннего трансформатора поляризации, превращающая левоциркулярную поляризацию в одной из секций НЭ в правоциркулярную в другой.

Достоинством такой схемы составного НЭ является исключение двух границ раздела по сравнению с НЭ, схема которого приведена на рис. 7.12. В связи с этим могут быть снижены потери, вносимые НЭ в резонатор оптического когерентного гироскопа. Кроме того, изготовление и сборка такого НЭ не будет

вызывать дополнительных трудностей, так как введение полуволновой пластины не скажется на юстировке входного и выходного трансформаторов поляризации.

### 7.6. Характер потерь, вносимых НЭ в резонатор оптического когерентного гироскопа

Введение в резонатор КОКГ невзаимного элемента (НЭ) любой конструкции сопровождается, как правило, появлением дополнительных потерь, которые приводят к изменению добротности резонатора и, как следствие, вызывают изменение ряда характеристик гироскопа [24, 69]. При этом наибольшее влияние на точностные характеристики оптического когерентного гироскопа оказывают невзаимные потери, которые обуславливают дополнительный сдвиг частоты встречных волн.

Невзаимные потери неизбежно сопутствуют преднамеренно создаваемой фазовой невзаимности в средах, обладающих конечными потерями. Кроме невзаимных потерь НЭ вносит дополнительные равнозначные потери в каждую встречную волну. Эти потери вызваны многими причинами, к числу которых можно отнести:

- потери на отражение от входных граней НЭ и поверхностей раздела различных элементов конструкции,

- потери на поглощение в магнитооптической среде;

- поляризационные потери, из-за неточности изготовления, сборки и юстировки трансформаторов поляризации,

- потери, вызываемые остаточной анизотропией,

- потери, обусловленные гиротропией магнитооптической среды, помещенной в управляющее магнитное поле и др.

Из перечисленных потерь наименьшее влияние оказывают потери, связанные с отражением от входных

граней и поглощением в стекле. Действительно, при установке входных граней невзаимного элемента под углом Брюстера или под углами, близкими к нулевым, при которых отражения от входной и выходной граней компенсируются [181, 182], потери на отражения оказываются пренебрежимо малы.

Так, при ориентации оптической оси кварцевых трансформаторов поляризации, принятой в конструкциях НЭ, падение света под усредненным углом Брюстера  $\theta = \operatorname{arctg} (n_o + n_e)/2$  приводит к значению энергетического коэффициента отражения  $0,25 \cdot 10^{-5}$ . Что же касается потерь на поглощение, то использование сверхчистых марок стекол с коэффициентом ослабления  $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}$ , позволяет практически не учитывать их в НЭ толщиной до 1 см.

Если НЭ используется в резонаторе КОКГ, собственные волны которого линейно поляризованы, то наиболее существенными являются поляризационные потери. Их анализ может быть выполнен с помощью теории связанных волн.

Рассмотрим НЭ, образованный парой трансформаторов поляризации 1, 3 между которыми размещена магнитооптическая среда 2 (рис. 7.11). Для учета неточностей изготовления, сборки и юстировки НЭ примем, что трансформаторы поляризации 1 и 3 имеют неодинаковые толщины ( $z_1 \neq z_2$ ), а их кристаллографические оси разориентированы. Введем системы координат  $xOy$ ,  $x_1Oy_1$  и  $x_3Oy_3$ , связанные соответственно с вектором поляризации падающей волны, кристаллографическими осями первой  $\lambda/4$ -пластины и кристаллографическими осями второй  $\lambda/4$ -пластины, как это показано на рис. 7.14.

Рассмотрим вначале потери, обусловленные остаточной анизотропией магнитооптической среды и наложением магнитного поля на трансформаторы поляризации 1 и 3. Так как толщина трансформаторов поляризации весьма мала (87,736 мкм для волны 0,63 мкм), то магнитное поле, создающее невзаимный фазовый сдвиг в магнитооптической среде, не может быть локализовано только над средой и трансформаторы поляризации попадают в магнитное поле. В связи с этим собственные волны анизотропной среды, например, кристаллического кварца, из линейно поляризованных превращаются в эллиптически поляризованные,

что может явиться источником потерь, зависящих от гиротропии  $g$ , наведенной внешним магнитным полем.

Для оценки искажений световой волны, прошедшей через не-  
взаимный фазосдвигающий элемент (НФУ), воспользуемся урав-

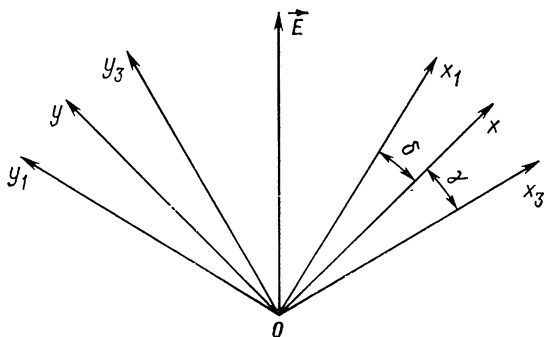


Рис. 7.14. К оценке потерь, вносимых невзаимным элементом.

нениями, которые описывают световую волну на выходе анизотропной слабогиротропной среды [33, 184, 254]. Запишем решение для произвольной световой волны в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(z) = \mathcal{E}_1(z) + \mathcal{E}_2(z) = e^{-i\beta z} \{ [\mathcal{E}_1(0) e^{-i\rho z} + \\ + \mathcal{E}_2(0) e^{-i\rho z}] \cos \alpha z + i \frac{\rho}{\alpha} [\mathcal{E}_2(0) e^{-i\rho z} - \mathcal{E}_1(0) e^{i\rho z}] \sin \alpha z - \\ - i \frac{B}{\alpha} [\mathcal{E}_1^*(0) e^{i(\rho z + \Phi)} + \mathcal{E}_2^*(0) e^{-i(\rho z + \Phi)}] \sin \alpha z \}, \quad (7.74) \end{aligned}$$

где  $\alpha = \sqrt{B^2 + \rho^2}$ ;  $B$  — полуразность фазовых постоянных вдоль собственных направлений анизотропной среды;  $\rho$  — удельное вращение, обусловленное магнитным полем  $H$ ;  $\mathcal{E}_1(0)$  и  $\mathcal{E}_2(0)$  — правоциркулярная и левоциркулярная волны на входе НФУ;  $\Phi/2$  — угловая ориентация осей анизотропной среды относительно исходной системы координат, в которой заданы световые волны  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ .

Рассмотрим последовательно прохождение световой волны через входной трансформатор поляризации, гиротропную среду и выходной трансформатор поляризации. В КОКГ с линейной поляризацией  $\Phi/2 = (2n+1)\pi/4$ . В отсутствие постоянного магнит-

ного поля  $H$ , когда волна за первым трансформатором поляризации (рис. 7.11) становится циркулярной ( $\alpha_1 z_1 = B_1 z_1 = (2m+1)\pi/4$ )

$$\mathcal{E}(z_1) = e^{-i\beta_1 z_1} \sqrt{2} \mathcal{E}^*(0).$$

При наложении магнитного поля характер поляризации изменяется и волна на выходе первого трансформатора поляризации приобретает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(z_1) = \mathcal{E}_1(z_1) + \mathcal{E}_2^*(z_1) = e^{-i\beta_1 z_1} \left[ \mathcal{E}(0) \left( e^{i\rho_1 z_1} \cos \alpha_1 z_1 - \right. \right. \\ \left. - i \frac{\rho_1}{\alpha_1} e^{i\rho_1 z_1} \sin \alpha_1 z_1 - i \frac{B_1}{\alpha_1} e^{-i(\rho_1 z_1 + \Phi)} \sin \alpha_1 z_1 \right) + \\ \left. + \mathcal{E}^*(0) \left( e^{-i\rho_1 z_1} \cos \alpha_1 z_1 + i \frac{\rho_1}{\alpha_1} e^{-i\rho_1 z_1} \sin \alpha_1 z_1 - \right. \right. \\ \left. \left. - i \frac{B_1}{\alpha_1} e^{i(\rho_1 z_1 + \Phi)} \sin \alpha_1 z_1 \right) \right], \end{aligned} \quad (7.75)$$

где индекс «1» соответствует прохождению световой волны через первый трансформатор поляризации.

В выражении (7.75) сомножитель при  $\mathcal{E}(0)$  характеризует возникновение в невзаимном элементе ортогональной по отношению к  $\mathcal{E}^*(0)$  циркулярно поляризованной волны, которая на выходе второго трансформатора поляризации даст ортогональную к исходной (на выходе НФУ) компоненту линейно поляризованной волны и будет подавлена элементами, формирующими заданную на выходе НФУ линейно поляризованную волну.

Потери вследствие гиротропии трансформаторов поляризации могут быть найдены в виде

$$\Delta \mathcal{E}^* / \mathcal{E}^* \approx 0,5 \rho_1^2 z_1^2, \quad \text{при } \rho_1 z_1 > \rho_1 / B_1,$$

$$\Delta \mathcal{E}^* / \mathcal{E}^* \approx 0,5 \rho_1^2 / B_1^2, \quad \text{при } \rho_1 z_1 < \rho_1 / B_1.$$

Как видно, эти потери не зависят от направления наложенного магнитного поля  $H$  и являются взаимными. Для наиболее часто используемых кварцевых трансформаторов поляризации потери, обусловленные наведенной магнитным полем гиротропией, составляют малую величину (порядка  $10^{-8}$  в магнитных полях до  $10^4$  Э).

Аналогичным образом можно оценить поляризационные потери из-за остаточной анизотропии магнитооптической среды  $B_2$ . Полагая волну на выходе первого трансформатора поляризации

циркулярной, можно найти результирующее поле на выходе магнитооптической среды в виде

$$\mathcal{E}(z) = e^{-i\beta_2 z_2} [\mathcal{E}^*(0) (e^{-i\rho_2 z_2} \cos \alpha_2 z_2 + i\rho_2 z_2 e^{-i\rho_2 z_2}) - \\ - i\mathcal{E}(0) B_2 z_2 e^{i(\rho_2 z_2 + \Phi_2)}],$$

где индексы «2» относятся к магнитооптической среде, размещенной между трансформаторами поляризации. В этом случае потери, обусловленные остаточной, анизотропией составят  $\Delta \mathcal{E} / \mathcal{E} \approx \approx 0,5 B_2 z_2$ . Они не зависят от подмагничивающего поля  $H$  и являются взаимными.

Принимая для оптического стекла  $n_o - n_e = 10^{-7} \dots 10^{-8}$  [183] можно найти, что обусловленные остаточной анизотропией потери составят  $10^{-4} \dots 10^{-5}$ . При этом следует отметить, что появление внутренних напряжений в теле НЭ, вызванных, например, неоднородным его нагревом, может привести к температурно зависимым потерям.

Применение метода связанных волн может оказаться плодотворным и при анализе влияния конструктивно-технологических погрешностей НЭ.

Используя ранее введенные системы координат на рис. 7.14 рассмотрим прохождение световой волны через элементы конструкции невзаимного элемента. Тогда получим для световой волны на его выходе

$$\mathcal{E}(z_1 + z_2 + z_3) = e^{-i(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3)} \{ [\mathcal{E}(0) e^{i\rho_2 z_2} + \\ + \mathcal{E}^*(0) e^{-i\rho_2 z_2}] \cos B_1 z_1 \cos B_3 z_3 + [\mathcal{E}(0) e^{-i(2\delta + \rho_2 z_2)} + \\ + \mathcal{E}_1^*(0) e^{i(2\delta + \rho_2 z_2)}] \sin B_1 z_1 \cos B_3 z_3 + [\mathcal{E}(0) e^{-i(\rho_2 z_2 - 2\gamma)} - \\ - \mathcal{E}(0) e^{i(\rho_2 z_2 - 2\gamma)}] \cos B_1 z_1 \sin B_3 z_3 + [\mathcal{E}(0) e^{-i(2\delta + \rho_2 z_2 - 2\gamma)} - \\ - \mathcal{E}^*(0) e^{i(2\delta + \rho_2 z_2 - 2\gamma)}] \sin B_1 z_1 \sin B_3 z_3 \}. \quad (7.76)$$

где индексы 1, 2 и 3 отнесены к элементам конструкции НЭ в соответствии с рис. 7.14.

В общем случае анализ выражения (7.76) затруднителен, однако некоторые частные случаи могут быть проанализированы. Так, для идеального невзаимного элемента при выполнении условий  $\delta = \gamma = 0$ ,  $B_1 z_1 = B_3 z_3 = (2n+1)\pi/4$ , получим

$$\mathcal{E}(z_1 + z_2 + z_3) = e^{-i(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \beta_3 z_3)} [\mathcal{E}(0) + \mathcal{E}^*(0)] e^{-i\rho_2 z_2}.$$

Исходная линейно поляризованная волна, заданная на входе суммой  $\mathcal{E}(0) + \mathcal{E}^*(0)$ , проходит через такой элемент без искажений, приобретая невзаимный фазовый сдвиг  $\rho_2 z_2$ . При такой юстировке кристаллографических осей трансформаторов поляризации



( $\delta = \gamma = 0$ ) поляризационные потери могут быть вызваны разнотолщинностью четвертьволновых пластинок. В этом случае потери составят

$$\Delta \mathcal{E} / \mathcal{E} = 0,5 (B_1 \Delta z)^2,$$

где  $\Delta z$  — разность толщин  $\lambda/4$ -пластинок.

Это обстоятельство имеет определенный физический смысл. Действительно, если в идеальном НЭ входной и выходной трансформаторы поляризации ( $\lambda/4$ -пластинки) ориентированы без ошибок, т. е. их кристаллографические оси развернуты на  $90^\circ$  в плоскости, перпендикулярной оси НЭ, и имеют одинаковую толщину, то световая волна не испытывает трансформации поляризации. При наличии разности толщин компенсация анизотропии происходит только в пределах одинаковой толщины, а разность эквивалентна введению на пути световой волны соответствующей анизотропной пластинки.

Для достижения потерь, обусловленных разнотолщинностью  $\lambda/4$ -пластинок порядка  $10^{-3} \dots 10^{-4}$ , трансформаторы поляризации должны быть изготовлены с точностью не хуже  $1,4 \dots 4,5$  мкм. Так как изготовление трансформаторов поляризации с высокой степенью идентичности их характеристик представляет известные затруднения, то определенный практический интерес могут представить принципы построения взаимных элементов с одной  $\lambda/4$ -пластинкой, которую встречные волны проходят дважды. В связи с этим неидентичность характеристик одной и той же пластины может быть обусловлена только ее неоднородностью.

Пример конструкции НЭ, использующего этот принцип, представлен на рис. 7.15. Здесь НЭ образован совокупностью трансформатора поляризации 1, магнитооптической среды 2 и отражающего покрытия 3, изотропного к поляризации падающего излучения. Как видно из схемы движения встречных волн, каждая из них проходит одну и ту же пластину 1 дважды и результирующий набег фазы из-за анизотропии трансформатора поляризации оказывается близок к нулю.

Для уменьшения вносимых потерь углы падения встречных волн соответствуют углу Брюстера. В связи с этим угол между входящими и выходящими из НЭ лучами оказывается весьма большим ( $\sim 120^\circ$ ), что затрудняет использование такой конструкции в четырехугольных и треугольных резонаторах. От этих недостатков свободен НЭ, представленный на

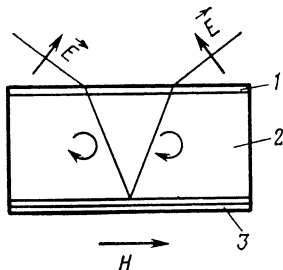


Рис. 7.15. Возможная конструкция невзаимного элемента с одним трансформатором поляризации.

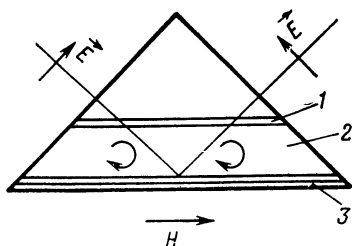


Рис. 7.16. Невзаимный элемент с одним трансформатором поляризации и компенсацией отражений от границ раздела.

рис. 7.16. Встречные волны падают на входные грани такого НЭ под углами, близкими к нулевым. Для уменьшения потерь на отражение добиваются противофазности колебаний, отраженных от входной и выходной граней НЭ. Остаточные ошибки таких НЭ также могут быть вычислены.

Таким образом, на основании теории связанных волн может быть проанализирован широкий круг вопросов, связанных с изготовлением, сборкой и настройкой отдельных частей НЭ и оценкой его характеристик.

В заключение этого параграфа произведем оценку невзаимных потерь. Рассмотрим, с какими компонентами тензора диэлектрической проницаемости  $\hat{\epsilon}$  связаны невзаимные потери. Для этого, следуя [152],

рассмотрим произвольное электромагнитное поле с составляющими:

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x + iE''_x, & H_x &= H'_x + iH''_x, \\ E_y &= E'_y + iE''_y, & H_y &= H'_y + iH''_y, \\ E_z &= E'_z + iE''_z, & H_z &= H'_z + iH''_z. \end{aligned} \quad (7.77)$$

Задние поля в виде (7.77) предполагает выделение в тензоре  $\hat{\epsilon}$  вещественной и мнимой частей, последняя из которых ответственна за потери. Используя выражение (7.77), запишем компоненты тензора в виде  $\epsilon_1 = \epsilon'_1 - i\epsilon''_1$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon'_2 - i\epsilon''_2 = \epsilon'_a - i\epsilon''_a$ ,  $\epsilon_3 = \epsilon'_3 - i\epsilon''_3$ , где через  $\epsilon_a$  выделена антисимметричная часть тензора  $\hat{\epsilon}$ . Среднее по времени значение мощности потерь найдем из соотношения

$$\bar{P} = -\frac{\omega}{4\pi} \operatorname{Im}(\vec{H}^* \hat{\mu} \vec{H} - \vec{E} \hat{\epsilon}^* \vec{E}^*),$$

подставляя в которое выражение (7.77), определяем

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{\omega}{4\pi} [\epsilon''_1 (|E_x|^2 + |E_y|^2) + \epsilon''_3 |E_z|^2 + \\ &+ 2\epsilon''_a (E'_y E''_x - E''_y E'_x)]. \end{aligned}$$

Из этого выражения видно, что потери определяются антиэрмитовыми частями тензора  $\hat{\epsilon}$ . При этом положительные потери вносят положительные значения  $\epsilon''_1$  и  $\epsilon''_3$ . Иначе обстоит дело с  $\epsilon''_a$ . Перед ним стоит множитель  $E'_y E''_x - E''_y E'_x$ , который может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Для круговой поляризации знак множителя зависит от направления вращения вектора  $E$ . Так, для поля с правым вращением потери, обусловленные  $\epsilon''_a$ , могут быть положительными, тогда для поля с левым вращением они неизбежно будут отрицательными, т. е. они будут уменьшать потери, вносимые другими частями тензора  $\hat{\epsilon}$  ( $\epsilon''_1$  и  $\epsilon''_3$ ).

Не приводя вычислений величины невязимных потерь, которые можно найти в работе [184], выпишем конечные значения разности коэффициентов экстинкции гиротропной среды для встречно бегущих волн:

$$\chi_2 - \chi_1 \approx 8\chi_0\omega_L\omega/\omega_0^2, \quad (7.78)$$

$$\chi_1 - \chi_2 \approx 8\chi_0\omega_L/\omega_0, \quad (7.79)$$

где  $\omega_L = eH/2mc$ .

Выражения (7.78) и (7.79) справедливы слева ( $\omega_0 \gg \omega$ ) и справа ( $\omega_0 \ll \omega$ ) от линии поглощения. По этим выражениям рассчитаны невязимные потери и относительная разность добротностей, вносимых в КОКГ невязимным элементом толщиной 1 см. Результаты расчета сведены в таблицу (табл. 7.2). При этом принято, что потери в резонаторе определяются только невязимным элементом.

Таблица 7. 2

Поглощение в магнитооптической среде невязимного элемента в отсутствие подмагничивающего поля $H$	Подмагничивающее поле, Э	Невязимные потери	Относительная разность добротностей
0,01	10	$2,6 \cdot 10^{-9}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$
0,1	10	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$
0,01	100	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$
0,1	100	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$

Принимая, например, величину поглощения 0,01, легко вычислить на основании данных таблицы возможные пределы изменения относительной разности добротностей  $\Delta Q/Q = 10^{-5} \dots 10^{-8}$ . В подавляющем большинстве случаев невязимные потери возникают как нежелательное явление, сопутствующее, например, выбранному способу создания начального разброса частот. Однако для выравнивания добротностей

резонатора, а также для выделения одной из встречно бегущих волн в резонатор КОКГ могут преднамеренно вводиться устройства, создающие невзаимные потери для встречных волн.

Принцип действия одного из таких устройств [185] поясняется рис. 7.17. На нем изображены две призмы Френеля 1 и 2 и ячейка Фарадея 3. Призмы Френеля

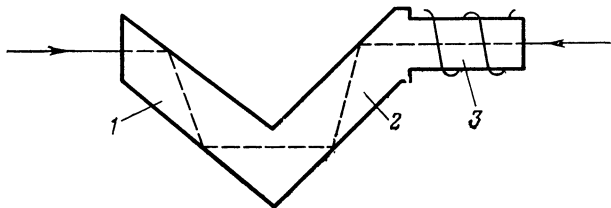


Рис. 7.17. Схема устройства для создания невзаимных потерь

предназначены для вращения плоскости поляризации на фиксированный угол  $\theta_{\text{в}}$ . Это вращение является взаимным. Ячейка Фарадея при наложении на нее магнитного поля поворачивает плоскости поляризации встречно бегущих волн на угол  $\theta_{\text{н}}$  — невзаимно. Таким образом, если для одной из волн углы вращения плоскости поляризации оказываются равными  $\theta_1 = \theta_{\text{в}} + \theta_{\text{н}}$ , то для встречной волны  $\theta_2 = \theta_{\text{в}} - \theta_{\text{н}}$ .

Соответствующей начальной ориентацией всей конструкции относительно плоскости поляризации световой волны (волна в КОКГ при этом должна быть линейно поляризованной) можно добиться, что для одной из волн потери будут минимальными, например для волны, плоскость поляризации которой повернута на меньший угол  $\theta_2$ , а для другой — максимальны. При использовании такого устройства удалось достичь значений невзаимности прозрачности для встречно бегущих волн порядка  $10^{-3}$ .

Для уменьшения вносимых потерь подавляющее большинство элементов, устанавливаемых в резонато-

ре КОКГ (герметизирующие окна газоразрядных трубок, селекторы типов колебаний и др.) ориентируются под углом Брюстера ко встречно бегущим волнам. Таким же образом, как правило, ориентируются и взаимные фазосдвигающие устройства, использующие эффект Фарадея. Сводя к минимуму потери на отражение такая ориентация неизбежно вызывает появление ряда сопутствующих явлений, которые необходимо учитывать при разработке практических конструкций когерентных оптических гироскопов и их отдельных узлов, в частности НЭ. Например, при использовании трансформаторов поляризации ( $\lambda/4$ -пластинок) на торцах НЭ, устанавливаемого под углом Брюстера, приходится решать довольно громоздкую задачу об отражении и преломлении световой волны от одноосного оптически активного кристалла кварца при произвольной ориентации его оптической оси. Рассмотрение подобной задачи показало [186], что решение ее не может быть получено в аналитическом виде, удобном для расчетов. При этом, естественно, оказывается затруднен поиск оптимальных параметров НЭ. Кроме того, при использовании больших углов падения ( $\sim 60^\circ$ ) приходится применять трансформаторы поляризации со специальными срезами кварца, когда оптическая ось составляет отличный от нуля угол с волновым вектором падающей волны. Если к этому добавить значительное смещение траектории световой волны на выходе «толстого» НЭ, обусловленное большими углами падения, то уже перечисленного будет вполне достаточно для того, чтобы рассмотреть возможности уменьшения или исключения некоторых недостатков, связанных с ориентацией НЭ под большими углами падения.

Не рассматривая использования НЭ с просветлением его входных граней, который не получил широкого распространения, отметим, что перечисленные недостатки можно устранить вблизи некоторых строго

фиксированных углов падения световой волны на торцевые поверхности НЭ, при которых отражения от его противоположных граней взаимно компенсируются [181, 182]. Для НЭ условие эффективной компенсации отражений от противоположных граней записывается в виде

$$\frac{2d \sin \theta}{n} \ll d_{\pi}, \quad (7.80)$$

где  $d$  — толщина невзаимного элемента;  $d_{\pi}$  — диаметр светового пучка;  $n$  — коэффициент преломления магнитооптической среды.

Физически оно соответствует условию взаимного перекрытия световых пучков, отраженных от входной

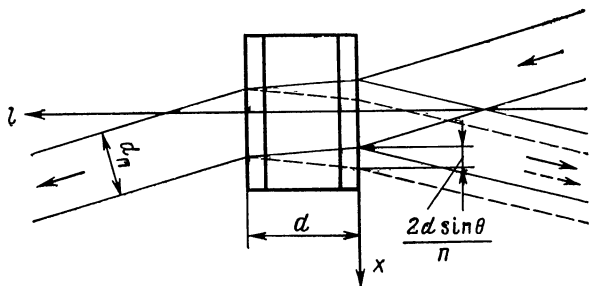


Рис. 7.18. Схема прохождения световой волны через невзаимный элемент.

и выходной граней. НЭ, как это показано на рис. 7.18 для световой волны, бегущей справа налево. При используемых на практике значениях  $d$  (менее 10 мм) и  $d_{\pi}$  (0,2 ... 2 мм) неравенство (7.80) выполняется вблизи нулевых углов падения ( $\theta \ll 1$ ).

Ориентированный таким образом НЭ может рассматриваться как многолучевой интерферометр (резонатор Фабри—Перо). Относительную интенсив-

ность световой волны, прошедшей через НЭ, можно представить в виде [15, 140]

$$\frac{I_{\text{пр}}}{I_0} = \frac{\chi T_1 T_2}{(1 - \chi \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\chi \sqrt{R_1 R_2} \sin \Phi/2}, \quad (7.81)$$

где  $\chi$  — коэффициент прозрачности среды;  $R_1$ ,  $R_2$  и  $T_1$ ,  $T_2$  — коэффициенты отражения и пропускания соответственно на входной (первой) и выходной (второй) границах раздела НЭ.

Фазовая функция  $\Phi$ , входящая в соотношение (7.81), определяется геометрией интерферометра и коэффициентом преломления магнитооптической среды

$$\Phi = 4\pi d(n-1)/\lambda \cos \theta + \Phi_0, \quad (7.82)$$

где  $d$  — длина невзаимного элемента,  $n$  — коэффициент преломления среды,  $\lambda$  — длина волны,  $\Phi_0$  — дополнительный фазовый сдвиг, возникающий при отражении на границе раздела.

Вблизи нулевых углов падения  $\theta < 1$  и при  $\chi \approx 1$  можно получить более простое выражение для эквивалентного коэффициента пропускания

$$T_s \approx \frac{T^2}{T^2 + 4R \sin^2 \delta/2}, \quad (7.83)$$

где  $T = T_1 = T_2 = 4n/(n+1)^2$  — коэффициент пропускания, а  $R = R_1 = R_2 = (n-1)^2/(n+1)^2$  — коэффициент отражения на однослойной границе раздела,  $\delta = (4\pi/\lambda)nd(1-\theta^2/n^2)$ .

Значениям  $T_s = 1$  соответствует серия углов падения  $\theta$ , которая может быть найдена из соотношения

$$\sin^2 \delta/2 = 0. \quad (7.84)$$

Отсюда легко получить  $\theta = 2n^2 - k\lambda n/d$ , где  $k$  — целое число.

При размещении в резонаторе КОКГ невзаимного элемента всегда возникает генерация, если  $\theta = 0$ .



Однако это не связано со значением  $T_0=1$ . Максимум пропускания при  $\theta=0$  не зависит от соотношения фаз световых волн, отраженных от входной и выходной граней НЭ, так как в этом случае вся отраженная энергия возвращается обратно в резонатор независимо от фазы коэффициента отражения. Если при  $\theta=0$  условие (7.84) не выполняется, то угловой разворот, внутри которого допускается генерация, оказывается весьма небольшим (несколько угловых секунд). При этом встречные волны настолько сильно связаны, что при используемых на практике значениях подмагничивающего поля НЭ рабочая точка КОКГ не может быть выведена за зону захвата. Это обстоятельство объясняется высоким значением эквивалентного коэффициента отражения, максимальная величина которого, как видно из соотношения (7.83) составляет

$$R_{0\max}=1-T_{0\min}=4R(T^2+4R)^{-1}.$$

Для границы раздела стекло — воздух ( $n \approx 1,5$ ) максимальная величина эквивалентного коэффициента отражения может достигать до 16%.

В области  $\theta \neq 0$  невзаимный элемент «просветляется» ( $T_0=1$ ) при целочисленных значениях  $k$ , удовлетворяющих условию  $k < 2nd/\lambda$ . Области «прозрачности» НЭ достаточной толщины образуют серию близко прилегающих участков, которые сближаются по мере роста угла  $\theta$ , как это показано на рис. 7.19. Ширина области прозрачности с ростом  $\theta$  также уменьшается. Действительно, на основании соотношения (7.81) можно найти, что ширина области прозрачности по уровню 0,5 составляет

$$2\Delta\theta \approx \lambda nT/4\pi\theta d \sqrt{R}.$$

Для практического использования могут быть рекомендованы первые максимумы прозрачности, как обладающие большой шириной и облегчающие в связи

с этим юстировку НЭ в резонаторе КОКГ. Размещение НЭ в резонаторе КОКГ обостряет зависимость областей генерации от угла падения  $\theta$ , так как большинство генераторов работает с небольшим превышением порога генерации.

Невзаимный элемент, устанавливаемый вблизи нулевых углов падения ( $\theta \ll 1$ ), может быть исполь-

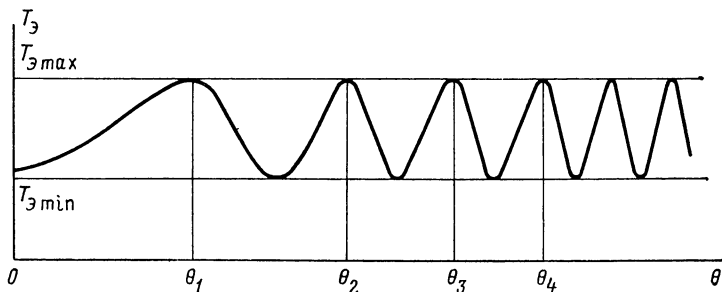


Рис. 7.19. Зависимость эквивалентного коэффициента прозрачности невзаимного элемента от угла падения встречных волн.

зован и как селектор продольных типов колебаний, что представляет собой интерес для КОКГ с большим периметром резонатора.

Селективные свойства НЭ при различных значениях коэффициента отражения  $R$ , рассчитанные по выражению (7.81), иллюстрируются графиками на рис. 7.20, где в качестве независимой переменной выбрана относительная расстройка

$$\Delta\nu/\nu_0 = \frac{1}{\pi k} \arcsin \sqrt{(1-R)^2(1-T_э)/4RT_э}.$$

Из приведенного семейства кривых очевидно, что для улучшения селективных свойств необходимо увеличивать коэффициент отражения  $R$ , что может быть достигнуто нанесением отражающих покрытий на

входные грани НЭ, однако при этом область допустимых значений  $\theta$ , внутри которых  $T_0=1$ , оказывается весьма узкой, что может затруднить юстировку и настройку НЭ в резонаторе КОКГ.

Экспериментальные исследования, выполненные на установке, функциональная схема которой представ-

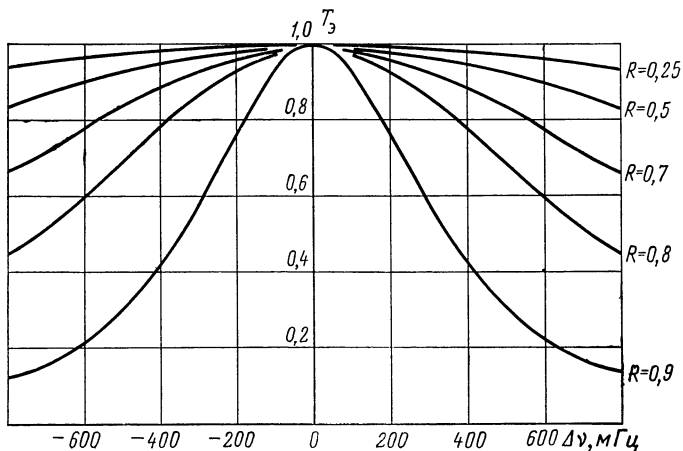


Рис. 7.20. Семейство кривых, характеризующих селективные свойства невзаимного элемента при различных коэффициентах отражения  $R$  на границе раздела.

лена на рис. 7.21, подтвердили возможность работы КОКГ при размещении в резонаторе различных плоскопараллельных оптических прозрачных сред вблизи нулевых углов падения. Исследуемые образцы устанавливались в резонаторе КОКГ и юстировались там до возникновения генерации при малых углах падения  $\theta$ . Углы установки образцов контролировались по автоколлиматору, а относительная интенсивность генерации измерялась компенсационным методом с помощью ФЭУ и поляроида. Одновременно наблюдался

набор продольных видов колебаний. Экспериментальная установка предусматривала и изучение распределения интенсивности по сечению пучка на выходе КОКГ. Для этой цели пучок предварительно расширялся парой линз и исследовался с помощью ФЭУ, размещаемого перед диафрагмой.

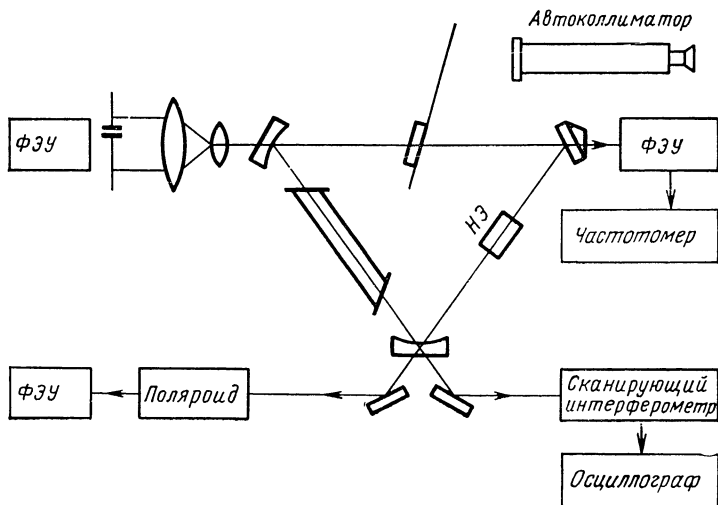


Рис. 7.21. Схема экспериментальных исследований.

Изучение амплитудных характеристик КОКГ в функции угла падения  $\theta$  встречных волн на плоскопараллельный элемент показало, что независимо от толщины и типа материала генерация в кольцевом ОКГ всегда возникала при  $\theta=0$ . Однако, как уже отмечалось выше, это не связано с оптимальными фазовыми соотношениями волн, отраженных от двух границ раздела. Генерация в данном случае обусловлена обратным возвращением в резонатор всей энергии,

отраженной плоскопараллельным элементом от двух границ раздела. Подтверждение этого было получено при размещении в резонаторе КОКГ пластины из стекла К-8, одна из поверхностей которой была просветлена. Для такого образца генерация возникала только при  $\theta=0$  и срывалась при всех других значениях углов.

Характерно, что наличие сильных обратных отражений при установке образцов под углом  $\theta=0$  приводило к настолько сильной связи встречных волн, что при используемых в процессе эксперимента подмагничивающих полях НЭ (применялся гиротропный НЭ) кольцевой ОКГ из зоны захватывания не выводился и режим биений на выходе ФЭУ не регистрировался. В области значений  $0 < \theta \ll 1$  наблюдалось большое число зон генерации (до 30), внутри которых интенсивность излучения мало зависит от азимута поляризации. В результате этого амплитудные характеристики КОКГ в функции угла падения образуют систему концентрических окружностей, представленных на рис. 7.22 в прямоугольной системе координат.

Здесь углы  $\alpha$  и  $\beta$  соответствуют углам падения в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Незначительные превышения усиления над порогом генерации, имеющие место в кольцевом гелий-неоновом ОКГ на длине волны  $\lambda=0,63$  мкм, приводит к резкому обострению экспериментальных амплитудных характеристик (рис. 7.22) по сравнению с теоретическими, приведенными на рис. 7.19.

Для любого азимута поляризации наблюдается падение интенсивности генерации с увеличением угла  $\theta$ , что может быть объяснено влиянием ограничения светового пучка по диаметру. Такое ограничение уменьшает общую долю многолучевой интерференции в зонах более высокого порядка. Поэтому наименьшие потери НЭ вносит в резонатор в области первой зоны, где интенсивность световой волны наибольшая.

Исследование частотных характеристик КОКГ в функции угла  $\theta$  показало, что при  $\theta \neq \theta_0$  область захватывания мало изменяется от ориентации НЭ. Если учесть индикатрису рассеяния плоскопараллельной полированной поверхности, то такой результат не представляется неожиданным.

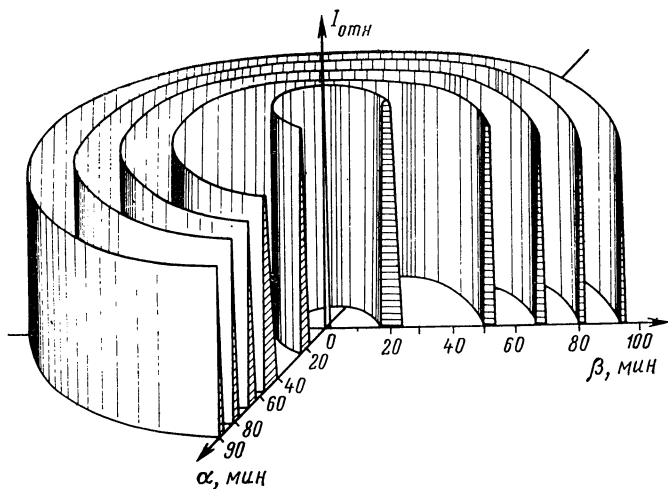


Рис. 7.22. Амплитудные характеристики КОКГ с плоскопараллельной стеклянной пластиной в резонаторе.

Для исследованных образцов материалов, коэффициент преломления которых  $n$  составлял около 1,5, наблюдалась селекция продольных видов колебаний, однако из-за малой величины коэффициента отражения  $R$  на границе раздела эффективность ее была незначительной.

В связи с тем, что при рассматриваемой ориентации НЭ используется отражение от двух его граней (входной и выходной), то может встать вопрос о де-

поляризации световой волны, отраженной от задней грани НЭ, так как, выходя из НЭ, световая волна, возвращаясь обратно, дважды проходит выходной трансформатор поляризации ( $\lambda/4$ -пластину). Однако, учитывая, что НЭ выполнен для создания дифференциального фазового сдвига линейно поляризованных колебаний, нетрудно видеть, что после однократного прохождения световой волны ее поляризация не нарушается, поэтому после 2-, 3- и  $m$ -кратных прохождений характер поляризации не изменится.

Приведенные выше соотношения справедливы для безграничного по сечению светового пучка. Если пучок ограничен, как показано на рис. 7.18, то условия прохождения его через двухслойную границу раздела нарушаются и поле прошедшего через НЭ светового пучка может быть записано в виде [140]

$$e_{\text{нр}}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \exp \left[ i(\alpha - p)\xi + i(px + \mu l') + \right. \\ \left. + i n k d \left( 1 - \frac{p^2}{2k^2 n^2} \right) \right] T \left\{ 1 + R \times \right. \\ \left. \times \exp \left[ i 2 n k d \left( 1 - \frac{p^2}{2k^2 n^2} \right) \right] \right\} dp d\xi, \quad (7.85)$$

где  $p = k \sin \theta$ ;  $\mu = k \cos \theta$ ;  $\alpha = k \sin \theta_0$ ;  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\theta_0$  — угол падения световой волны;  $F(x)$  — переменная, описывающая распределение поля по сечению пучка.

В этом интеграле можно выделить два слагаемых. Первое описывает волну, прошедшую через двухслойную границу раздела без отражения с относительной амплитудой  $T$ , второе — волну, которая складывается с первой после двухкратного отражения от границ раздела — выходной и входной граней НЭ.

В дальнейшем, как и ранее, будем интересоваться только малыми углами падения  $\theta$ , вблизи которых коэффициент отражения  $R$  и пропускания  $T$  мало меняется по величине. При этом существенный вклад в интеграл (7.85) будут давать только близ-

кие к  $\alpha$  значения  $p$ . Поэтому введем новую переменную  $\Omega = p - \alpha$  и представим интеграл (7.85) в форме

$$\begin{aligned}
 e_{np}(x) = e_I + e_{II} = & \frac{T}{2\pi} \exp \left[ i dx + \right. \\
 & + i n k d \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2k^2 n^2} \right) \left. \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) \exp \left[ i \left( x - \xi - \frac{\alpha d}{kn} \right) \Omega + \right. \right. \\
 & \left. \left. + i l' \sqrt{k^2 - (\Omega + \alpha)^2} \right] d\xi d\Omega + \frac{TR}{2\pi} \exp 3 \left[ i \alpha x + \right. \right. \\
 & \left. \left. + i n k d \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2k^2 n^2} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ i \left( x - \xi - \frac{3\alpha d}{kn} \right) \Omega + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. + i l' \sqrt{k^2 - (\Omega + \alpha)^2} \right] d\xi d\Omega. \right. \right. \quad (7.86)
 \end{aligned}$$

Существенно при этом, что второй интеграл сдвинут вдоль оси  $x$  НЭ относительно первого на величину

$$\Delta = \frac{d}{dp} \left( \frac{dp}{kn} \right)^2_{\theta \rightarrow \theta_0} = \frac{2d \sin \theta_0}{n}.$$

В связи с этим в многолучевой интерференции могут принять участие только перекрывающиеся части двух интегралов, относительная величина которых уменьшается с ростом угла падения  $\theta_0$ . Более того, при рассмотрении двух встречно бегущих волн, волновые векторы которых параллельны, оказывается, что центр тяжести светового пучка смещается в противоположных направлениях для встречных волн, т. е. имеет место пространственная невзаимность. Дифференциальная величина смещения может быть представлена как  $\Delta_1 - \Delta_2 = 4d \sin \theta_0 / n$ .

Конкретный характер распределения суммарной световой волны за выходной гранью НЭ определяется видом функции  $F(x)$ , которая описывает распределение поля световой волны по сечению пучка. Наиболее часто  $F(x)$  имеет форму прямоугольного импульса (поле за прямоугольной диафрагмой), колокольного импульса (поле в резонаторе ОКГ) или вид резонансной кривой.

Рассмотрим в качестве примера характер распределения суммарной световой волны на выходе НЭ, когда функция  $F(x)$  имеет вид

$$F(x) = 1 \quad \text{при } -a < x < a,$$

$$F(x) = 0 \quad \text{при } |x| > a.$$



В этом случае выражение (7.86) сводится к интегралам Френеля. Так для волны  $e_{I\Gamma}$  можно записать

$$e_{II} = \frac{TR}{2} (1 - i) \exp i\psi [f(u_2) - f_k(u_1)],$$

где  $\psi = 3dn + x'\theta_0$ ;  $f(u_{1,2}) = C(u_{1,2} - iS(u_{1,2}))$ ;  $C(u_{1,2})$ ,  $S(u_{1,2})$  — интегралы Френеля;  $u_1 = -(c+y)(kn/3\pi d)^{1/2}$ ;  $u_2 = (c-y) \times \times (kn/3\pi d)^{1/2}$ ;  $y = x' - 2d\theta_0/n$ ,  $x' = x - d\theta_0/n$ .

Аналогично определяется выражение для  $e_I(x)$ . Тогда соотношение для поля суммарной волны на выходе НЭ будет

$$e_{\Sigma}(x) = [a_1^2(x) + a_2^2(x) + 2a_1(x)a_2(x) \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]^{1/2} \exp i\varphi(x),$$

где  $a_{1,2}(x)$  — амплитуды волн  $e_I$  и  $e_{II}$ ;

$$\varphi(x) = \arctg \frac{a_1(x) \sin \varphi_1 + a_2(x) \sin \varphi_2}{a_1(x) \cos \varphi_1 + a_2(x) \cos \varphi_2};$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{S(u'_1) - S(u'_2)}{C(u'_2) - C(u'_1)} + kx'\theta_0 - \frac{\pi}{4};$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{S(u_1) - S(u_2)}{C(u_2) - C(u_1)} + kx'\theta_0 - \frac{\pi}{4};$$

$$u'_1 = -(c+x')(kn/3\pi d)^{1/2}; \quad u'_2 = (c-x')(kn/3\pi d)^{1/2}.$$

По приведенным соотношениям на рис. 7.23 построены кривые, характеризующие распределение амплитуд прошедших через НЭ световых волн с максимальными значениями  $T$  и  $TR$ .

Характерные колебания амплитуды световой волны вблизи зоны геометрической тени сопровождаются пространственным смещением вторичной волны с амплитудой  $TR$  вдоль границы раздела — выходной поверхности НЭ. Для встречно бегущей волны это смещение будет происходить, как было описано выше, в противоположную сторону.

Таким образом, процесс прохождения через плоскопараллельный НЭ ограниченного по диаметру светового пучка сопровождается рядом явлений, которые не имеют места для поля неограниченной световой волны. Помимо характерных для дифракционных эффектов вариаций амплитуды и фазы световой волны на границах зоны тени наблюдается уменьшение волн с ростом угла падения  $\theta$ . Это обстоятельство является одной из причин наблюдавшегося в работе [181] уменьшения интенсивности проходящей через плоскопараллельную пластину волны с увеличением угла падения. Другой отличительной особенностью учета ограниченности светового пучка по диаметру является невзаимное для

встречных волн смещение осей световых пучков, что при наличии неоднородностей по сечению НЭ может привести к амплитудной и фазовой невязимности.

В заключение этого параграфа покажем, что установка НЭ вблизи углов  $0 < \theta < 1$  позволяет предложить простой способ

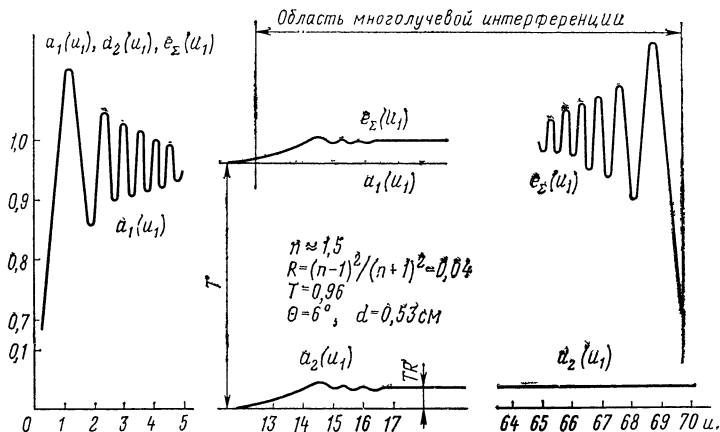


Рис. 7.23. Изменение амплитуды ограниченной по сечению световой волны, прошедшей через плоскопараллельную пластину.

управления характером невязимных потерь. Действительно, на основании соотношений (7.81) и (7.82) можно найти разность коэффициентов пропускания НЭ для встречных волн с учетом гиротропии, наведенной управляющим магнитным полем  $H$

$$\begin{aligned} \left( \frac{I_{\text{np}}}{I_0} \right)_1 - \left( \frac{I_{\text{np}}}{I_0} \right)_2 &= 4\chi^2 T_1 T_2 \sqrt{R_1 R_2} \left( \sin^2 \frac{\Phi_2}{2} - \sin^2 \frac{\Phi_1}{2} \right) \times \\ &\times \left[ (1 - \chi \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\chi \sqrt{R_1 R_2} \sin^2 \frac{\Phi_1}{2} \right]^{-1} \times \\ &\times \left[ (1 - \chi \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\chi \sqrt{R_1 R_2} \sin^2 \frac{\Phi_2}{2} \right]^{-1}, \end{aligned}$$

где  $\Phi_{1,2} = 4\pi d(n \pm \Delta n - 1)/\lambda \cos \theta + \Phi_0$ ;  $\Delta n = g'H/2n$ .

Обозначив через  $\theta_0$  угол падения световой волны на НЭ, при котором он просветляется, и раскладывая в ряд выражения для

$\Phi_1$  и  $\Phi_2$  вблизи  $\theta_0$ , найдем невязимную разность прозрачностей НЭ в форме

$$\left(\frac{I_{\text{пр}}}{I_0}\right)_1 - \left(\frac{I_{\text{пр}}}{I_0}\right)_2 \approx \frac{32\pi^2 d^2 \chi^2 T_1 T_2 \sqrt{R_1 R_2} (n-1) \theta_0}{\lambda^2 (1 - \chi \sqrt{R_1 R_2})^4} \Delta\theta \Delta n,$$

где  $\Delta\theta = \theta_0 - \theta$ .

При выбранном направлении магнитного поля  $H$ , создающего анизотропию для циркулярных волн, знак приращения коэффициента преломления  $\Delta n$  определяет и характер невязимных потерь.

Соответствующим выбором  $\Delta\theta$  и  $\Delta n$  можно управлять величиной и знаком невязимных потерь по правилу

$$(I_{\text{пр}}/I_0)_1 - (I_{\text{пр}}/I_0)_2 > 0 \text{ при } \Delta\theta \cdot \Delta n < 0,$$

$$(I_{\text{пр}}/I_0)_1 - (I_{\text{пр}}/I_0)_2 < 0 \text{ при } \Delta\theta \cdot \Delta n > 0.$$

При  $\Delta\theta = 0$  или  $\Delta n = 0$  невязимость прозрачности исчезает.

Таким образом, ориентация входной грани НЭ вблизи нулевых углов падения позволяет исключить ряд недостатков, присущих НЭ, устанавливаемых под углом Брюстера, и получить дополнительные возможности для управления параметрами встречных волн в резонаторе КОКГ.

Приведенные в этом параграфе соотношения обладают известной общностью и позволяют проанализировать и некоторые характеристики НЭ, устанавливаемых под углом Брюстера.

В качестве примера поясним возможный механизм периодического изменения потерь, вносимых НЭ вблизи угла Брюстера, который наблюдается в промышленных образцах ОКГ. Для этого рассмотрим изображенную на рис. 7.11 распространенную конструкцию НЭ. Входные четвертьволновые пластинки 1 и 3, выполненные из кристаллического кварца, имеют толщину 87,628 мкм и являются трансформаторами поляризации. Для уменьшения потерь на отражение коэффициент преломления магнитооптической среды 2 выбирается равным

$$n_{\text{ср}} \approx (n_0 + n_e)/2, \quad (7.87)$$

где  $n_0$ ,  $n_e$  — коэффициенты преломления анизотропной среды (кристаллического кварца) вдоль собственных направлений.

При выполнении условия (7.87) собственные волны кристаллического кварца будут испытывать отражение на границе раздела 1, 2 (2, 3). В связи с этим коэффициенты пропускания по собственным направлениям оказываются пропорциональными:

$$T_0 \sim 4n_0n_{cp}/(n_0+n_{cp})^2, \quad T_e \sim 4n_en_{cp}/(n_e+n_{cp})^2.$$

Поэтому появляется возможность многолучевой интерференции световых волн, отраженных от границ раздела 1, 2 и 2, 3 (рис. 7.11), которая зависит от вариаций угла падения вблизи значения, соответствующего углу Брюстера. Кроме того, при изменении угла падения  $\theta$  вблизи угла Брюстера происходит резкое изменение фазы световой волны на границе раздела, что может усилить влияние многолучевой интерференции. Для типовых толщин трансформаторов поляризации периодичность изменения коэффициента пропускания составит  $4' \dots 9'$ . Детальный расчет вариаций коэффициента пропускания НЭ требует учета азимута поляризации световой волны и может быть выполнен по соотношениям (7.81) и (7.82).

### 7.7. Методы уменьшения связи встречных волн в КОКГ

В заключение этой главы кратко рассмотрим некоторые возможности улучшения характеристик КОКГ не за счет введения начального разноса частот встречных волн, а путем уменьшения величины их связи.

Как было отмечено в гл. 4, связь встречных волн приводит к расширению зоны захватывания и возрастанию затягивания частоты вблизи этой зоны. Кроме того, конкуренция встречных волн, обусловленная их взаимодействием, может приводить к резкому перераспределению интенсивностей встречных волн, особенно вблизи центра доплеровского контура, а в ряде случаев и к подавлению генерации одной из волн.

При этом может наблюдаться относительно сильное изменение частоты биений, связанное с нестабильностью собственной частоты кольцевого резонатора, обусловленной, например, тепловыми или механическими изменениями периметра резонатора.

Одним из путей снижения эффекта конкуренции встречных волн и связанных с ним отрицательных последствий является подбор изотопного состава газовой активной среды разрядных трубок, о котором кратко упоминалось в гл. 4. Другим путем ослабления взаимодействия встречных волн является возбуждение волн, имеющих различные поляризации. При этом происходит ослабление влияния нелинейных эффектов в активной среде на взаимодействие различно поляризованных встречных волн, в частности уменьшается влияние взаимного насыщения (кросс-насыщения), а также несколько снижается связь между волнами, обусловленная обратным рассеянием, и зависимость частоты биений от изменения периметра кольцевого резонатора.

Не останавливаясь на количественном анализе процессов взаимодействия встречных волн, имеющих различные векторы поляризации, который можно найти в работе [123], рассмотрим качественную картину влияния изменения взаимного поворота векторов поляризации волн на их интенсивность.

На рис. 7.24 приведены графики, определяющие зависимость интенсивности первой и второй волн при изменении частоты генерации и взаимной ориентации векторов поляризации этих волн. По вертикальной оси откладываются относительные значения интенсивности первой ( $I_1/I_0$ ) и второй ( $I_2/I_0$ ) волн, по горизонтальной оси — отклонение частоты генерации от центра доплеровского контура  $\omega_0$ .

Кривая 1 определяет зависимость интенсивностей первой и второй волн для случая, когда встречные волны линейно поляризованы и векторы поляризации

совпадают по направлению. В этом случае, как отмечалось в гл. 4, вблизи центра доплеровского контура наблюдается сильная конкуренция, приводящая к резкому перераспределению интенсивности волн, вследствие чего в кривой интенсивности одной волны появ-

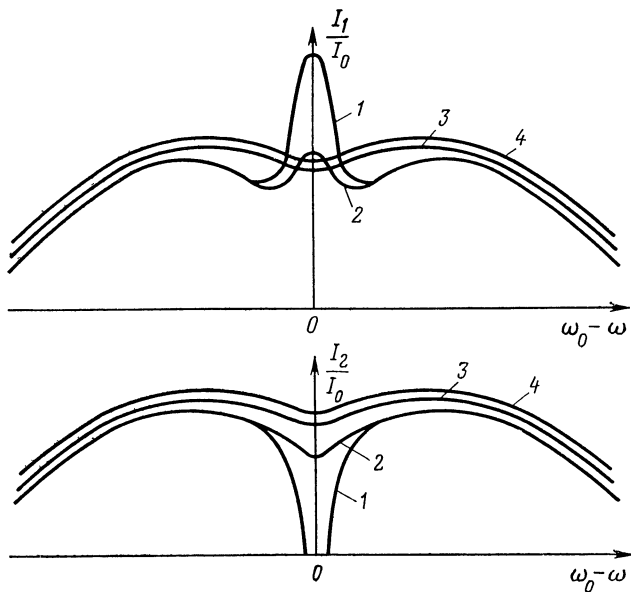


Рис. 7.24. Зависимость интенсивности встречных волн от частоты генерации и взаимной ориентации векторов поляризации.

ляется острый пик, а в кривой интенсивности второй волны — глубокий провал. Поворот векторов поляризации волн относительно друг друга всего на угол  $\alpha = 10^\circ$  приводит к существенному ослаблению конкуренции (кривая 2). В кривых интенсивности для данного случая наблюдается небольшой пик и провал вблизи центра доплеровского контура. Разворот

векторов поляризации встречных волн на угол  $\alpha=45^\circ$  (кривая 3) практически позволяет ослабить конкуренцию между волнами до весьма малой величины даже в центре доплеровского контура. Дальнейшее увеличение угла взаимного разворота векторов поляризации волн существенно не влияет на характер хода кривых интенсивности. Это положение подтверждается ходом кривой 4, соответствующей

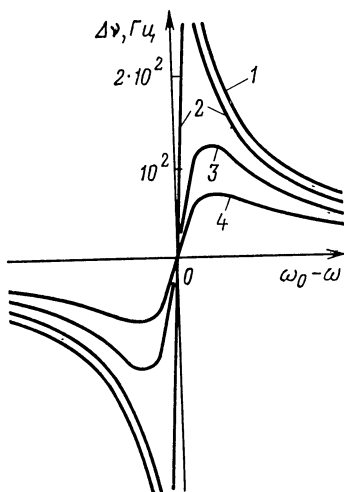


Рис. 7.25. Зависимость частоты биений от расстройки резонатора для различной ориентации векторов поляризации встречных волн.

ортогональному расположению векторов поляризации ( $\alpha=90^\circ$ ).

К интересным явлениям, наблюдаемым при несовпадении поляризации встречных волн КОКГ, следует отнести ослабление влияния изменения периметра кольцевого резонатора на частоту биений встречных волн. Это особенно существенно, так как частота биений, т. е. разностная частота встречных волн, используется в качестве основного информативного параметра в оптических когерентных гироскопах.

На рис. 7.25 показана зависимость частоты биений от расстройки кольцевого резонатора относи-

тельно центральной частоты доплеровского контура. Кривые 1—4 на рис. 7.25 соответствуют тем же значениям углов взаимной ориентации векторов поляризации встречных волн, для которых приведены кривые относительной интенсивности на рис. 7.24. Из рисунка вид-

но резкое снижение влияния расстройки резонатора на частоту биений особенно вблизи центра доплеровского контура с увеличением угла между векторами поляризации встречных волн.

Приведенные на рис. 7.24 и 7.25 кривые позволяют заключить, что для снижения конкуренции встречных волн может быть успешно использован поляризационный метод. Одна из возможных конструкций КОКГ с селекцией встречных волн по поляризации представлена на рис. 7.26 [192]. Здесь в кольцевом резонаторе размещены преобразователи поляризации 3, 4, которые представляют собой кварцевые четвертьволновые пластины с двойным лучепреломлением. Их кристаллографические оси ориентированы ортогонально. Встречные волны, выходящие из активного элемента 5, разворачивают свою плоскость поляризации на  $45^\circ$  и оказываются поляризованы ортогонально. В такой конструкции КОКГ удастся значительно уменьшить зону захватывания встречных волн по частоте.

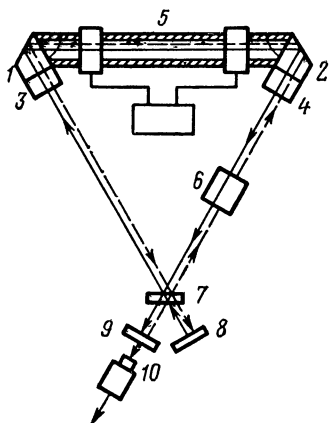


Рис. 7.26. Кольцевой ОКГ с ортогонально поляризованными волнами:

1, 2 — призмы; 3, 4 — четвертьволновые пластины; 5 — активная среда; 6 — ячейка Фарадея; 7, 8 — зеркала; 9 — анализатор; 10 — фотоприемная.

Другой метод уменьшения связи встречных волн использует периодическую противофазную модуляцию их по частоте [199].

Принцип действия такого устройства поясним с помощью схемы, изображенной на рис. 7.27. На пути движения встречных волн КОКГ, образованного зер-



калами 1, 2 и призмами 3, 4, помещен невзаимный элемент, составленный из четвертьволновых пластины 5, 6 и магнитооптической средой 7. Невзаимный элемент размещается в магнитном поле, создаваемом постоянным током от источника 9 и переменным током от генератора 11, питающего усилитель 10. Этот

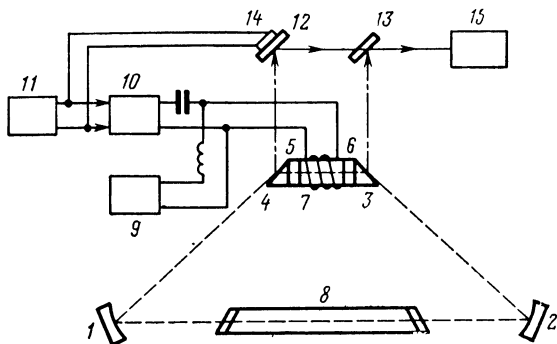


Рис. 7.27. КОКГ с уменьшенным порогом захвата частот:

1, 2, 12, 13 — зеркала; 3, 4 — призмы; 5, 6 — четвертьволновые пластины; 7 — ячейка Фарадея; 8 — активный элемент; 9 — источник постоянного тока; 10 — усилитель; 11 — источник переменного тока; 14 — пьезоэлемент; 15 — фотоприемник.

управляющий переменный сигнал модулирует частоты встречных волн, что приводит, как показали исследования, к уменьшению порога захвата частот.

При этом одновременно происходит и уменьшение амплитуды полезного сигнала биений, для выделения которого используются зеркала 12, 13. Одно из них (12) укрепляется на пьезокерамике 14 и питается от генератора 11. При соответствующей фазировке это обстоятельство приводит к демодуляции встречных волн и позволяет исключить частотную модуляцию сигнала биений таким образом, что сигнал на выходе фотоприемника содержит биения, пропорциональные только вращению КОКГ.

Оригинальный способ уменьшения области захвата предложен в работе [193]. Внутри резонатора КОКГ (рис. 7.28) на равном расстоянии от активных элементов 1 и 2 установлен оптический обтюратор 7. Он питается от генератора 8 и периодически перекрывает канал генерации встречных волн в КОКГ. Если

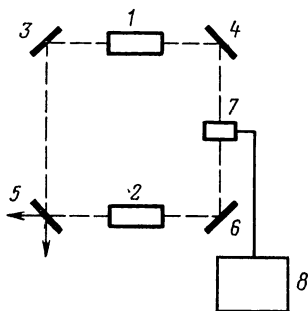


Рис. 7.28. КОКГ с обтюратором:

1, 2 — активные среды; 3–6 — зеркала; 7 — оптический обтюратор; 8 — источник управляющего напряжения.

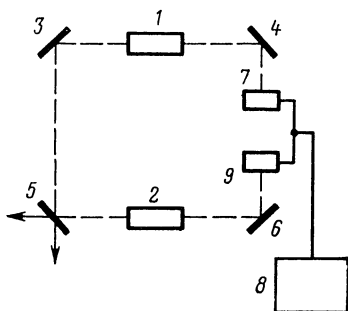


Рис. 7.29. КОКГ с двумя обтюраторами:

1, 2 — активные среды; 3–6 — зеркала; 7, 9 — оптические обтюраторы; 8 — источник управляющего напряжения.

обозначить продолжительность существования генерации в КОКГ через  $\tau$  ( $\tau$  — время, в течение которого обтюратор «открыт»), то при удовлетворении соотношения  $\tau < d/c$ , где  $d$  — расстояние между активными средами 1 и 2, импульсы света встречных волн будут проходить через одни и те же активные среды в разные моменты времени, не оказывая взаимного влияния.

Однако рассеяние энергии излучения за счет отражения от торцов трубки и обтюратора приводит к появлению дополнительной связи встречных импульсов, избавиться от которой можно, используя два обтюратора, как это показано на рис. 7.29. Обтюраторы 7 и

9 установлены на одинаковом расстоянии от активных элементов 1, 2 и энергия, отраженная от торцов обтюраторов, уже не будет синхронизирована с падающим излучением встречных волн.

Рассмотренные способы уменьшения взаимного влияния встречных волн основаны на временном и связанном с ним пространственном разделении встречных волн. Их реализация требует использования весьма коротких импульсов, формирование которых в резонаторах с высокой добротностью может оказаться затруднительным. Кроме того, импульсный режим работы КОКГ, несомненно, отразится на точности измерений.

Приведенные примеры характеризуют возможные направления работ по уменьшению связи встречных волн КОКГ, однако они не нашли еще широкого практического применения. Поэтому наиболее эффективным способом повышения чувствительности КОКГ и исключения влияния области захвата частот встречных волн следует признать способ создания начального разноса частот, основанный на эффектах Фарадея и Зеемана.

## Глава 8

### ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОНСТРУКЦИИ КОКГ

#### 8.1. Конструкция резонатора КОКГ

Замкнутый резонатор когерентного оптического гироскопа, как правило, выполняется в форме многоугольника, в вершинах которого располагаются отражатели (зеркала или призмы). При разработке конкретных конструкций лазерных гироскопов естественным является стремление к достижению максимального значения масштабного коэффициента прибора

при заданных его размерах. Совершенно очевидно, что при прочих равных условиях наибольшее значение масштабный коэффициент  $k$  будет иметь место при максимальном отношении площади резонатора к его периметру. Легко показать, что максимальное отношение  $S/L$  достигается в резонаторе, имеющем форму окружности.

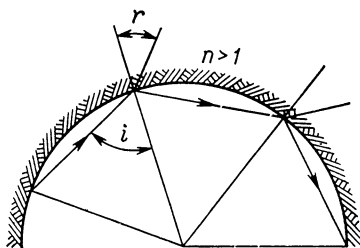


Рис. 8.1. Ход лучей на границе раздела двух сред.

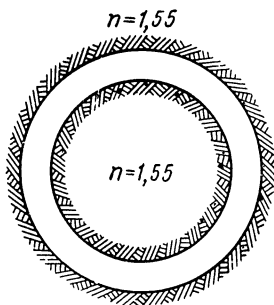


Рис. 8.2. Схема кольцевого резонатора.

В работе [181] проанализированы особенности распространения световой волны на границе раздела, вид которой представлен на рис. 8.1. Используя законы геометрической оптики, можно найти полную сумму потерь при однократном проходе в виде

$$\delta_L(m) = \left[ \frac{(n^2 - \cos^2 \pi/m)^{1/2} - \sin \pi/m}{(n^2 - \cos^2 \pi/m)^{1/2} + \sin \pi/m} \right]^{2m}, \quad (8.1)$$

где  $m$  — число отражений.

При  $m \rightarrow \infty$

$$\delta_L = \lim \delta_L(m) = \exp(-4\pi \sqrt{n^2 - 1}), \quad (8.2)$$

откуда можно оценить величину добротности резонатора

$$Q = 2\pi L \exp(-4\pi \sqrt{n^2 - 1})/\lambda. \quad (8.3)$$

Если поверхность резонатора ограничена средой с коэффициентом преломления  $n=1,55$ , как это показано на рис. 8.2, то при приемлемых размерах резонатора условие возбуждения колебаний можно реализовать только на таких переходах, которые обладают большим усилением на единицу длины. Так, например, на волне  $\lambda=3,39$  мкм усиление составляет 22 дБ/м и для возникновения генерации необходим резонатор радиусом около 30 см [188]. Так как усиление на переходе 0,63 мкм является много меньшим, то и размеры резонатора становятся весьма значительными.

Поэтому на волне  $\lambda=0,63$  мкм наибольшее распространение получили  $n$ -угольные резонаторы. Определенными преимуществами обладает треугольная конфигурация как имеющая минимальное число отражателей и обеспечивающая самоустойчивку встречных волн в плоскости резонатора.

Первые образцы КОКГ имели стержневую конструкцию, в вершинах которой закреплялись с помощью юстировочных приспособлений селективно отражающие зеркала. Такая конструкция предполагала наличие хрупких газоразрядных трубок, что в совокупности приводило к значительной нестабильности работы всего КОКГ. Поэтому в дальнейшем самое серьезное внимание было уделено разработке монолитной конструкции резонатора [189—191]. Одна из таких конструкций показана на рис. 8.3.

В монолитном блоке из высококачественного плавленого кварца высверлены каналы для лучей. Дополнительные отверстия высверлены для установки электродов, которые необходимы для возбуждения лазера, заполненного гелий-неоновой смесью. Три поверхности кварцевого блока, соответствующие вершинам треугольника, обрабатываются с точностью до 0,1 мкм. На этих поверхностях методом молекулярной адгезии закрепляются зеркала, образующие контурный резонатор.

натор. Этим одновременно обеспечивается и герметизация каналов генерации. Значительную трудность представляет обработка кварца, однако на современном уровне развития технологии можно получить желаемую точность.

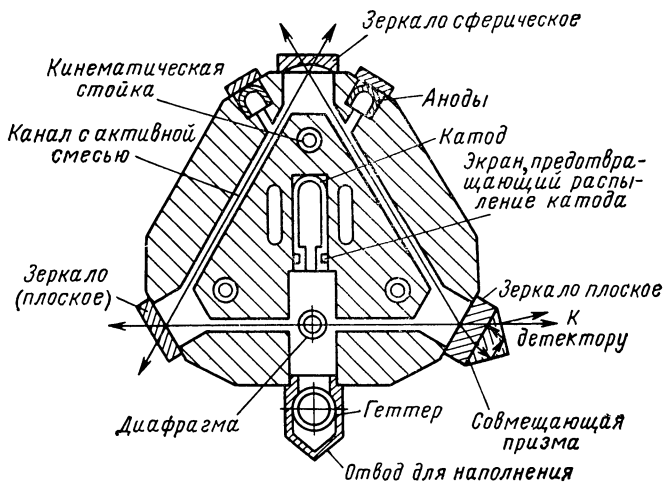


Рис. 8.3. Моноблочная конструкция КОКГ.

Обращает на себя внимание встречное включение электрических полей в канале генерации резонатора. Такое включение призвано уменьшить влияние направленного движения компонентов активной смеси, которое в силу эффекта Ленгмюра может привести к появлению частоты биений встречных волн в отсутствие вращения [163—164]. Характер движения частиц газа при симметричном возбуждении разряда в каналах генерации показан на рис. 8.4.

При использовании только одного кольцевого ОКГ оказывается возможным измерять лишь одну составляющую полного вектора угловой скорости. Такой

датчик может быть назван одностепенным лазерным гиометром. Так как в большинстве практических случаев наибольший интерес представляет измерение полного вектора угловой скорости, то возникает необходимость комплексирования трех квантовых когерентных оптических гироскопов, оси чувствительности которых ортогональны. В настоящее время разрабо-

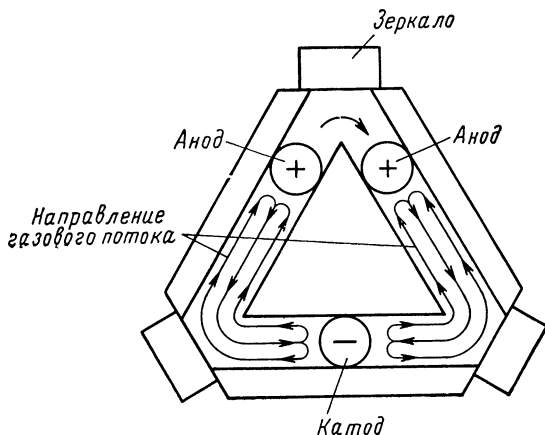


Рис. 8.4. Движение частиц газа в резонаторе КОКГ.

таны трехстепенные квантовые гироскопы, выполненные в едином сферическом кварцевом блоке [190].

Одна из конструкций представляет собой полую сферу, заполненную активной средой. На поверхности сферы расположены 9 отражателей (зеркал или призм), которые размещены по периметру трех больших кругов, образованных сечением сферы тремя ортогональными плоскостями. При этом в каждой плоскости образуются три изолированные траектории для световых волн. Взаимная перпендикулярность осей чувствительности образованных датчиков позво-

ляет регистрировать три составляющие произвольного вектора угловой скорости.

Характерное для современных конструкций КОКГ широкое использование материалов с небольшим температурным коэффициентом (кварц, ситал, инвар и др.) объясняется стремлением разработчиков исключить температурные уходы частоты резонатора. Если этих мер оказывается недостаточно, то производится дополнительное термостатирование кварцевых блоков. При небольших размерах КОКГ эта задача представляется вполне реальной.

Простота конструкции кольцевого лазерного датчика, выполненного в монолитном кварцевом блоке, позволяет ожидать, что описанный выше когерентный оптический гироскоп будет в пять раз дешевле механического [189].

Среди кольцевых газовых ОКГ наибольшее практическое распространение получили приборы, генерирующие линейно-поляризованное излучение, возникновение которого обязано, как правило, активным элементам, герметизированным окнами Брюстера.

Собственные волны кольцевого резонатора также могут быть линейно-поляризованы призмами полного внутреннего отражения, если их входные грани установлены под углом Брюстера. Использование призм вместо зеркал оказывается предпочтительным в малогабаритных конструкциях КОКГ, так как потери световых волн при отражении от внутренней грани призм могут быть сведены к минимуму.

Если для малогабаритных КОКГ одной из основных проблем является достижение пороговых условий, при которых возможна генерация, то для КОКГ со значительным периметром резонатора существенной является проблема получения режима излучения колебаний одного вида. Частота генерации ОКГ зависит как от ширины линии усиления активных веществ, так и от резонансных частот видов колебаний в резона-



торе. Расстояние между соседними продольными видами колебаний (модами) в кольцевом ОКГ определяется выражением  $\nu_L = c/L$ . Частотный интервал  $c/L$  при большом периметре  $L$  оказывается незначительным, поэтому в полосу усиления рабочего вещества могут одновременно попасть несколько продольных видов колебаний.

Если полоса усиления активной среды (для газовых ОКГ смесь гелий-неон) больше, чем расстояние между частотами видов колебаний, то одновременно могут возбуждаться несколько резонансных видов колебаний с частотами, попадающими в полосу флуоресценции. В этом случае в КОКГ может возникнуть генерация на нескольких продольных видах колебаний. В подавляющем большинстве практических случаев многочастотный режим генерации является нежелательным. Так, например, вращение кольцевого резонатора с угловой скоростью  $\Omega$  может привести к расщеплению каждого вида колебаний на два, разность частот биений между которыми будет несколько отличаться.

Так как разностные частоты соседних видов колебаний могут не только отличаться, но и иметь различный фазовый сдвиг, то спектральный состав разностной частоты, как это было показано в § 6.3, при многочастотном режиме генерации может оказаться сложным, затрудняющим достоверную оценку частоты биений. Поэтому в реальных конструкциях кольцевых ОКГ стремятся обеспечить режим генерации, близкий к одночастотному.

Одним из методов подавления нежелательных видов колебаний является регулирование усиления активной среды таким образом, чтобы для всех видов колебаний, кроме одного, пороговые условия не выполнялись. В этом случае генерация может возникнуть только на одной частоте, для которой потери в резонаторе компенсируются усилением. В свою оче-

редь, усиление активной среды при прочих равных условиях определяется мощностью генератора возбуждения или величиной тока разряда, регулируя которые можно в определенных пределах управлять усилением активной среды.

Выражение для спектральной линии рабочего вещества (линии флуоресценции) можно записать в виде

$$g(\nu) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu \sqrt{\pi}} \exp \left[ -(4 \ln 2) \left( \frac{\nu - \nu_c}{\Delta\nu} \right)^2 \right], \quad (8.4)$$

где  $\nu_c$  — центральная частота флуоресценции;  $\Delta\nu$  — полоса пропускания на уровне 0,5.

Для наиболее употребительных типов газовых ОКГ ширина полосы флуоресценции  $\Delta\nu$  1400...1500 МГц. Если принять длину периметра резонатора

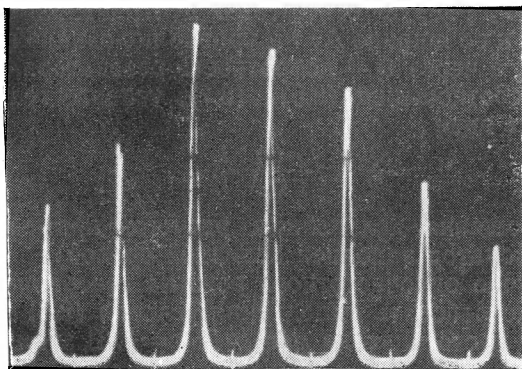


Рис. 8.5. Спектр продольных видов колебаний КОКГ.

натора  $L$  равной, например, 3 м, то расстояние между частотами собственных продольных колебаний ОКГ  $\nu_L = 100$  МГц. Следовательно, по крайней мере 14—15 продольных видов колебаний попадут в полосу флуоресценции. На рис. 8.5 показан спектр колебаний КОКГ с большим периметром  $L$ .

Для возникновения генерации в общем случае должно выполняться условие

$$\eta_{\text{акт}} \geq \delta_L, \quad (8.5)$$

где  $\eta_{\text{акт}}$  — усиление на один проход;  $\delta_L$  — общие потери на один проход.

Усиление активной среды [194]

$$\eta_{\text{акт}} = \alpha_m \frac{g(\nu)}{g(\nu_c)} l_a, \quad (8.6)$$

где  $\alpha_m$  — амплитудный коэффициент усиления активной среды на частоте  $\nu_c$ ;  $l_a$  — длина активной части. Общие потери на проход

$$\delta_L = \alpha_L L. \quad (8.7)$$

Если обозначить через  $Q_m$  добротность спектральной линии, равную отношению центральной частоты  $\nu_c$  линии к ее ширине  $\Delta\nu$  на уровне половинной интенсивности, а через  $Q$  — добротность резонатора, то, используя соотношения (8.5) — (8.7), условие генерации получим в виде

$$\frac{Q_m}{Q} \leq \frac{g(\nu)}{g(\nu_c)} \frac{L}{l_a}. \quad (8.8)$$

Для упрощения дальнейших расчетов примем  $L \approx l_a$  (весь резонатор заполнен активной средой).

В случае одночастотного режима генерации необходимо потребовать выполнения условия (8.8) на центральной частоте, когда  $g(\nu)/g(\nu_c) = 1$ . В этом случае получим

$$Q_m/Q = 1. \quad (8.9)$$

С другой стороны, для ближайшего вида колебания, отстоящего от центральной частоты на расстояние  $\Delta\nu_L = 100$  МГц, условие генерации не должно выполняться, откуда для нее можно получить

$$\frac{Q_m}{Q} \geq \frac{g(\nu_c + \nu_L)}{g(\nu_c)}. \quad (8.10)$$

Таким образом, для достижения одночастотного режима генерации необходимо одновременное выполнение условия (8.9) и (8.10):  $1 \geq Q_m/Q \geq 0,99$ . Если гелий-неоновый ОКГ возбуждается разрядом постоянного тока, то добротность  $Q_m$  является функцией тока разряда активного вещества. Зависимость нормированной мощности излучения газового квантового

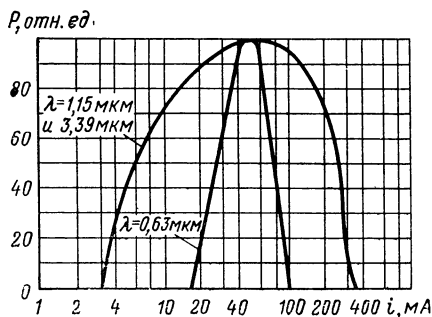


Рис. 8.6. Зависимость нормированной мощности излучения КОКГ от тока разряда.

генератора от тока разряда показана на рис. 8.6. Такая же зависимость характерна и для добротности  $Q_m$ . При некотором оптимальном токе разряда добротность принимает минимальное значение  $Q_{m \min}$ , которому соответствует многочастотный режим излучения. Для достижения генерации на одной рабочей частоте ток разряда необходимо уменьшить. При этом рабочая точка, как это видно из рис. 8.6, смещается в область наибольших значений крутизны характеристики  $P=P(i)$ , где небольшим вариациям тока разряда соответствует значительное изменение выходной мощности, а значит, и добротности  $Q_m$ . Поэтому с практической точки зрения наибольший интерес представляет вопрос о допустимых вариациях тока

разряда или мощности накачки, в пределах которых режим генерации остается одночастотным.

Принимая, что в области незначительного превышения порога генерации  $Q_m = \text{const} \cdot i$  получаем, что условием одночастотного режима генерации является стабильность мощности генератора накачки, удовлетворяющая условию  $\Delta i/i \leq 0,01$ . Такие требования являются достаточно жесткими и требуют принятия технических мер для обеспечения одночастотного режима генерации, особенно в КОКГ с большим периметром.

Генерация одного осевого (продольного) вида колебаний наиболее просто достигается в кольцевых резонаторах с небольшим периметром. Так например, для КОКГ, периметр резонатора которого не превышает 20 см, расстояние между соседними продольными видами колебаний превышает ширину линии атомного перехода. Для КОКГ с большим периметром резонатора селекция продольных типов колебаний может быть выполнена с помощью дополнительных элементов, размещаемых как внутри, так и вне резонатора.

Рассмотрению таких методов селекции продольных видов колебаний в КОКГ посвящен следующий параграф.

## 8.2. Схемы селекции продольных видов колебаний

Селекция продольных типов колебаний в КОКГ сводится, как правило, к подавлению нежелательных видов колебаний с помощью сложного отражателя, связанного с основным резонатором. При этом используется свойство отражателя изменять свой коэффициент отражения в зависимости от частоты. Из всего многообразия схем селекции продольных видов колебаний наибольший интерес представляют схемы, обеспечивающие режим, при котором собственные колеба-

ния кольцевого резонатора представляют собой две встречные световые волны. Такие схемы должны исключать прямую взаимную связь между встречными волнами, кроме неустранимой связи через рассеяние на оптических элементах резонатора.

Рассмотрим несколько возможных схем КОКГ с селекцией продольных типов колебаний. На рис. 8.7,а изображена схема селекции со связью дополнительного резонатора 2, 4, 5 через одно из зеркал основного резонатора 2. Уравнение, которое позволяет определить спектр собственных волн связанной системы резонаторов [195], имеет вид

$$\begin{aligned} & \left[ r_2 + r_2 R_4 R_5 (R_5 + T_2) \right] \sin \frac{2\pi}{\lambda} L' = \\ & = R_2 r_4 r_5 \sin \frac{2\pi}{L} (L' - L) + r_4 r_5 (R_2 + \\ & + T_2) \sin \frac{2\pi}{\lambda} (L' + L) \Big], \end{aligned}$$

где  $r$  — коэффициент отражения зеркала по амплитуде;  $R = r^2$ ;  $L' = l_{23} + l_{31} + l_{12}$ ;  $L = l_{25} + l_{45} + l_{42}$ .

Селектирующие свойства связанных резонаторов, представленных на рис. 8.7,а, можно отнести к системе зеркал 2, 5, 4, обведенных пунктиром. Их эффективный коэффициент отражения составляет

$$R_{\text{эфф}} = \frac{R_2 + R_4 R_5 (R_2 + T_2)^2 - 2r_2 r_4 r_5 (R_2 + T_2) \cos(2\pi L/\lambda)}{1 + R_2 R_4 R_5 - 2r_2 r_4 r_5 \cos(2\pi L/\lambda)}.$$

Зависимость коэффициента отражения  $R_{\text{эфф}}$  от частоты показана на рис. 8.7,б (сплошная кривая). Там же изображены продольные виды колебаний основного резонатора без схемы селекции (пунктирные линии). Из этих кривых видно, что дополнительный резонатор играет роль режекторного фильтра, отсасывающего энергию из основного резонатора только на частотах, близких к собственной частоте селектирующего резонатора. Поэтому такая схема селекции по-

давляет только незначительную часть продольных видов колебаний из всего спектра колебаний КОКГ.

Однако для ряда практических случаев больший интерес представляет задача подавления большинства генерируемых видов колебаний и выделения только одного из них. В этом случае удастся получить одно-

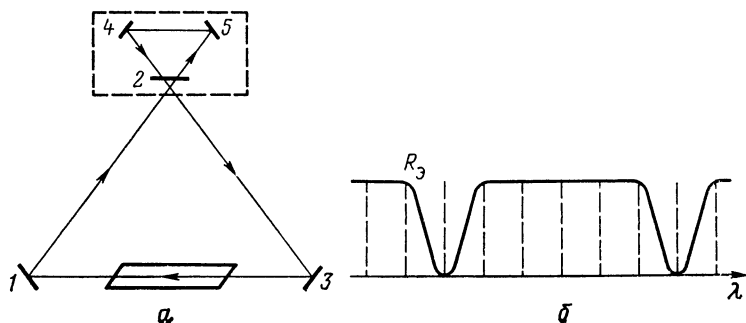


Рис. 8.7. Схема подавления продольного вида колебаний КОКГ (а) и селектирующая характеристика связанных резонаторов (б).

частотный режим колебаний при высоком уровне превышения подкачки над порогом. Схема селекции, обеспечивающая режим одночастотной генерации, изображена на рис. 8.8,а. Для этой схемы справедливо уравнение

$$\sin \frac{2\pi}{L} L' = r_2 r_4 r_5 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (L' - L), \quad (8.11)$$

где  $L = l_{42} + l_{25} + l_{45}$ ;  $L' = l_{12} + l_{23} + l_{13}$ .

Эффективный коэффициент пропускания системы зеркал 4, 2, 5 равен

$$T_3 = \frac{R_2 T_4 T_5}{1 + R_2 R_4 R_5 - 2r_2 r_4 r_5 \cos(2\pi L/\lambda)}. \quad (8.12)$$

Схема селекции, изображенная на рис. 8.8,а, обладает обратной по сравнению с первой схемой частотной характеристикой (рис. 8.8,б).

Если изменить относительные размеры основного и дополнительного (селектирующего) резонаторов, то от схемы рис. 8.8,а легко прийти к схеме рис. 8.9,а. Периметры связанных резонаторов оказываются близкими, что приводит к менее значительному разрежению спектра собственных частот КОКГ (рис. 8.9,б).

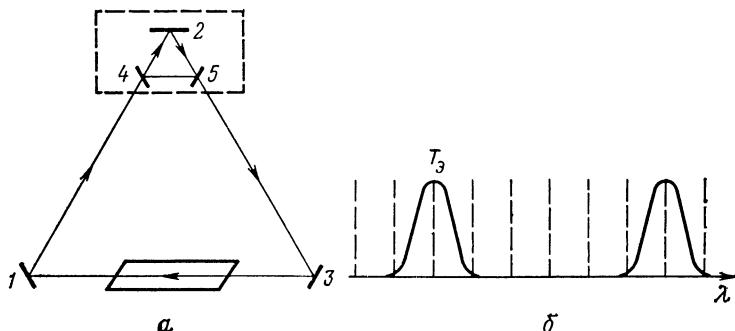


Рис. 8.8. Схема выделения одного продольного вида колебаний (а) и селектирующая характеристика связанных резонаторов (б).

Интересную схему селекции продольных видов колебаний можно получить, если в один из резонаторов ввести невзаимное фазосдвигающее устройство [196] (рис. 8.10). Основной резонатор образуется совокупностью зеркал  $M1, M3, M4, M6$ , а дополнительный — зеркалами  $M2, M3, M4, M5$ . Периметр основного резонатора, равный  $L_{1346} = 2(a+b+d)$ , определяет расстояние между его продольными видами колебаний  $\nu_L^{1346} = c/2(a+b+d)$ , спектр которых представлен на рис. 8.11,а. Для дополнительного резонатора частотный интервал между видами колебаний  $\nu_L^{2345} = c/2(a+d)$ . Спектр собственных частот дополнительного резонатора, обладающего меньшей добротностью, изображен на рис. 8.11,б.



При показанном на рис. 8.11, *а* и *б* взаимном расположении продольных видов колебаний основного и дополнительного резонаторов может быть достигнут режим существенного разрежения продольных видов колебаний, при котором возможна одночастотная генерация (рис. 8.11, *в*). Работоспособность рассматри-

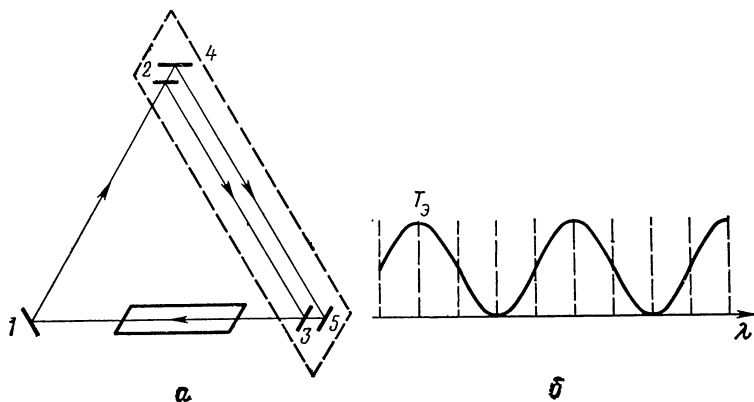


Рис. 8.9. Схема выделения нескольких продольных видов колебаний (*а*) и селектирующая характеристика (*б*).

ваемой схемы ограничивается крутизной настроечной характеристики, которая вблизи центра линии усиления активного вещества оказывается незначительной.

Существенно большую крутизну с одновременным разнесом частот встречных волн КОКГ можно получить с использованием невзаимного фазосдвигающего устройства, например фарадеевского вращателя, описанного в гл. 7. При наложении магнитного поля на ячейку Фарадея  $\Phi$  (рис. 8.10) внутренний резонатор ( $M2 \dots M5$ ) расстраивается на некоторую величину  $\Delta$  для встречных волн. При этом расстройке основного резонатора не происходит, так как ячейка Фарадея не входит в состав резонатора  $M1, M3, M4, M6$ . В свя-

зи с этим происходит неодинаковая расстройка дополнительного резонатора относительно спектра частот встречных волн основного контура. Если выбрать расстройку, вносимую ячейкой Фарадея, равной удвоенному интервалу частот между видами колебаний основного резонатора (рис. 8.12,б), то можно в одной из бегущих волн основного резонатора выделить

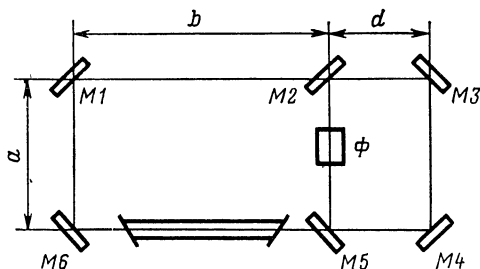


Рис. 8.10. Схема селекции продольных видов колебаний с ячейкой Фарадея.

один из продольных видов колебаний, например 5 (рис. 8.12,а), а во встречной волне выделить колебание под номером 7. Тогда в основном резонаторе во встречных направлениях будут распространяться только две световые волны (колебания видов 5 и 7), частотный разнос между которыми составит  $c/(a+b+d)$  (рис. 8.12,в).

Наличие только двух видов продольных колебаний при значительном частотном разnose между ними позволяет легко осуществить стабилизацию излучения КОКГ относительно центра линии усиления путем сравнения интенсивностей встречных волн. При симметричном расположении встречных волн относительно центра спектральной линии их интенсивности оказываются равными.

Рассмотренные методы селекции продольных видов колебаний не являются единственно возможными.

В оптических генераторах с линейным резонатором широко используются более простые, но достаточно эффективные способы селекции продольных видов колебаний, основанные на применении наклонных плоскопараллельных пластин [197, 198, 200]. Такие пластины представляют собой резонаторы, у которых частоты продольных видов колебаний разделены значительно большими интервалами, чем у основного

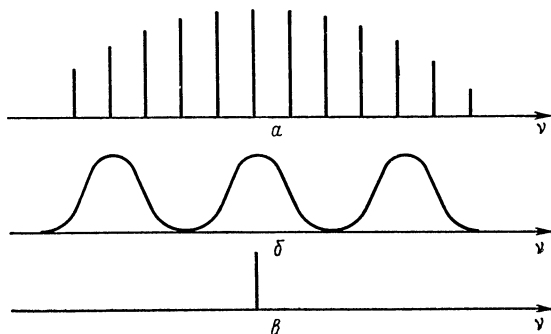


Рис. 8.11. Взаимное расположение резонансных характеристик основного и селектирующего резонатора.

резонатора, т. е. являются фильтрами с весьма разреженным спектром резонансных частот. Плоскопараллельные пластины могут быть использованы и для селекции продольных видов колебаний в КОКГ. При этом настройка такого фильтра может быть выполнена соответствующим наклоном пластины к направлению распространения светового пучка.

При размещении плоскопараллельной пластины в резонаторе КОКГ максимальной добротностью будут обладать те виды колебаний, для которых выполняются условия генерации в кольцевом резонаторе и существует минимальное затухание при прохождении через фильтр. Возможность селекции продольных

видов колебаний при использовании плоскопараллельных пластин более подробно рассмотрена в гл. 7.

Перспективы использования КОКГ в бортовых системах заставляют разработчиков соответствующей аппаратуры искать пути уменьшения габаритов когерентных оптических гироскопов. При этом приходится решать не только технологические, но и принципиаль-

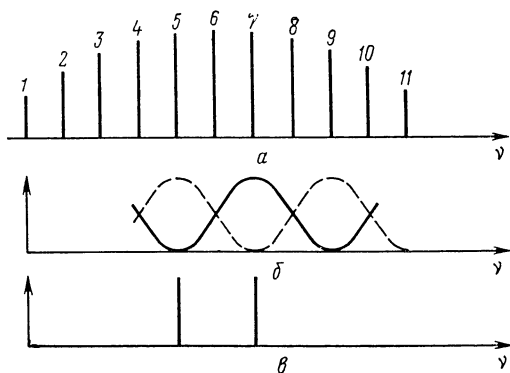


Рис. 8.12. Взаимное расположение резонансных характеристик резонаторов для встречных волн при использовании невзаимного элемента.

ные задачи, связанные прежде всего с незначительным погонным усилением активной гелий-неоновой смеси для наиболее употребительной длины волны излучения 0,63 мкм. Это обстоятельство ставит определенный предел в уменьшении габаритов КОКГ, при котором минимальный периметр резонатора должен удовлетворять очевидному соотношению  $\alpha_{\max} l_{a \min} \geq \delta_l$ , где  $\alpha_{\max}$  — максимальный амплитудный коэффициент усиления активной среды;  $\delta_l$  — общие потери в резонаторе на один проход.

Переход к более длинным волнам, например 1,15 и 3,39 мкм, где усиление больше, сопровождается поте-

рей чувствительности КОКГ и вызывает затруднения при выделении сигнала биений из-за отсутствия подходящих фотоприемников. Поэтому несомненный практический интерес представляет вопросы оптимизации параметров КОКГ для увеличения коэффициента усиления активной смеси и повышения мощности излучения КОКГ.

Мощность излучения КОКГ определяется как характеристиками резонатора, так и параметрами усиливающей среды. Для увеличения усиления параметры активной среды стремятся оптимизировать путем подбора концентрации электронов  $n_e$  и электронной температуры  $T_e$  плазмы. Практически это достигается выбором состава смеси газов и режимом питания разряда. Дополнительные резервы увеличения мощности излучения КОКГ можно получить, если согласовать пространственное распределение инверсии заселенности активной среды с пространственным распределением электромагнитного поля в резонаторе [201].

Действительно, распределение поля основного вида колебания по сечению резонатора  $E(x, y)$  имеет гауссову форму [201, 202] (рис. 8.13). С увеличением кривизны сферического зеркала максимальное значение поля уменьшается, а ширина кривой увеличивается.

В свою очередь, инверсия заселенности в активной среде также распределена неравномерно. Концентрация возбужденных атомов при разряде в бесконечном цилиндре должна удовлетворять соотношению [203, 204]

$$D_a \left( \frac{d^2 N}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dN}{dr} \right) + \alpha_a n_a q_e = \beta_a N q_e + \gamma_a N,$$

где  $D_a$  — коэффициент диффузии;  $n_a$  и  $N$  — концентрации нормальных и возбужденных атомов;  $q_e = n_e(r)/n_r(0)$  — отношение концентрации электронов на оси цилиндра к концентрации на расстоянии  $r$  от оси цилиндра;  $\alpha_a$  и  $\beta_a$  — вероятность ударов I и II рода соответственно между атомами и электронами на оси цилиндра;  $\gamma_a$  — вероятность столкновений атомов II рода на оси цилиндра.

$$\text{При граничных условиях } \left. \frac{dN}{dr} \right|_{r=0} = 0, \quad N|_{r=a} = 0,$$

$\gamma_a \gg \beta_a$  получим

$$N(r) = N(0) J_0(\mu_1 r/a), \quad (8.13)$$

где

$$[N(0) = n_a \alpha_a / \left( \gamma_a + \frac{\mu_1 D_a}{a^2} \right);$$

$\mu_1$  — первый корень функции Бесселя нулевого порядка  $J_0$ .

При  $\beta_a \gg \gamma_a$  можно получить другое решение [27], которое приближается к решению (8.13), когда  $B = \beta_a a^2 / D_a$  мало (менее 10).

Для анализа инверсии заселенности  $\Delta N$  необходимо учитывать не один возбужденный уровень, как в соответствии (8.13), а по крайней мере два. В первом приближении можно для гелий-неоновой смеси рассматривать отдельно лишь два рабочих уровня и получить уравнение, аналогичное (8.13). Экспериментально вместо величины  $\Delta N(r/a)$  оказывается более удобным измерение коэффициента усиления активной смеси [96].

Реальное распределение инверсии заселенности в гелий-неоновой смеси, пример которого приведен на рис. 8.13 (пунктирная линия), меняется с током разряда и давлением. Существует оптимальное соотношение компонент смеси, когда  $\Delta N$  на оси максимально [206—208].

Дальнейшую оптимизацию параметров КОКГ можно получить, если изменять сечение газоразрядной трубки [209, 210]. Так, например, усиление оказывается большим для трубки прямоугольного сечения [210], чем для круглого газоразрядного элемента.

Итак, в общем случае электромагнитное поле резонатора и инверсия заселенности в активной среде распределены неравномерно. Поэтому можно ожидать, что мощность излучения КОКГ будет определяться не абсолютной величиной  $\Delta N$  в активной среде, а той ее частью, которая оказывается в области наиболее эффективного взаимодействия с полем резонатора.

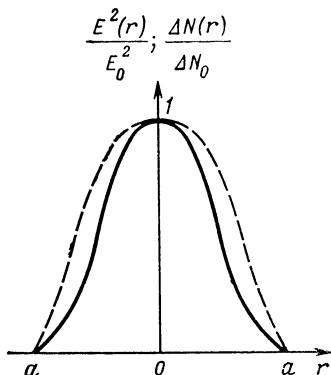
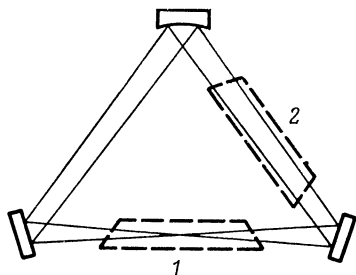


Рис 8.13. Кривые радиального распределения напряженности поля (сплошная линия) и инверсии заселенности (пунктирная линия) для полуконфокального резонатора.

Рис. 8.14. Распределение электромагнитного поля по периметру резонатора.



В кольцевом ОКГ со сферическими зеркалами распределение электромагнитного поля неоднородно не только по сечению, но и по длине резонатора. Так, для треугольного резонатора (рис. 8.14) элек-

ромагнитное поле оказывается размытым у сферического зеркала и имеет перетяжку в плече 1, следовательно, оптимальные параметры смеси в общем случае должны быть неодинаковыми в плечах 1 и 2. Эти рассуждения были подтверждены экспериментально, при этом в плече 2 оптимальная концентрация гелий-неоновой смеси составляла 3:1, а в плече 1 — 6:1. Исследования производились с треугольным резонатором со стороной 120 см, трубками диаметром  $D=6$  мм, длиной  $l=1$  м и сферическим зеркалом с радиусом кривизны  $R=3$  м.

Увеличение радиуса кривизны зеркала приводило к выравниванию различий активных элементов в соседних плечах, что согласуется с изменением конфигурации поля в резонаторе [27].

Таким образом, взаимное согласование распределения инверсии заселенности и электромагнитного поля в резонаторе является дополнительным резервом повышения мощности КОКГ, что может быть использовано для построения малогабаритных конструкций.

### 8.3. Элементы схем пространственного совмещения волн на выходе КОКГ

Для выделения сигнала разностной частоты встречные лучи, выходящие через одно из зеркал кольцевого резонатора, совмещают с помощью специальных устройств на фотокатоде оптического детектора. С этой целью, как было показано в гл. 6, левый и правый лучи должны быть направлены почти параллельно на чувствительную поверхность фотокатода. Параллельность интерферирующих лучей чаще всего достигается двумя путями: с помощью вспомогательных

зеркал или посредством призмы. Если интерференция образуется по схеме, изображенной на рис. 8.15, то возникает опасность отражения одного из лучей в направлении другого и попадания его в канал генерации. Действительно, луч *1* полностью отражается зеркалом *II* в направлении луча *2* и возвращается в резонатор, как это показано на рис. 8.15 пунктиром. Таким образом, зеркало *II* способствует увеличению связи между встречными волнами *1* и *2* в КОКГ.

Если  $\alpha$  — коэффициент пропускания зеркала *I*, то после отражения от зеркала *II* луч попадает в контур КОКГ, ослабленным в  $\alpha^2$ , что вызовет изменение зоны захватывания и расширение области нечувствительности КОКГ к малым угловым скоростям [81]. При этом наибольшая неприятность связана с тем, что расстояние между зеркалами *I* и *II* может изменяться в процессе работы КОКГ, в результате чего фаза сигнала, отраженного от зеркала *II*, будет также меняться, что приведет к неучитываемым изменениям полосы захватывания. Поэтому, несмотря на очевидную простоту, эта схема формирования интерференционной картины не нашла распространения.

От отмеченных недостатков свободны объединяющие схемы, изображенные на рис. 8.16, 8.17. В первой из них используются три вспомогательных зеркала: одно полупрозрачное и два полностью отражающих. Более простая схема объединяющей оптики изображена на рис. 8.17. Она состоит из двух вспомогательных зеркал: одного полупрозрачного и другого полностью отражающего. С их помощью два луча, на-

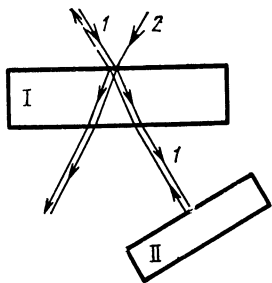


Рис. 8.15. Однозеркальная схема пространственного совмещения встречных волн.



правления распространения которых не совпадают, совмещаются в пространстве и направляются на фотодетектор.

Представляет интерес призмная конструкция [174, 189], использующая внутреннее отражение на поверхности раздела стекло — воздух (рис. 8.18).

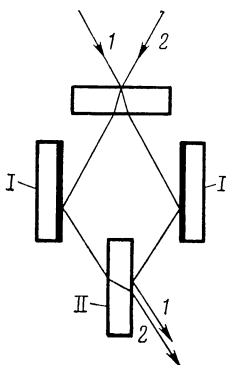


Рис. 8.16. Четырехзеркальная схема пространственного совмещения:

*I* — полностью отражающее зеркало, *II* — полупрозрачное зеркало

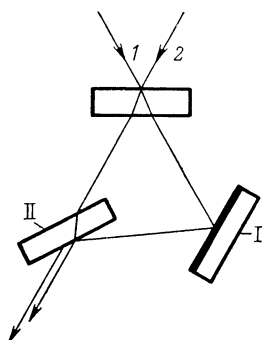


Рис. 8.17. Трехзеркальная схема пространственного совмещения:

*I* — полностью отражающее зеркало, *II* — полупрозрачное зеркало

Если угол при вершине призмы не точно равен  $90^\circ$ , то лучи образуют интерференционную картину, как это показано в сечении *АА*. По направлению движения интерференционных полос можно определить направление вращения, как это было показано в гл. 6.

В схеме детектирования на рис. 8.19 на каждый фотоприемник приходят два луча. На один фотоприемник луч, движущийся по часовой стрелке, попадает, претерпев два отражения от диэлектрической поверхности, а луч, движущийся против часовой стрелки, — одно. На другой фотоприемник луч, движущийся по

часовой стрелке, приходит, претерпев одно отражение, а луч, движущийся против часовой стрелки — два.

Соответствующим выбором материала светодели-  
теля можно добиться разности фаз биений, выделяе-  
мых каждым фотоприемником, и получить возмож-  
ность определять направление вращения КОКГ.

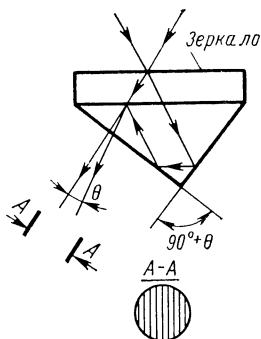


Рис. 8.18. Призменная  
схема пространственно-  
го совмещения.

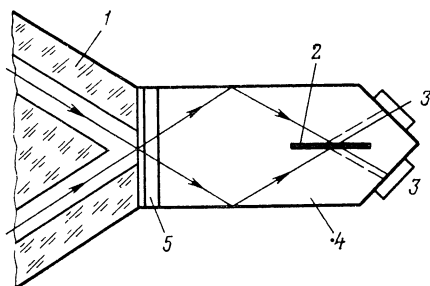


Рис. 8.19. Комбинированная схема  
совмещения встречных волн:

1 — резонатор; 2 — светодели-  
тель; 3 — фо-  
топриемник; 4 — призма полного внутрен-  
него отражения; 5 — зеркало КОКГ.

Близкая по принципу действия схема выделения  
сигнала биений изображена на рис. 8.20 [211]. Ее от-  
личительной особенностью является использование  
светоделивателя 4. Величина разности фаз между двумя  
выходными сигналами, поступающими на фотоприем-  
ники 5 и 6, определяется комплексным коэффициен-  
том отражения  $r$  и коэффициентом пропускания  $\tau$   
расщепителя.

Для используемых на практике светоделивателей  
сдвиг по фазе на  $90^\circ$  между сигналами, снимаемыми  
с фотоприемников 5 и 6, как правило, не достигается.  
Однако для автоматизации процесса измерений на  
фазовый детектор должны быть поданы два сигнала

в квадратуре. Поэтому в цепь одного из сигналов вводится фиксированная фазовая задержка  $\phi$ .

Коэффициенты  $r$  и  $\tau$  расщепителя зависят от материала, из которого он изготовлен. Для диэлектрического светоделиителя разность фаз между отраженным и прошедшим пучками составляет  $180^\circ$ . Для металлического расщепителя разность фаз будет зависеть

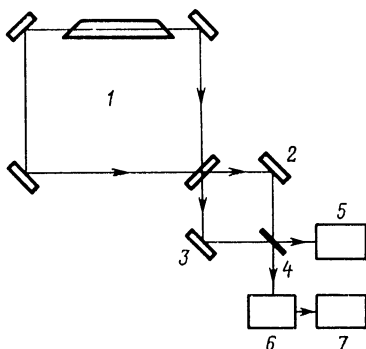


Рис. 8.20. Детектирующее устройство:

1 — кольцевой ОКГ; 2, 3 — зеркала; 4 — светоделиитель; 5, 7 — фотоприемники; 6 — фазосдвигающая цепь.

от проводимости и толщины отражающей металлической пленки и угла падения совмещаемых волн.

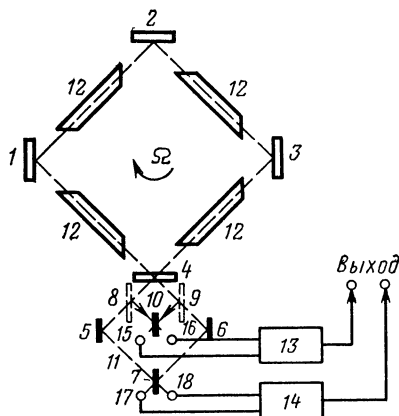
Усложненная схема выделения сигнала биений показана на рис. 8.21. Принцип ее действия основан на сравнении сигналов, идущих от двух пар фотоприемников [212]. При этом один из фотоприемников настроен на максимум излучения результирующего поля (светлая интерференционная полоса), а другой — на минимум (темная интерференционная полоса).

Два луча, выходящих из КОКГ, направляются на расщепители 8 и 9. Отраженные от них лучи объединяются смесителем 10, а пропущенные, отражаясь от зеркал 5 и 6, направляются на второй смеситель 7. На пути движения этих лучей установлен фазосдвигающий элемент 11. На выходе смесителей 10 и 7 образуется сигнал, интенсивность которого премодулиро-

вана частотой биений. Эти сигналы поступают на фотоприемники 15...18. Дифференцирующие усилители 13 и 14 образуют сигналы, пропорциональные разности частот лучей, отраженных и прошедших через расщепитель соответственно. Изменение фазового

Рис. 8.21. Схема выделения сигнала биений для определения направления вращения лазерного гироскопа:

1 ... 6 — зеркала; 7, 10 — смесители; 8, 9 — расщепители; 11 — фазосдвигающий элемент; 12 — активная среда; 15 ... 18 — фотоприемники; 13, 14 — усилители.



сдвига между сигналами, прошедшими через усилители, позволяет определить направление вращения [212].

В заключение этого параграфа рассмотрим особенности вывода встречных волн из резонатора гироскопа, образованного призмами полного внутреннего отражения.

Стремление увеличить добротность кольцевого резонатора и уменьшить рассеяние энергии встречных волн привело к разработке лазерных гироскопов, в которых диэлектрические зеркала заменены призмами полного внутреннего отражения. Обладая целым рядом неоспоримых достоинств, такие конструкции требуют и решения специфических задач, к числу которых следует отнести задачу вывода энергии встречных волн из резонатора. Возникновение этой проблемы

обусловлено тем, что при полном внутреннем отражении вся падающая энергия отражается и без принятия специальных мер за пределы резонатора не выходит. Поэтому получение требуемых отношений сигнала к шуму на выходе гироскопа оказывается затруднительным. В связи с этим рассмотрим некоторые способы управления величиной энергии встречных волн, выводимых из кольцевого резонатора.

Естественным способом вывода части энергии из резонатора является использование отражений на входной и выходной гранях призмы, используемой в качестве одвого из зеркал резонатора. В этом случае, изменяя угол наклона входной и выходной граней призмы вблизи угла Брюстера, можно управлять величиной выводимой энергии в довольно значительных пределах. Более того, если в резонаторе когерентного оптического гироскопа размещаются дополнительные элементы, например селекторы продольных видов колебаний или невзаимные фазосдвигающие устройства, то часть энергии встречных волн может быть выведена из резонатора благодаря отражению от их входных граней.

Наконец, для вывода энергии встречных волн может быть использована специально вводимая в резонатор лазерного гироскопа плоскопараллельная пластина, которая устанавливается вблизи нулевых углов падения, где существует ряд областей ее прозрачности, как было показано выше.

Рассмотренные способы, по существу, не связаны непосредственно с призмами полного внутреннего отражения и позволяют выводить энергию из резонатора лазерного гироскопа при любых отражателях, в том числе и зеркалах. Если же учитывать особенности призм полного внутреннего отражения, то целесообразно говорить о методах вывода энергии из резонатора через грань полного внутреннего отражения. Легко показать, что электрическое и магнитное

поле световой волны не обрывается на границе раздела (границы полного внутреннего отражения), а существует и во второй среде. Как показали исследования А. А. Эйхенвальда, поток энергии, проникающий за границу раздела, равен обратному потоку, причем места входа и выхода прямого и обратного потоков смещены вдоль границы раздела, в результате чего имеет место движение энергии вдоль границы с выходом обратно в призму. Этот процесс неоднократно наблюдался экспериментально Л. И. Мандельштамом, Шеффером, Гроссом, Квинке и др. С точки зрения выхода энергии за призму полного внутреннего отражения, непосредственный интерес представляют экспериментальные результаты Квинке. Он установил за гранью полного внутреннего отражения плоскопараллельную пластину на расстоянии, соизмеримом с длиной волны падающего света. Меняя расстояние, можно было варьировать количество энергии, выводимой за призму.

Таким образом, для вывода энергии за отражающую грань призмы, необходимо нарушить условия полного внутреннего отражения и затем канализировать энергию в заданном направлении. Можно указать несколько способов решения этой проблемы, однако мы сосредоточим внимание на одной из них, возможности которой представляются весьма заманчивыми. В работах [213, 214] описывается призма полного внутреннего отражения, отражающая грань которой имеет связь с тонкой пленкой, образующей в зазоре между призмой и пленкой волноводную структуру, по которой может быть канализирована часть энергии световой волны из призмы (рис. 8.22).

Тонкая пленка образует воздушный клин с отражающей гранью призмы. Вдоль координаты  $x$  параметры щели изменяются, в результате чего, меняя расстояние  $x_c$  от места падения световой волны до оптического контакта с пленкой, можно добиться вы-

хода части энергии через грань полного внутреннего отражения призмы в зазор между пленкой и призмой. При этом зазор или сама пленка могут играть роль волновода, по которому выведенная из призмы энергия может канализироваться в выбранном направлении.

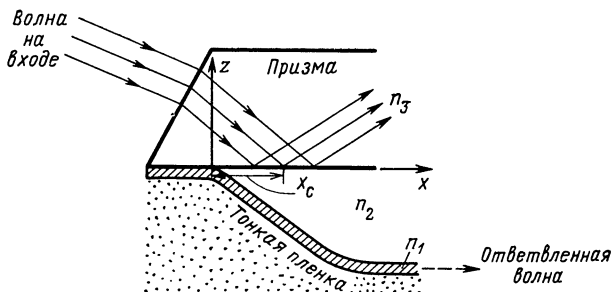


Рис. 8.22. Схема вывода энергии из призмы полного внутреннего отражения.

Оптический контакт пленки с призмой играет роль элемента связи. В схеме рис. 8.22 этот элемент можно назвать входным элементом связи, через который энергия из призмы переходит в волновод. Вполне естественно, что такой элемент связи обладает взаимными свойствами и при вводе световой волны в волновод он сможет перекачать ее обратно в призму. Это свойство элемента связи использовано в схеме, изображенной на рис. 8.23, где два элемента связи (входной и выходной) позволяют сначала отобрать в волновод часть энергии световой волны, падающей на грань полного внутреннего отражения, а затем вновь передать ее в призму, но изменив при этом место входа.

Рассмотренный принцип ответвления энергии световой волны позволяет легко регулировать не только

величину отводимой энергии, но и управлять ее пространственным положением, что представляет несомненный интерес для систем выделения сигнала биений, используемых в лазерных гироскопах. Кроме того, следует заметить, что распространение световой волны в тонкой пленке позволяет сравнительно просто синтезировать различные оптические элементы (призмы, линзы, решетки и др.), которые легко формируются соответствующей пространственной модуляцией коэффициента преломления тонких пленок.

В лазерных гироскопах, как было показано выше, выделению сигнала биений встречных волн должна предшествовать операция пространственного совмещения электромагнитных колебаний, выходящих из резонатора КОКГ.

В реальных конструкциях объединяющих систем лазерных гироскопов чаще всего используют, как показано выше, схемы совмещения с некоторой оптической разностью хода встречных волн. Это может оказать отрицательное влияние на пространственную когерентность совмещаемых колебаний.

Степень когерентности поля характеризует контраст интерференционной картины в плоскости фотоприемника, который ухудшается с увеличением разности хода встречных волн, что неблагоприятно отражается на характеристиках системы выделения разностной частоты.

Кроме того, разность хода встречных волн существенно влияет на работу при многочастотном режиме генерации. В этом случае, например, для двух генерируемых видов колебаний возможно частичное про-

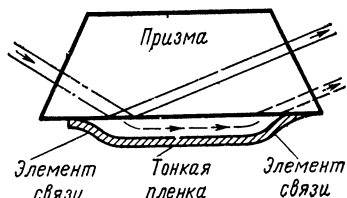


Рис. 8.23. Призма полного внутреннего отражения с двумя элементами связи.



странственное совпадение интерференционных максимумов для одного вида колебания с интерференционными минимумами для другого. В результате этого может значительно ухудшиться контраст интерференционной картины, что затруднит выделение и измерение сигнала разностной частоты.

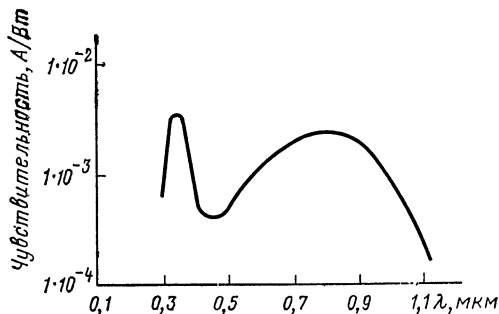


Рис. 8.24. Спектральная характеристика фотокатода.

Особо следует отметить, что все описанные выше и используемые в настоящее время объединяющие системы (даже с очень малой оптической разностью хода) не отличаются частотной селективностью. Однако излучение реальных КОКГ помимо частоты рабочего перехода содержит ряд довольно интенсивных компонент, которые в ряде случаев могут привести к увеличению отношения шум/сигнал на выходе фотоприемника. Так, в гелий-неоновом ОКГ, кроме линии излучения 0,6328 мкм, существуют еще линии 1,153 и 3,39 мкм, которые также попадают на фотоприемник. Используемые обычно фотоумножители обладают чувствительностью в широком диапазоне волн (0,5... 1,2 мкм). К ним, в частности, относятся фотоумножители типа ФЭУ-22, ФЭУ-28 с Ag-O-Cs-катодом, спектральная характеристика чувствительности которых показана на рис. 8.24.

Для волны 1,153 мкм квантовая эффективность этих ФЭУ относительно невысока. Однако попадание этой волны на фотокатод вызывает дополнительные шумы, которые могут ухудшить чувствительность и точность когерентного оптического гироскопа. Наконец, используемые конструкции сложны в юстировке, отличаются большими габаритами и ухудшают стабильность КОКГ.

В связи с этим представляется целесообразным поиск новых методов пространственного совмещения встречных волн для создания необходимых условий выделения частоты биений в КОКГ.

В качестве одного из методов пространственного совмещения встречных волн, в значительной степени исключающего описанные выше недостатки, может быть предложено использование пространственных периодических структур [215].

#### **8.4. Схемы пространственной фильтрации выходных сигналов КОКГ**

В предыдущем параграфе были рассмотрены некоторые варианты схем пространственного совмещения и выделения сигнала биений двух встречных волн на выходе одного из отражателей кольцевого ОКГ.

Такие схемы изменяют только направление распространения наклонно падающих волн и практически оставляют неизменным исходный достаточно широкий спектр излучения источника. Совершенно очевидно, что если бы удалось произвести частотно-пространственную селекцию излучения на выходе КОКГ, то можно было бы рассчитывать на улучшение отношения сигнал/шум на входе фотоприемного устройства. В этом случае процесс совмещения встречных волн КОКГ можно представить как процесс пространственно-частотной фильтрации; преследую-

ший цель максимизации полезного сигнала. Роль пространственно-частотных фильтров могут выполнять любые оптические системы, функция пропускания которых обладает ярко выраженными селективными свойствами. К числу таких систем могут быть отнесены интерферометры, призмы, дифракционные

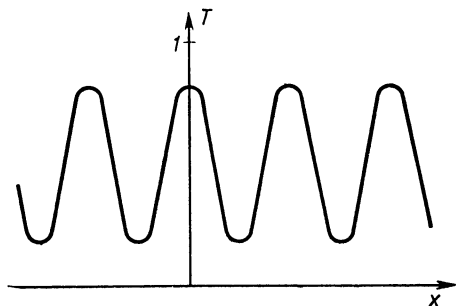


Рис. 8.25. Коэффициент пропускания амплитудного гармонического фильтра.

решетки и др. Использование последних позволяет существенно упростить схему совмещения, достичь пространственной и частотной селекции сигналов и легко синтезировать пространственно-частотный фильтр с заданными свойствами [215].

Рассмотрим возможность пространственной фильтрации сигналов на выходе КОКГ с использованием пространственных периодических структур. Для этого проанализируем дифракцию наклонно падающей плоской волны на структуре, амплитудный коэффициент пропускания которой меняется по гармоническому закону вдоль одной из координат.

Пусть плоская волна падает наклонно на синусоидальную амплитудную решетку, ограниченную квадратом со стороной  $a$ , периодичность которой наблю-

дается вдоль координаты  $x$  (рис. 8.25). Представим поле падающей волны в виде

$$E(x_1, y_1, 0) = \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} (\gamma x_1 + \beta y_1) \right], \quad (8.14)$$

где  $\gamma = \sin \alpha$ ;  $\beta = \cos \alpha$ ;  $\alpha$  — угол падения.

Записанная таким образом волна направлена под углом  $\alpha$  к оси  $z$ .

Амплитудный коэффициент пропускания синусоидальной решетки запишем как

$$T(x_1, y_1) = \left[ \frac{1}{2} + \frac{m}{2} \cos(2\pi f_0 x_1) \right], \quad (8.15)$$

тогда поле в плоскости, расположенной непосредственно за решеткой, можно записать в форме

$$E_T(x_1, y_1, 0) = E(x_1, y_1, 0) \cdot T(x_1, y_1). \quad (8.16)$$

Далее, пользуясь приближением Фраунгофера [216], находим распределение поля за синусоидальной решеткой на расстоянии  $z$  в плоскости  $x_0, y_0$ .

$$E(x_0, y_0, z) = \frac{\exp(i k z) \exp \left[ i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right]}{i \lambda z} \times \\ \times \iint_{-\infty}^{\infty} E_T(x_1, y_1, 0) \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_0 x_1 + y_0 y_1) \right] dx_1 dy_1. \quad (8.17)$$

Подставляя в соотношение (8.17) выражения (8.14) — (8.16), получаем

$$E(x_0, y_0, z) = - \frac{\exp(i k z) \exp \left[ i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right]}{j \lambda z} \times \\ \times \left\{ 2a^2 \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda} \left( \gamma - \frac{x_0}{z} \right) \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda} \left( \beta - \frac{y_0}{z} \right) - \right.$$

$$-\frac{ma}{2} \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda} \left( \beta - \frac{y_0}{z} \right) \left[ 2a \operatorname{sinc} 2a \left( f_0 + \frac{\gamma}{\lambda} - \frac{x_0}{\lambda z} \right) + \right. \\ \left. + 2a \operatorname{sinc} 2a \left( \frac{\gamma}{\lambda} - \frac{x_0}{\lambda z} - f_0 \right) \right] \Bigg\},$$

где  $\operatorname{sinc} x = \sin \pi x / \pi x$ . Выделим в этом выражении более явно отдельные пространственные частоты. Тогда найдем

$$E_0(x_0, y_0, z) = 2a^2 \frac{\exp(i k z) \exp \left[ i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2) \right]}{i \lambda z} \times \\ \times \left[ \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda z} (x_0 - \gamma z) + \frac{m}{2} \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda z} (x_0 - \gamma z - \right. \\ \left. - f_0 \lambda z) + \frac{m}{2} \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda z} (x_0 - \gamma z + f_0 \lambda z) \right] \times \\ \times \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda z} (y_0 - \beta z). \quad (8.18)$$

Анализ выражения (8.18) показывает, что синусоидальное изменение пропускания по отверстию обуславливает перераспределение энергии между пространственными частотами. При этом образуется центральный дифракционный максимум (нулевого порядка), совпадающий с направлением падающей на периодическую структуру волны, и два боковых максимума (первого порядка), направления которых могут быть найдены из условий

$$x_0 - \gamma z - f_0 \lambda z = 0, \quad (8.19)$$

$$x_0 - \gamma z + f_0 \lambda z = 0. \quad (8.20)$$

На рис. 8.26 дана картина распределения интенсивности световой волны в дифракционных максимумах нулевого и первого порядков. Имея такое пространственное распределение энергии наклонно падающей волны, легко построить систему, осуществляющую

пространственное совмещение части энергии двух наклонно падающих волн, выходящих из резонатора КОКГ.

Действительно, если на пространственную периодическую структуру с синусоидальным коэффициентом

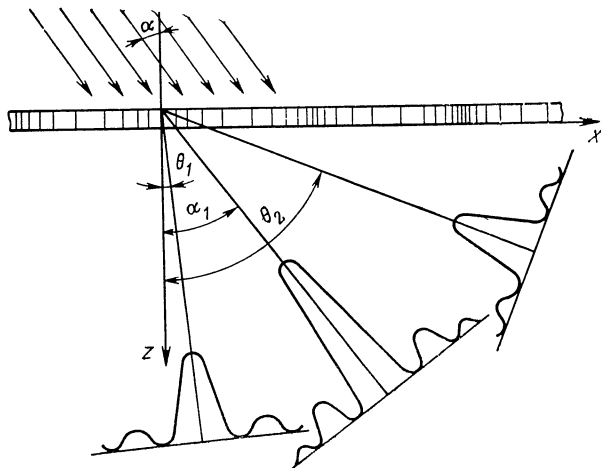


Рис. 8.26. Распределение интенсивностей при дифракции световой волны на синусоидальном амплитудном фильтре.

том пропускания (8.15) направить две наклонно падающие волны, например  $E_1$  и  $E_2$ , то соответствующим подбором их углов падений и параметров периодической структуры можно добиться пространственного совмещения одного или более дифракционных максимумов от каждой волны. Одна из таких возможных схем совмещения двух наклонно падающих волн изображена на рис. 8.27. Здесь две световые волны образуют равные по величине углы  $\alpha$  и  $-\alpha$  с нормалью в плоскости периодической структуры (осью  $z$ ), а за синусоидальной решеткой совме-

щаются дифракционные максимумы первого порядка от каждой волны.

Аналогичное пространственное совмещение можно получить при совпадении первого дифракционного максимума одной волны с нулевым дифракционным

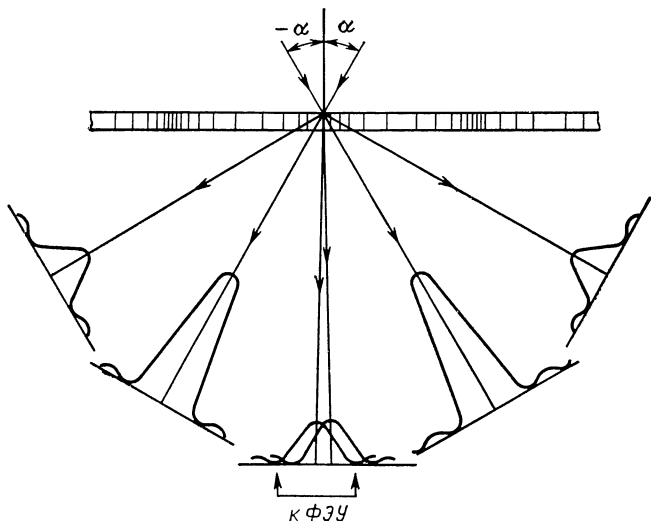


Рис. 8.27. Схема совмещения первых дифракционных максимумов.

максимумом другой (рис. 8.28). Условия совмещения дифракционных максимумов первого порядка двух наклонно падающих волн (рис. 8.27) можно записать в виде

$$x_{01} = \gamma_1 z \pm f_0 \lambda z = x_{02} = \gamma_2 z \mp f_0 \lambda z. \quad (8.21)$$

При симметричном относительно оси  $z$  падении двух световых волн, когда  $\gamma_1 = -\gamma_2 = \gamma$ , ( $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$ ), условия пространственного совмещения первых дифракционных максимумов получим в форме  $\gamma_0 = f_0 \lambda$ . Из

Этого соотношения может быть найден период синусоидальной решетки, который составит

$$d = \lambda / \sin \alpha. \quad (8.22)$$

При совмещении нулевого дифракционного максимума одной световой волны с первым дифракционным максимумом второй условия совмещения

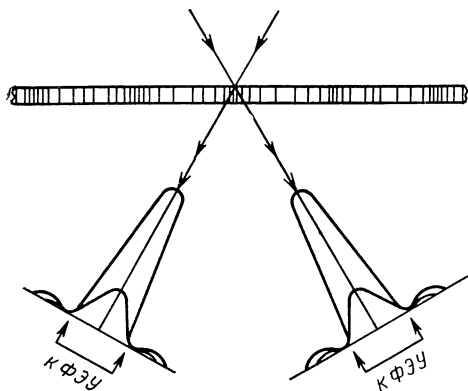


Рис. 8.28. Схема совмещения нулевого и первого дифракционных максимумов.

запишутся в виде  $x_{01} = \gamma_1 z = x_{02} = \gamma_2 z - f_0 \lambda z$ . Полагая, как и ранее, падающие волны симметричными относительно оси  $z$  ( $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$ ), находим условия совмещения как  $\gamma = f_0 \lambda / 2$ , откуда можно определить пространственный период синусоидальной решетки, осуществляющей совмещение нулевого дифракционного максимума одной волны с первым дифракционным максимумом второй, в форме

$$d = \lambda / 2 \sin \alpha. \quad (8.23)$$

Необходимо отметить, что в этом случае образуются



два направления совмещения наклонно падающих волн, соответствующие углам  $\alpha$  и  $-\alpha$  (рис. 8.28). В этих направлениях можно одновременно расположить два фотоприемника, выделяющих, например, сигнал биений наклонно падающих волн на выходе КОКГ. Пространственный период синусоидальной решетки при этом оказывается вдвое меньше, чем при совмещении первых дифракционных максимумов.

Рассмотренная выше синусоидальная дифракционная решетка играет роль пространственного периодического фильтра. Гармонический характер зависимости коэффициента пропускания от пространственной координаты обуславливает наличие только двух боковых дифракционных максимумов (двух боковых пространственных частот), что благоприятно сказывается на ее энергетических характеристиках. Для сравнения напомним, что дифракционная решетка с прямоугольным профилем обладает значительно большим набором дифракционных порядков, в каждый из которых ответвляется незначительная доля интенсивности падающей световой волны.

Однако практическое осуществление синусоидальных дифракционных решеток с большим числом линий на единицу длины до недавнего времени представляло весьма серьезную проблему. Положение изменилось с появлением и развитием голографии. Используя голографические методы записи на фоточувствительном материале достаточной разрешающей способности, удастся создать различные функциональные зависимости пропускания вдоль выбранных пространственных координат, в том числе и необходимую для пространственного совмещения гармоническую зависимость.

Действительно, если работать на линейном участке характеристической кривой фотоэмульсии, то ее амплитудное пропускание  $T(x, y)$  оказывается пропорционально выражению

$$T(x, y) = \kappa_0 [I(x, y)]^{-\frac{\xi}{2}}, \quad (8.24)$$

где  $I(x, y)$  — интенсивность падающей световой волны;  $\xi$  — коэффициент контрастности.

Если фотопластинку экспонировать в лучах двух наклонно падающих волн вида

$$e_1(x, y, z, t) = E_1 \cos \left[ \omega_r \left( t - \frac{x \sin \alpha_1}{c} + \frac{z \cos \alpha_1}{c} \right) \right],$$

$$e_2(x, y, z, t) = E_2 \cos \left[ \omega_r \left( t - \frac{x \sin \alpha_2}{c} + \frac{z \cos \alpha_2}{c} \right) \right],$$

то суммарную интенсивность в плоскости фотопластинки ( $z=0$ ) можно найти в виде

$$I(x, y) = \frac{1}{2} (E_1^2 + E_2^2) + E_1 E_2 \cos \left( 2 \frac{\omega_r}{c} x \sin \alpha \right).$$

Здесь принято  $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$ .

Полагая  $E_1 = E_2 = E$ , получаем, что после проявления фотопластинки ее коэффициент пропускания будет описываться выражением (8.24), которое преобразуем к виду

$$T(x, y) = \kappa_0 E^{-\xi} \left[ 1 + \cos \left( 2 \frac{\omega_r}{c} x \sin \alpha \right) \right]^{-\xi/2}.$$

Соответствующим выбором фотоматериала, экспозиции и режима обработки можно достичь значений  $\xi \approx -2$ . В этом случае амплитудное пропускание экспонированной фотоэмульсии составит

$$T(x, y) = \kappa_0 E^2 \left[ 1 + \cos \left( 2 \frac{\omega_r}{c} x \sin \alpha \right) \right]. \quad (8.25)$$

Для идеальной голограммы из условий физической реализуемости можно сделать вывод, что в наиболее светлых местах коэффициент пропускания не может быть больше единицы. С учетом этого, используя выражение (8.25), находим, что

$$\kappa_0 = 1/2E^2.$$

Теперь выражение (8.25) перепишем в форме

$$T(x, y) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( 2 \frac{\omega_r}{c} x \sin \alpha \right) \right]. \quad (8.26)$$

Таким образом, идеальная голограмма двух наклонно падающих волн равной интенсивности представляет собой гармонический пространственный фильтр с максимальным коэффициентом амплитудной модуляции  $m=1$ .

Чтобы голограмма с коэффициентом пропускания (8.26) могла выполнить пространственное совмещение двух наклонно падающих волн, выходящих из резонатора КОКГ, ее период должен удовлетворять условиям (8.22) или (8.23). Из этих условий можно найти требование к углам падения световых волн, формирующих голограмму.

Так, например, используя выражения (8.22) и (8.26), можно найти углы падения  $\alpha_r$  световых волн, синтезирующих синусоидальную решетку (голограмму) в виде

$$\alpha_r = \arcsin \left( \frac{\lambda_r}{2\lambda} \sin \alpha \right), \quad (8.27)$$

где  $\lambda_r$  — длина волны излучения, в котором сформирована синусоидальная решетка.

Если необходимо совместить световые волны, падающие под углом  $30^\circ$  к нормали синусоидальной решетки (такое падение соответствует выходу встречных волн из резонатора КОКГ с углом при вершине  $60^\circ$ ), то согласно выражению (8.27) можно найти, что при  $\lambda_r = \lambda$  голограмма должна формироваться в на-

клонных лучах; угол падения которых составляет  $14,5^\circ$ . Напомним, что при использовании такой голограммы в качестве пространственного фильтра будут совмещаться первые дифракционные порядки. Если голограмма сформирована с целью совмещения нулевого и первого дифракционных порядков согласно выражению (8.23), то условия ее синтеза при  $\lambda_r = \lambda$  можно получить в виде  $\alpha_r = \alpha$ .

При этом весьма существенным является то обстоятельство, что голограмма, выполняющая роль пространственного фильтра, может формироваться в тех же лучах, которые она предназначена совмещать (выходящих непосредственно из КОКГ).

Так как среднее пропускание идеальной амплитудной голограммы не может превосходить  $1/2$ , то при максимальной глубине модуляции, когда  $m=1$ , распределение интенсивности излучения в дифракционных максимумах соответствует отношению

$$I_0 : I_1 = \frac{1}{4} : \frac{1}{16}.$$

Поэтому в первые дифракционные максимумы, формируемые амплитудной голограммой, может отвечать не более  $6,25\%$  интенсивности падающей на голограмму волны. Если в направлении совмещенных в пространстве дифракционных максимумов установлен фотоприемник, выделяющий биения волн на выходе КОКГ, то, как было показано в гл. 6, сигнал разностной частоты пропорционален интенсивности суммарного поля. При совмещении первых дифракционных максимумов амплитуда сигнала биений будет пропорциональна произведению  $E_1 E_2 / 16$ .

Если же голограмма совмещает нулевой дифракционный максимум одной волны с первым дифракционным максимумом второй, то сигнал биений будет пропорционален произведению  $E_1 E_2 / 8$ , т. е. будет вдвое больше.

В заключение этого параграфа оценим селективные свойства амплитудной синусоидальной решетки. Согласно выражению (8.19), направления дифракционных максимумов  $\alpha_d$  могут быть найдены в виде  $\alpha_d = \arctg(\sin \alpha + f_0 \lambda)$ . Зависимость углов дифракции от длины волны падающего излучения определяет селективные свойства голограммы, которые можно оценить величиной

$$\frac{d\alpha_d}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} [\arctg(\sin \alpha + f_0 \lambda)].$$

Селективные свойства пространственного фильтра, каким является синусоидальная амплитудная решетка, позволяют избавиться от излучения, сопутствующего рабочей длине волны. Так например, легко может быть отфильтровано излучение на частотах 1,15 и 3,39 мкм, сопутствующее основному излучению 0,63 мкм гелий-неонового ОКГ. Характерно при этом, что если углы дифракции волны 0,63 мкм составляют 30°, то такая синусоидальная решетка оказывается непрозрачной для волны 3,39 мкм.

Пространственное совмещение наклонно падающих волн амплитудной гармонической решеткой принципиально не позволяет достичь высокой энергетической эффективности. Это обусловлено как значительным поглощением энергии падающих волн, так и незначительным их ответвлением в боковые дифракционные максимумы (не более 6,25%). Поэтому предельная амплитуда сигнала биений оказывается, как правило, незначительной. Более благоприятные условия могут быть реализованы при использовании фазовых пространственных фильтров, поглощение которых может быть сведено к минимуму.

Если амплитудную голограмму, полученную после проявления фотопластины, поместить в отбеливающий раствор, то в результате растворения серебра профиль голограммы окажется измененным. В местах

выделения металлического серебра появятся углубления, в результате чего амплитудные свойства голограммы будут трансформированы в фазовые [216]. При этом голограмма становится прозрачной и может обеспечить более благоприятные условия для пространственного совмещения наклонно падающих волн.

Функция пропускания фазового фильтра может быть представлена в виде

$$T(x, y) = \exp\left(i \frac{m}{2} \sin 2\pi f_0 x\right).$$

При освещении его наклонно падающей волной вида (8.14) распределение поля за голограммой может быть по аналогии с амплитудным фильтром получено в форме

$$\begin{aligned} E(x_0, y_0, z) = & \frac{4a^2 \exp(i k z) \exp\left[i \frac{k}{2z} (x_0^2 + y_0^2)\right]}{i\lambda z} \times \\ & \times \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q\left(\frac{m}{2}\right) \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda z} (x_0 - \gamma z - q f_0 \lambda z) \times \\ & \times \operatorname{sinc} \frac{2a}{\lambda z} (y_0 - \beta z). \end{aligned} \quad (8.28)$$

Таким образом, при падении световой волны на периодический фазовый фильтр в пространстве за ним энергия исходной световой волны перераспределяется между набором составляющих более высокого порядка. Распределение интенсивности световой волны в дифракционных максимумах за фазовым пространственным фильтром представлено на рис. 8.29 для двух значений индекса фазовой модуляции.

Как следует из выражения (8.28), интенсивность составляющей  $q$ -го порядка равна  $4a^2 J_q^2(m/2)$ , а угол дифракции, отсчитанный от нормали к фазовой голограмме, составит  $\alpha_q = \arctg(\sin \alpha - q f_0 \lambda)$ . При наклонном падении на фазовую голограмму двух световых

волн условия пространственного совмещения их дифракционных максимумов запишем в виде

$$\arctg(\sin \alpha_1 - q_1 f_0 \lambda) = \arctg(\sin \alpha_2 - q_2 f_0 \lambda).$$

Из этого выражения можно найти пространственный период фазового фильтра, совмещающего  $q_1$  дифрак-

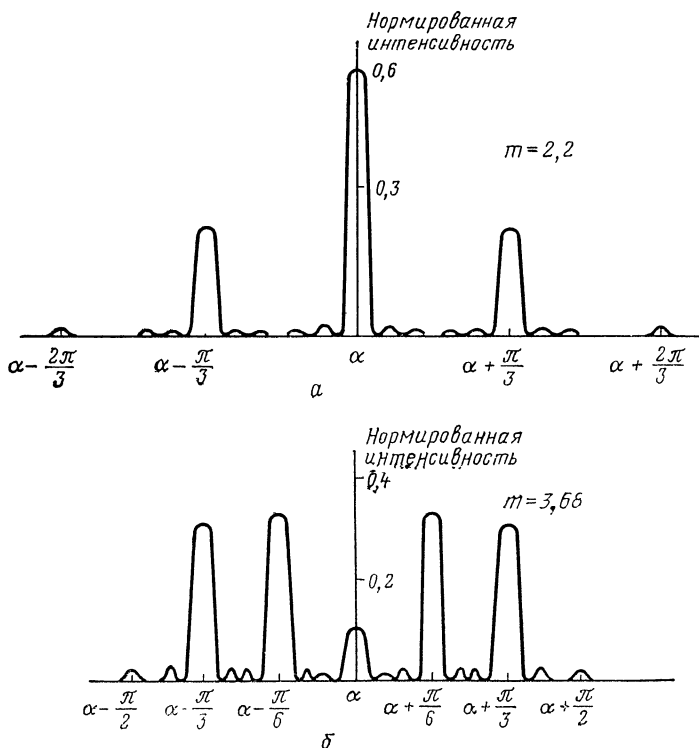


Рис. 8 29. Характер распределения интенсивностей в дифракционных максимумах при индексах фазовой модуляции  $m$ , равных 2,2 (а) и 3,68 (б).

ционный порядок первой волны и  $q_2$  порядок второй волны, который составит

$$d = \frac{\lambda (q_1 - q_2)}{\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2}, \quad (8.29)$$

Если фазовый пространственный фильтр совмещает первые дифракционные максимумы ( $q_1 = -q_2 = 1$ ), а  $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$ , то выражение (8.29) совпадает с соотношением (8.22), определяющим период амплитудной синусоидальной решетки.

Аналогичное совпадение имеет место при совмещении нулевого и первого дифракционных максимумов фазовым фильтром, когда  $q_1 = 1$ ,  $q_2 = 0$ . В этом случае пространственный период фазового фильтра

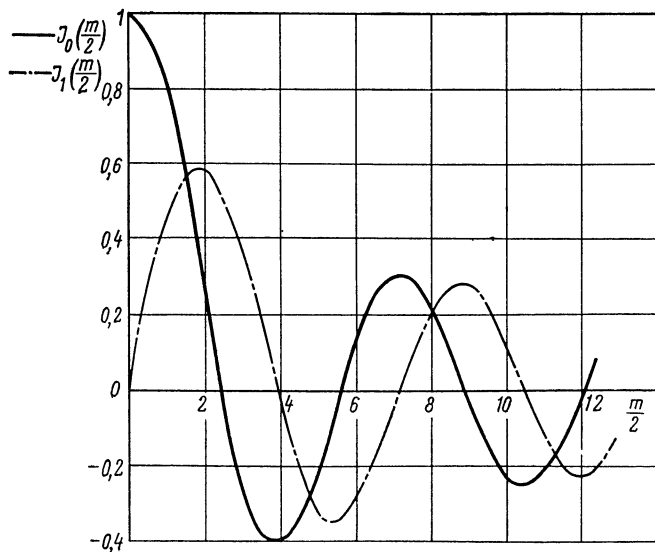


Рис. 8.30. Зависимость нормированного распределения поля в дифракционных максимумах от индекса фазовой модуляции.



составляет  $d = \lambda/2 \sin \alpha$ . Следовательно, условия формирования фазовых пространственных фильтров совпадают с условиями формирования амплитудных фильтров, выполняющих функции пространственного совмещения дифракционных максимумов.

Анализ выражения (8.28) показывает, что интенсивность в дифракционных максимумах определяется при прочих равных условиях индексом фазовой модуляции  $m$ . Эта зависимость для нулевого и первого дифракционных порядков представлена на рис. 8.30. Она позволяет определить наилучшие соотношения между совмещенными в пространстве световыми волнами на выходе КОКГ при выделении сигнала разностной частоты. Так как сигнал биений, выделяемый фотоприемником, пропорционален интенсивности суммарного поля совмещаемых дифракционных максимумов, то при совмещении первых дифракционных порядков он будет определяться величиной  $J_1^2(m/2)$ , а при совмещении нулевого и первого порядков будет зависеть от произведения  $J_0(m/2)J_1(m/2)$ . Максимальное значение этих произведений и будет характеризовать энергетическую эффективность пространственного фазового фильтра, осуществляющего совмещение наклонно падающих волн для выделения сигнала биений. На рис. 8.31 приведены зависимости произведений  $J_0(m/2)J_1(m/2)$  и  $J_1^2(m/2)$  от индекса фазовой модуляции. Первое из этих произведений достигает максимума при  $m=2,2$ , второе — при  $m=3,68$ . При этом максимумы этих функций имеют близкое значение.

Следует при этом отметить, что фазовый пространственный фильтр, совмещающий нулевой и первый дифракционные максимумы, оказывается наиболее эффективным при меньших значениях глубины модуляции ( $m=2,2$ ), чем фильтр, совмещающий первые дифракционные порядки, для которого  $m=3,68$ . Однако пространственный период последнего фильтра ока-

зывается вдвое больше, что позволяет использовать фотоматериалы с меньшей разрешающей способностью.

Изложенный метод пространственного совмещения наклонно падающих волн на выходе КОКГ подтвер-

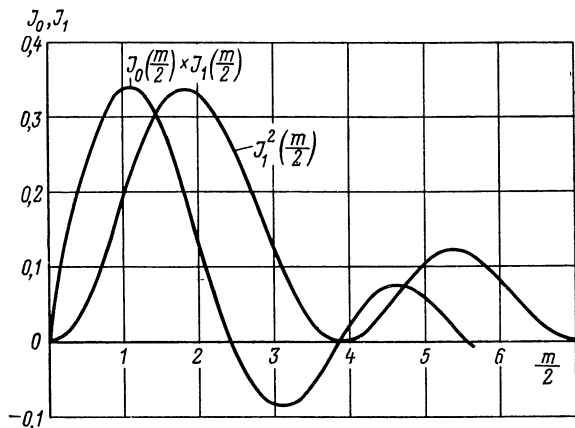


Рис. 8.31. Зависимость нормированного распределения амплитуды сигнала биений от индекса фазовой модуляции.

жден экспериментальными исследованиями на амплитудных и фазовых синусоидальных пространственных фильтрах (голограммах), которые были получены в наклонно падающих лучах на фотопластинках «Микрат-ВР».

После проявления такая голограмма представляет собой амплитудный гармонический фильтр, функция пропускания которого описывается соотношением (8.15). Отбеленная амплитудная голограмма по своим свойствам оказывается близка к фазовому периодическому фильтру.

Изменение интенсивностей излучения в дифракционных максимумах в функции угла падения свето-

вой волны на голограмму показало, что наблюдается перераспределение интенсивности между различными дифракционными порядками, как это представлено на рис. 8.32 и 8.33 для амплитудного пространственного фильтра. На этих рисунках показаны результаты регистрации интенсивности света в дифракционных

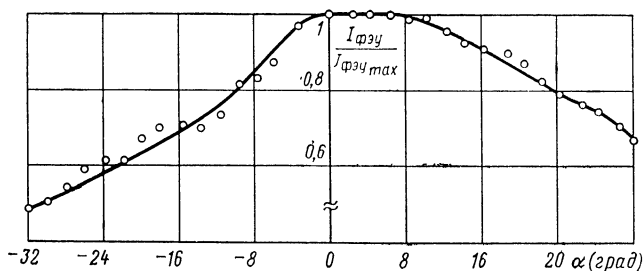


Рис. 8.32. Зависимость нормированной интенсивности в нулевом дифракционном максимуме амплитудного гармонического фильтра от угла падения световой волны.

максимумах при изменении угла падения световой волны на периодическую структуру (амплитудную голограмму). Измерения проводились компенсационным методом и результаты нормированы по максимальной интенсивности, регистрируемой по току фотомножителя. Характерно, что если при вариациях угла падения изменение интенсивности в центральном максимуме оказывается незначительным, то интенсивность в первых дифракционных порядках изменяется весьма существенно (рис. 8.33). Такой характер распределения интенсивности в функции угла падения можно, очевидно, объяснить конечной толщиной реальной голограммы. В этом случае волна, распространяющаяся под большим углом к нормали, испытывает большее ослабление, чем волна, дифрагирующая под меньшим углом. Это может быть использовано

для изменения интенсивности совмещаемых лучей путем незначительного поворота амплитудной решетки вокруг нормали к плоскости падения совмещаемых лучей и позволяет регулировать величину сигнала биений КОКГ, снимаемых с выхода фотоприемника.

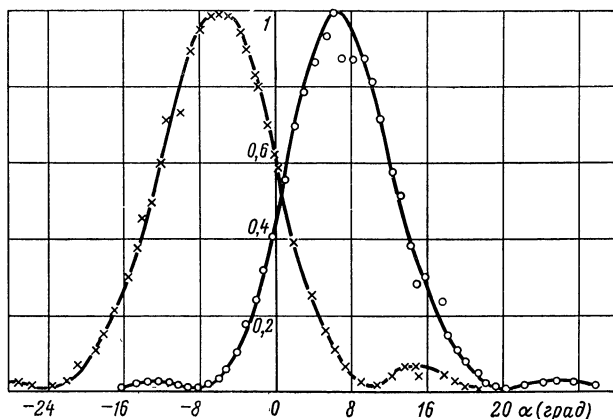


Рис. 8.33. Характер распределения нормированной интенсивности  $I_{\text{фэу}}/I_{\text{фэу max}}$  гармонического фильтра при различных углах падения световой волны.

С помощью описанного амплитудного пространственного фильтра было достигнуто совмещение встречных волн на выходе КОКГ и получен устойчивый сигнал биений на нагрузке фотоприемника. Однако невысокая энергетическая эффективность амплитудной голограммы (в первый дифракционный максимум в процессе эксперимента отсвечивалось около 0,5% интенсивности падающей волны) не позволила произвести надежную оценку отношения сигнал/шум на выходе фотоприемника и оценить селективные свойства амплитудного фильтра.

Исследование фазового пространственного фильтра показали, что соотношение интенсивности в дифракционных порядках удовлетворяет выражению

$$I_0 : I_1 : I_2 \approx 0,6 : 0,12 : 0,01.$$

Максимумы более высоких порядков зарегистрировать не удалось. Такой угловой спектр соответствует значению индекса фазовой модуляции  $m \approx 2$ .

Энергетическая эффективность фазового фильтра оказалась значительно выше, чем эффективность амплитудного пространственного фильтра (среднее пропускание фазовой голограммы составило около 35%, тогда как среднее пропускание амплитудной голограммы было менее 15%). Это обстоятельство позволило наблюдать улучшение отношения сигнал/шум в процессе выделения сигнала биений КОКГ на выходе фотоприемника, установленного за фазовым фильтром. Это обстоятельство подтверждает наличие селективных свойств периодической структуры.

Интересно также отметить, что дифракция падающей на фазовую голограмму волны могла наблюдаться не только в проходящем, но и в отраженном свете. При этом в первый дифракционный максимум отвечало около 0,8% интенсивности падающей волны, а суммарное отражение составляло 7%.

Для фазовой голограммы, так же как и для амплитудной, характерно резкое изменение интенсивности в высших дифракционных порядках при вариациях угла падения световой волны (рис. 8.34). Это обстоятельство еще раз подчеркивает необходимость учета конечной толщины эмульсии реальных фотоматериалов. В качестве примера можно указать, что у широко используемых пластинок «Kodak 649F» толщина эмульсии составляет 16 мкм [217, 218], что может намного превышать пространственный период гармо-

нического фильтра, если он формировался при углах падения световых волн более  $10^\circ$ .

В заключение этого параграфа приведем характеристики фотоматериалов, которые могут быть рекомендованы для изготовления пространственных периодических фильтров.

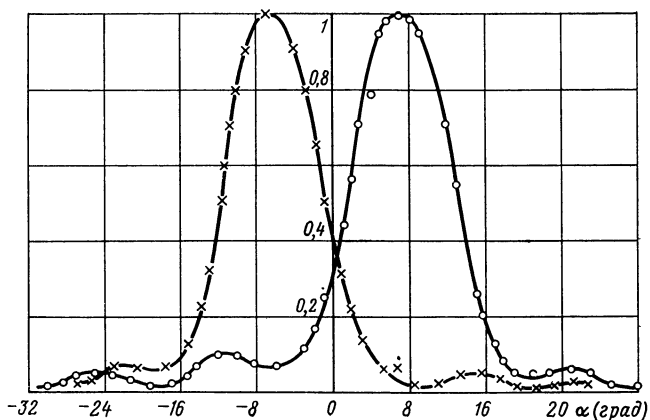


Рис. 8.34. Характер распределения нормированной интенсивности в первых дифракционных максимумах фазового гармонического фильтра при различных углах падения световой волны.

Из табл. 8.1 следует, что ассортимент фотоматериалов, разрешающая способность которых позволяет использовать их для синтеза пространственных фильтров, достаточно велик. С их помощью можно осуществить пространственный фильтр, способный совместить наклонно падающие световые волны при любых встречающихся на практике углах выхода встречных волн из резонатора КОКГ.

Приведенное рассмотрение амплитудных и фазовых периодических структур, несомненно, не является

исчерпывающим. Не были освещены, например, вопросы влияния собственных шумов голограммы, используемой в качестве пространственного фильтра,

Таблица 8. 1

Фотоматериалы	Предельная пространственная частота, лин/мм	Чувствительность, эрг/см <sup>2</sup> ( $\lambda=0,63$ мкм)
Kodak 649 F	5000	300
Микрат-900	2800	50...100
Микрат-ВР	2000	50...100
Пленки фирмы „Агфа Геверт“		
Сентиа: 8Е 75	3000	200
8Е 70	3000	200
10Е 75	2800	50

не учитывалась роль высших гармонических составляющих реального фильтра и другие факторы, которые составляют предмет анализа собственно голографии. Однако приведенных сведений, по нашему мнению, достаточно, чтобы показать плодотворность использования достижений голографии в квантовой гирископии.

### 8.5. Стабилизация периметра резонатора

Анализ амплитудно-частотных характеристик КОКГ, приведенный в гл. 3, показывает, что между встречными волнами существует связь, величина которой зависит от расстройки резонатора относительно центра линии усиления. Если в процессе работы КОКГ расстройка относительно центра линии будет изменяться, например, из-за изменения температуры резонатора, то это может привести к снижению стабильности частоты биений встречных волн и к ряду нежелательных явлений. Для достижения хорошей

воспроизводимости и стабильности разностной частоты необходима стабилизация периметра резонатора с высокой точностью. Такая стабилизация может быть выполнена не только путем термостатирования всего резонатора, как отмечалось выше, но и под-

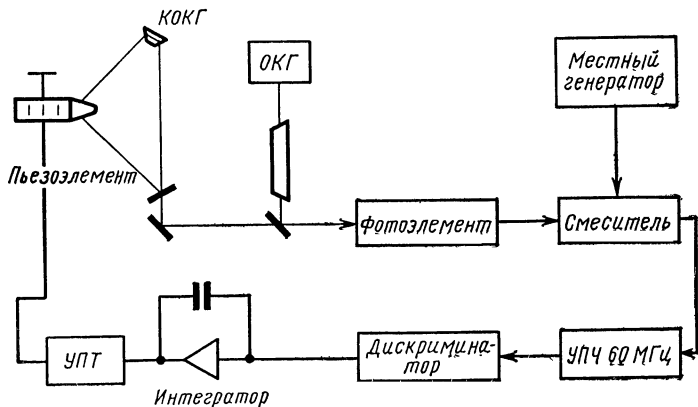


Рис. 8.35. Схема стабилизации периметра по опорному стабильному ОКГ.

стройки его периметра относительно выбранной точки на огибающей контура усиления активной среды. Последний метод представляется более перспективным, поэтому рассмотрим некоторые его схемные решения.

В работе [164] описывается система стабилизации периметра. Режим стабилизации периметра осуществлялся с помощью вспомогательного линейного ОКГ (рис. 8.35), выполненного из массивного кварцевого блока и обеспечивающего относительную стабильность колебаний не хуже  $10^{-8}$ . Стабилизация частоты КОКГ достигалась гетеродированием его сигнала и сигнала опорного линейного ОКГ.



Сигнал биений являлся сигналом ошибки и после преобразования с помощью местного гетеродина служил для управления пьезокерамикой, связанной с одним из зеркал кольцевого резонатора. При такой системе стабилизации периметра удалось измерять угловые скорости с точностью примерно  $0,2^\circ/\text{ч}$ .

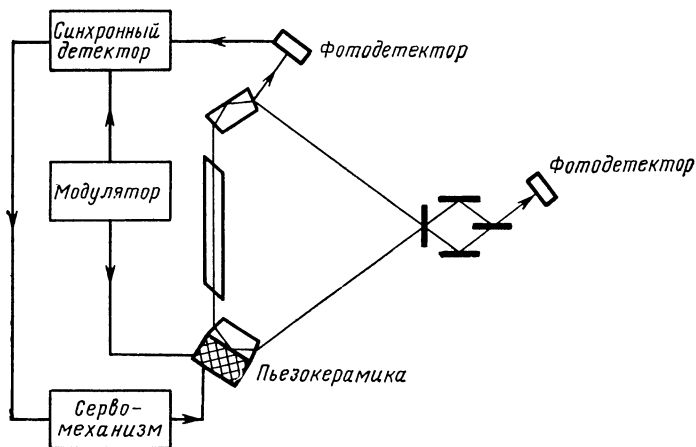


Рис. 8.36. Схема автоподстройки периметра.

В научно-исследовательском центре французской фирмы CGE разработана методика стабилизации размеров резонатора с помощью петли обратной связи [219] (рис. 8.36). Периодическое изменение длины резонатора, осуществляемое с помощью пьезокерамики, питаемой от модулятора, дает возможность получить сигнал ошибки и замкнуть цепь обратной связи. Полученная стабильность периметра резонатора КОКГ позволяет уже сейчас проводить измерения скоростей вращения с высокой точностью, например определять скорость суточного вращения Земли с точностью порядка  $0,01^\circ/\text{ч}$ .

# МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ КОГЕРЕНТНЫМИ ОПТИЧЕСКИМИ ГИРОСКОПАМИ

## 9.1. Технические характеристики оптических гироскопов

Частотная форма выходного сигнала, линейность характеристики, большой динамический диапазон и малое влияние линейных ускорений делают весьма перспективным применение лазерного гироскопа в системах космической и морской навигации, геодезии и измерительной технике.

Условия работы навигационных систем, особенно тех из них, которые требуют длительной непрерывной и автономной работы, где присутствие человека и его вмешательство либо ограничено, либо исключено, определяют все возрастающие требования к их оборудованию. Точность автономных систем навигации и область их практического применения в настоящее время в значительной степени зависят от величины погрешности и срока службы используемых гироскопов.

Первое широкое внедрение гироскопических приборов в навигационные и геодезические системы связаны с изобретением электродвигателей и шарикоподшипников в начале XX в. Однако их точности оказались недостаточными и на первый план выдвинулись поплавковые гироскопы, которые и в настоящее время широко применяются в точных гироскопических системах. Одновременно с поплавковыми получили развитие гироскопы с газовым подвесом ротора. Основная тенденция развития современных гироскопов, имеющих механический носитель кинетического момента, состоит в уменьшении их погрешностей путем совершенствования опор ротора и под-

веса. Их потенциальная точность, ограничиваемая молекулярными тепловыми шумами, оценивается величиной  $10^{-4}^\circ/\text{ч}$  [220].

Следующий шаг в развитии преобразователей ориентировки и угловой скорости состоял в замене твердого ротора жидкостным [221] или выполненным в виде облака заряженных частиц [220]. Отличительными особенностями таких датчиков является простота конструкции, высокая надежность, выбропрочность и сравнительно невысокая стоимость. Однако они уступают по чувствительности гироскопам, использующим электрический и магнитный подвесы ротора в вакууме.

Большую группу гироскопов образуют ядерные преобразователи информации об угловой скорости. В основе их работы лежит использование ядерных механических и магнитных моментов, которые являются не результатом принудительного вращения тел, а присущи микрочастицам, входящим в состав ядер. Благодаря этому отпадает ряд трудностей технологического порядка по изготовлению, подвесу и питанию основной детали гироскопа — вращающейся механической массы. Основные трудности на пути практической реализации ядерного датчика угловой скорости связаны с необходимостью измерения малых приращений частоты. Так, например, при чувствительности  $0,01^\circ/\text{ч}$  измерительная аппаратура должна регистрировать изменение частоты  $10^{-8}$  Гц в частоте прецессии  $10^3 \dots 10^7$  Гц.

Краткий анализ возможных принципов построения гироскопов не исчерпывает всего многообразия явлений, которые могут быть использованы для регистрации угловой скорости.

В настоящее время выявлено более 100 различных физических явлений и принципов, на базе которых возможно создание гироскопа. Перспективы применения различных датчиков угловой скорости определя-

ются степенью научного и технологического освоения различных физических явлений, которые позволяют получить определенные технические характеристики. Поэтому, прежде чем рассматривать возможности практического использования квантовых оптических гироскопов, целесообразно оценить их характеристики.

Независимо от области практического применения КОКГ информативным параметром является, как правило, частота биений встречных волн. Поэтому подавляющее большинство характеристик КОКГ может быть оценено на основе анализа поведения частоты биений встречных волн. При этом следует учитывать, что наличие области захвата у КОКГ приводит к необходимости использования некоторого начального разнеса частот, в связи с чем нулевому значению измеряемой величины, например угловой скорости, может соответствовать не нулевое значение информативного параметра.

Перспективы использования КОКГ в системах автономной навигации, ориентации и геодезических приборах определяют повышенный интерес к ним прежде всего как датчикам угловой скорости, поэтому их технические характеристики рассмотрим прежде всего с точки зрения оптической гироскопии.

К числу основных характеристик лазерного гироскопа можно отнести: потенциальную точность измерения угловой скорости, величину масштабного коэффициента, дрейф нуля, область однозначного отсчета, линейность характеристики и др.

Рассмотрим эти характеристики более подробно.

*Потенциальная точность* была определена в гл. 1 как минимально регистрируемая величина угловой скорости, которая может быть вычислена по выражениям (1.19) или (1.20). Если воспользоваться этими соотношениями, то нетрудно сделать вывод, что потенциальная точность лазерного гироскопа определя-

ется величиной масштабного коэффициента  $k$ , отношением сигнал/шум на выходе фотоприемника  $N_0/\mathfrak{Z}$ , временем измерений  $T$ . Кроме того, как показано в гл. 5, потенциальная точность зависит от ширины спектральных линий встречно бегущих волн. Оценим относительную потенциальную точность измерения угловой скорости суточного вращения Земли вокруг своей оси лазерным гироскопом, ось чувствительности которого совпадает с направлением на полюс планеты при следующих исходных данных: длина плеча треугольного резонатора 107 см, (периметр 321 см), отношение энергии сигнала к спектральной плотности помехи  $2\mathfrak{Z}/N_0=40$  дБ, время измерений  $T=1$  с, длина волны излучения  $\lambda=0,63$  мкм. В этом случае найдем

$$\frac{\sigma_{\Omega}}{\Omega_3}=3,9 \cdot 10^{-5},$$

где  $\Omega_3=7,29 \cdot 10^{-5}$  рад/с — угловая скорость суточного вращения Земли.

Потенциальная точность лазерного гироскопа может быть повышена не только увеличением размеров резонатора, но и увеличением отношения площади контурного резонатора к его периметру, что определяется конфигурацией резонатора. Другим резервом повышения потенциальной точности является переход к более коротким длинам волн, например рентгеновским. Однако при этом возникают трудности при построении кольцевых резонаторов, отражателями которых могут служить кристаллографические плоскости монокристаллов [222].

Следует отметить, что при использовании излучения на наиболее распространенной длине волны  $\lambda=0,63$  мкм существует ограничение в повышении потенциальной точности из-за увеличения отношения сигнал/шум. Это связано с тем, что усиление активной гелий-неоновой среды на этой длине волны оказывается незначительным, поэтому и за пределы ре-

зонатора не может быть выведена значительная часть энергии, запасенной в его электромагнитном поле.

Область однозначного отсчета можно определить как диапазон измеряемых угловых скоростей, внутри которого каждому значению угловой скорости соответствует единственное значение разностной частоты. Величина области однозначно измеряемых угловых скоростей может быть оценена по частотному сдвигу между соседними продольными видами колебаний резонатора. Если принять, что в КОКГ разность частот продольных видов колебаний составляет величину

$$\nu_L = c / \sum_i l_i n_i, \text{ где } \sum_i l_i n_i —$$

оптическая длина периметра КОКГ, то нетрудно заметить, что принципиально возможно однозначное измерение угловых скоростей вращения, для которых частота биений удовлетворяет условию  $F \leq 0,5\nu_L$ , где  $F = 4\Omega S / \lambda \sum_i l_i n_i$ . Отсюда максимальная величина измеряемой угловой скорости составит  $\Omega_{\max} \leq c\lambda / 8S$ .

Принимая минимальную величину измеряемой угловой скорости  $\Omega_{\min} \approx 0$ , найдем область однозначного отсчета когерентного оптического гироскопа в виде  $\Omega_{\max} - \Omega_{\min} \leq c\lambda / 8S$ .

Для гироскопа с периметром резонатора  $L = 3$  м область однозначного отсчета угловых скоростей  $\Omega_{\max} - \Omega_{\min}$  составит около 24 рад/с. По мере уменьшения периметра резонатора область однозначного отсчета расширяется.

В практических конструкциях стремятся к достижению одночастотного режима генерации, для чего выбирается незначительное превышение усиления над порогом. Это в ряде случаев, особенно в КОКГ с большим периметром резонатора, может привести к сужению динамического диапазона, величину которого можно без труда оценить по форме контура линии усиления активной среды.

Нелинейность характеристики можно определить как изменение величины масштабного коэффициента лазерного гироскопа при вариациях измеряемой угловой скорости.

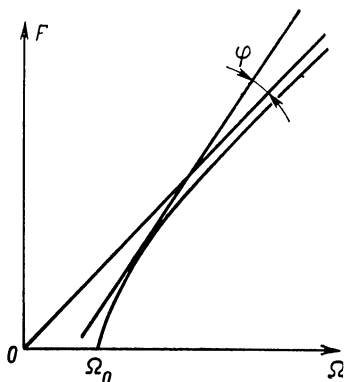


Рис. 9.1. К определению нелинейности характеристики лазерного гироскопа.

Непостоянство масштабного коэффициента, связывающего частоту биейных встречных волн и измеряемую угловую скорость, количественно можно характеризовать углом  $\varphi$  отклонения реальной характеристики лазерного гироскопа от линейной, которая соответствует постоянному значению масштабного коэффициента (рис. 9.1).

Нелинейность характеристики лазерного гироскопа наиболее сильно проявляется вблизи зоны захватывания, где величина угла  $\varphi$  может быть найдена на основании соотношения (4.24):

$$\varphi = \arctg k - \arctg[\Omega k^2(\Omega^2 k^2 - \eta^2)^{-1/2}],$$

где  $k = 4S/\lambda L$  — масштабный коэффициент КОКГ.

Анализ этого выражения показывает, что нелинейные явления определяются прежде всего степенью связи встречных волн, в уменьшении которой имеются вполне определенные ограничения. Для уменьшения влияния нелинейности, что особенно важно при измерении небольших угловых скоростей, рабочую точку лазерного гироскопа выводят на линейный участок с помощью одного из способов, рассмотренных в гл. 7. При этом, как правило, стремятся к выполнению условия  $(\Omega + \Omega_0)k \gg \eta$ , где  $\Omega_0$  — эквивалентная

скорость вращения лазерного гироскопа, создаваемая, например, невзаимным элементом.

Кроме того, при больших угловых скоростях, которым соответствуют высокие значения частоты биений встречных волн, нелинейность может обуславливаться недостаточной полосой пропускания исполь-

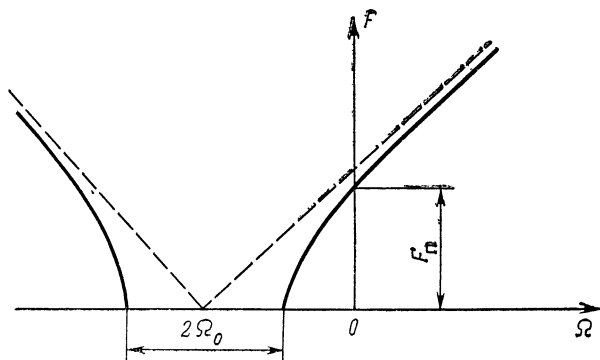


Рис. 9.2. Смещение рабочей точки лазерного гироскопа.

зуемых фотоприемников и усилителей. В частности, при скорости вращения лазерного гироскопа  $10^8$ °/ч полоса пропускания схемы выделения сигнала биений должна составлять около 100 МГц [22].

По результатам исследований лазерного гироскопа французской фирмы CGE [219] отклонение от линейной зависимости составляет менее  $10^{-4}$  при измерении угловых скоростей от нескольких сот градусов в час до  $10^7$ °/ч.

*Смещение нуля* определяется значением разностной частоты на выходе лазерного гироскопа  $F_n$ , соответствующем нулевой величине измеряемой угловой скорости. Наличие зоны захватывания встречных волн приводит к тому, что лазерный гироскоп, как правило, работает со смещением (рис. 9.2). Исключе-



ние составляет режим измерения больших угловых скоростей, при которых частота биений встречных волн значительно превышает область захвата, а также измерение угловых скоростей лазерным гироскопом, совершающим колебательное движение вокруг от чувствительности, как это было описано в гл. 7.

*Воспроизводимость* — показатель того, как лазерный гироскоп определенного типа будет повторять результаты измерения одной и той же угловой скорости от образца к образцу или от включения к включению. Воспроизводимость от образца к образцу может определяться разбросом параметров гироскопов, обусловленных погрешностями технологии и юстировки. Так, неточности изготовления резонаторов приводят к разбросу значений масштабных коэффициентов. От включения к включению воспроизводимость может изменяться вследствие изменения периметра резонатора, колебаний показателя преломления среды между включениями, вариаций температуры и др.

*Нестабильность* — степень изменения частоты сигнала биений лазерного гироскопа в течение определенного интервала времени при фиксированном значении измеряемой угловой скорости. При определении нестабильности необходимо указывать интервал времени, в течение которого производились измерения. В соответствии с этим может быть введено понятие долговременной и кратковременной нестабильности. Кратковременная нестабильность определяется, как правило, за достаточно короткий промежуток времени, при котором долговременные изменения пренебрежимо малы.

Кратковременная и долговременная нестабильности лазерного гироскопа вызываются различными причинами. Высокочастотные флуктуации источников питания, тепловые шумы резонатора, вариации подмагничивающего поля невзаимного элемента приводят к кратковременной нестабильности.

Долговременная нестабильность гироскопа, выполненного в едином кварцевом или ситалловом блоке, может вызываться изменением периметра резонатора (и его площади) в результате «залечивания» микротрещин на поверхности резонатора, возникающих в процессе обработки, изменением механических напряжений, создаваемых элементами конструкции резонатора, структурными изменениями в кристаллической решетке материала резонатора. Существенное влияние на долговременную нестабильность гироскопа оказывают вариации температуры, несмотря на то, что коэффициент линейного расширения таких материалов, как инвар, плавленый кварц, ситалл и др., из которых изготавливают резонатор, составляет всего лишь  $10^{-7} \dots 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Для компенсации уменьшения активного вещества в результате его поглощения стенками резонатора к рабочему объему присоединяют буферные баллоны с газом, что также уменьшает долговременную нестабильность.

Как нестабильность, так и воспроизводимость лазерного гироскопа можно выражать не только через частоту биений, но и через соответствующие этим биениям вариации регистрируемой угловой скорости, величина которой находится по известному масштабному коэффициенту гироскопа.

В этом случае по аналогии с соответствующими параметрами механических гироскопов можно говорить о дрейфовых характеристиках гироскопа, которые определяют отличие измеренного значения угловой скорости от истинного. Так например, скачку разностной частоты  $\Delta F$  будет соответствовать дрейф гироскопа с угловой скоростью  $\Delta\Omega = \Delta F/k$ , где  $k$ —масштабный коэффициент.

В заключение в качестве примера рассмотрим результаты испытаний лазерного гироскопа, являющегося одним из чувствительных элементов трехосной си-

стемы фирмы Sperry [26]. Размеры трехосной системы: диаметр 25,4 см, высота 17,6 см, масса менее 6 кг. Каждый датчик представляет собой лазерный гироскоп, имеющий треугольный резонатор со стороной 12,7 см.

Для определения воспроизводимости гироскопа были проведены испытания, в результате которых оценивался характер изменения частоты биений от включения к включению одного и того же образца. При этом гироскоп устанавливался на фиксированном в пространстве основании, которое вращалось со стабильной контролируемой скоростью. Каждое новое включение испытуемого прибора начиналось только после возвращения его параметров к исходным значениям, для чего гироскоп отключался от источников питания и охлаждался.

Нестабильность оценивалась путем измерения вариаций разностной частоты гироскопа за различные промежутки времени и по результатам измерений строились кривые изменения частоты биений при фиксированных параметрах датчика и неизменной скорости вращения.

Все частотные измерения пересчитывались через известную величину масштабного коэффициента к соответствующим скоростным характеристикам: воспроизводимости скорости вращения и величине нестабильности скорости вращения или дрейфовыми характеристиками.

В результате испытаний были получены следующие характеристики:

- воспроизводимость от оборота к обороту  $\pm 0,2^\circ/\text{ч}$ ,

- скорость дрейфа в течение первого часа после включения  $0,4^\circ/\text{ч}$ ,

- скорость дрейфа в течение последующих четырех часов работы не более  $0,05^\circ/\text{ч}$ ,

- стабильность дрейфа после часа работы  $\pm 0,1^\circ/\text{ч}$ .

Приведенные характеристики лазерных гироскопов не являются исчерпывающими, но и по ним можно судить, что одновременное достижение удовлетворительных параметров КОКГ в одном образце оказывается затруднительным. Поэтому специфику требований к лазерному гироскопу в каждом конкретном случае следует рассматривать особо. Так, при использовании его в качестве непосредственного измерителя угловой скорости (тахометра) основную роль может играть знание номинала масштабного коэффициента и его стабильность. При построении следящих систем с нулевым программным значением определяющим может оказаться минимальная погрешность нулевого положения, а жестких требований к постоянству масштабного коэффициента можно не предъявлять.

## 9.2. Особенности измерения произвольного вектора угловой скорости лазерными гироскопами

При измерении произвольного вектора угловой скорости информативный параметр на выходе гироскопа оказывается пропорционален согласно выражению (2.74) проекции этого вектора на его ось чувствительности  $\vec{n}$ . Другими словами, выходной сигнал гироскопа определяется потоком вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$  через поверхность, ограниченную периметром кольцевого резонатора

$$F = \frac{4}{\lambda L} \oint \vec{\Omega} d\vec{S}. \quad (9.1)$$

Из выражения (9.1) видно, что если измеряемый вектор  $\vec{\Omega}$  не совпадает с осью чувствительности  $\vec{n}$  гироскопа, когда  $\cos \vec{\Omega} d\vec{S} \neq 1$ , то для измерения произвольного вектора угловой скорости, который может быть однозначно задан тремя своими ортогональными

составляющими, необходимо располагать по крайней мере тремя гироскопами, на оси чувствительности которых и может быть разложен произвольный вектор  $\vec{\Omega}$ . В случае, когда оси чувствительности лазерных гироскопов образуют ортогональную тройку векторов,

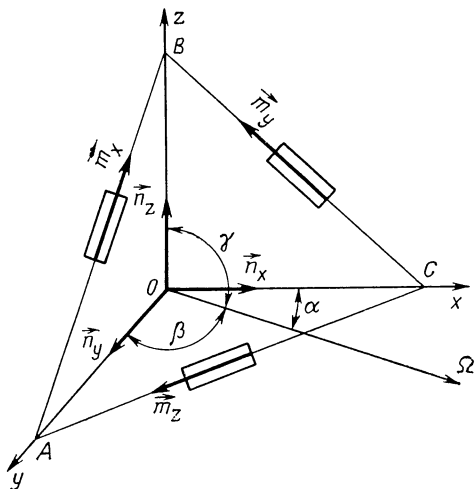


Рис. 9.3. Ориентация осей чувствительности трехконтурного датчика.

как это показано на рис. 9.3, модуль произвольного вектора угловой скорости и его направляющие косинусы могут быть найдены в виде

$$\Omega = [(F_x/k_x)^2 + (F_y/k_y)^2 + (F_z/k_z)^2]^{1/2}, \quad (9.2)$$

$$\cos \alpha = F_x/k_x\Omega, \quad \cos \beta = F_y/k_y\Omega, \quad \cos \gamma = F_z/k_z\Omega, \quad (9.3)$$

где  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  — частоты биений на выходе гироскопов, оси чувствительности которых направлены вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно;  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  — масштабные коэффициенты.

Если измерения сопровождаются независимыми случайными ошибками  $\sigma_{\Omega_x}$ ,  $\sigma_{\Omega_y}$ ,  $\sigma_{\Omega_z}$ , то суммарная ошибка определения модуля вектора угловой скорости составит

$$\sigma_{\Omega} = (\sigma_{\Omega_x}^2 + \sigma_{\Omega_y}^2 + \sigma_{\Omega_z}^2)^{1/2}.$$

Аналогично может быть найдена ошибка определения направляющих косинусов.

Несомненным достоинством трехстепенной конструкции лазерного гироскопа является автономность работы каждого датчика и сравнительная простота обработки результатов измерений. Вместе с тем следует отметить, что алгоритмы вычислений (9.2), (9.3) справедливы для лазерных гироскопов, у которых отсутствуют перекрестные искажения. Если же в конструкции лазерного гироскопа предусмотрено создание начального разнеса частот на основе эффектов Фарадея или Зеемана или любых других эффектов, реализация которых предполагает использование встречных волн с циркулярной поляризацией, то, как показано в гл. 7, лазерный гироскоп оказывается чувствительным к составляющим вращения, которые параллельны плоскости резонатора. При этом выражения для частот биений на выходе гироскопа могут быть представлены в форме

$$\begin{vmatrix} F_x - F_{xp} \\ F_y - F_{yp} \\ F_z - F_{zp} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_x & m_{xy} & m_{xz} \\ m_{yx} & k_y & m_{yz} \\ m_{zx} & m_{zy} & k_z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{vmatrix}, \quad (9.4)$$

где  $F_{xp}$ ,  $F_{yp}$ ,  $F_{zp}$  — частоты начального разнеса частот лазерных гироскопов;  $m_{xy}$ ,  $m_{zx}$  — масштабные коэффициенты, учитывающие чувствительность лазерного гироскопа с масштабным коэффициентом  $k_x$  к угловым скоростям  $\Omega_y$  и  $\Omega_z$ .

Аналогично определяются коэффициенты  $m_{yx}$ ,  $m_{yz}$ ,  $m_{zx}$ ,  $m_{zy}$ . Совершенно очевидно, что в этом случае

ошибки трехкомпонентных лазерных гироскопов уже не могут считаться независимыми. Для уменьшения влияния перекрестных искажений можно предположить по крайней мере три направления. Первое из них связано с использованием таких конструкций гироскопов и их узлов (например, невзаимных элементов), которые исключают или существенно уменьшают влияние перекрестных искажений. Анализ этого направления был частично сделан в гл. 7, где рассмотрены дифференциальные схемы невзаимных элементов, одновременно исключаящих влияние перекрестных искажений и внешних магнитных полей.

Второе направление связано либо с охватом трех лазерных гироскопов обратными связями по соответствующим каналам для исключения влияния бинормальных для каждого датчика составляющих угловой скорости либо с обработкой результатов измерений по алгоритму, учитывающему влияние перекрестных связей. Наконец, третье направление предполагает отказ от трехстепенных вариантов измерителя и переход к таким методам измерений, которые снижают влияние ряда ошибок, присущих лазерному гироскопу. Такая возможность в общем случае возникает, когда совокупность измеряемых параметров обладает некоторой избыточностью и позволяет использовать дополнительную информацию для коррекции ошибок метрической системы.

Применительно к лазерному гироскопу, используемому в системах, где не требуется измерять модуль вектора угловой скорости или где к точности его измерения не предъявляются жестких требований, целесообразно использовать относительные методы измерений, благодаря которым может быть наилучшим образом использовано основное достоинство лазерного гироскопа — большой масштабный коэффициент.

Можно указать достаточно широкий круг задач, решение которых связано с определением только

пространственной ориентации произвольного вектора угловой скорости. К их числу следует отнести: определение направления истинного меридиана и географических координат на поверхности планеты.

Вполне естественно, что принципы построения оптических когерентных систем, предназначенных для определения только направления произвольного вектора угловой скорости, могут существенно отличаться от принципов построения систем на базе трехкомпонентных лазерных гироскопов. Поэтому их анализ и оценка точности представляет самостоятельный интерес.

Как следует из выражения (9.1), лазерному гироскопу, работающему вдали от зоны захвата, можно сопоставить пространственную диаграмму направленности  $F(\vec{\Omega}, \vec{n})$ , вид которой представлен на рис. 9.4. Такая характеристика, не обладая ярко выраженными экстремальными направлениями, затрудняет однозначное сопоставление сигналу биений пространственной ориентации вектора измеряемой угловой скорости  $\vec{\Omega}$ .

Необходимую зависимость можно синтезировать искусственно, если лазерному гироскопу сообщить принудительное вращение вокруг некоторой оси, составляющей угол  $\theta$  с его осью чувствительности (рис. 9.5). На рис. 9.5 изображена эквивалентная характеристика направленности кольцевого ОКГ для двух противоположных положений его оси чувствительности  $\vec{n}$ .

Можно показать, что ось чувствительности вращающегося таким образом лазерного гироскопа описывает в пространстве коническую поверхность с углом при вершине  $2\theta$ . Поэтому такой режим работы может быть назван режимом конического сканирования.



Рассмотрим процесс формирования сигнала ошибки на выходе сканирующего лазерного гироскопа. Выберем некоторую систему координат  $x, y, z$ , в которой зададим произвольный вектор угловой скорости  $\vec{\Omega}$  (рис. 9.6). Свяжем с системой координат  $x'y'z'$  сканирующий лазерный гироскоп, резонатор

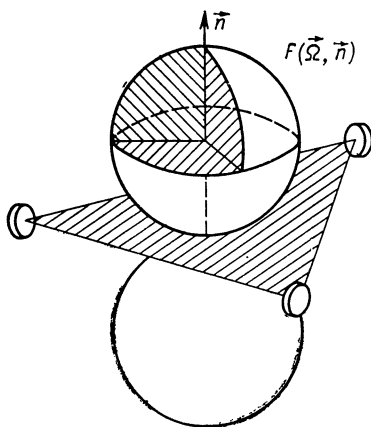


Рис. 9.4. Эквивалентная характеристика направленности лазерного гироскопа.

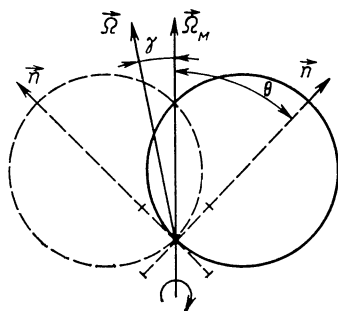


Рис. 9.5. Характеристика направленности сканирующего лазерного гироскопа.

которого  $ABCD$  разместим в плоскости  $x'Oy'$ . Тогда его ось чувствительности совпадет с осью  $z'$ . При таком выборе систем координат вектор принудительного вращения  $\Omega_M$  будет направлен вдоль оси  $z$ , а ось чувствительности  $\vec{n}$  вместе с осью  $z'$  образует в пространстве конус с углом при вершине  $2\theta$ . Запишем составляющие вектора измеряемой угловой скорости  $\Omega$  в системе координат  $x'y'z'$ , связанной с лазерным гироскопом. Для этого воспользуемся углами Эйлера. Тогда получим

$$\begin{aligned}\Omega_{x'} = & \Omega \cos \alpha (\cos \psi \cos \varphi - \cos \theta \sin \psi \sin \varphi) + \\ & + \Omega \cos \beta (\sin \psi \cos \varphi + \cos \theta \cos \psi \sin \varphi) + \\ & + (\Omega \cos \gamma + \Omega_M) \cos \gamma \sin \theta \sin \varphi, \quad (9.5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Omega_{y'} = & -\Omega \cos \alpha (\cos \psi \sin \varphi - \cos \theta \sin \psi \cos \varphi) + \\ & + \Omega \cos \beta (-\sin \psi \sin \varphi + \cos \theta \cos \psi \cos \varphi) + \\ & + (\Omega \cos \gamma + \Omega_M) \sin \theta \cdot \sin \varphi, \quad (9.6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Omega_{z'} = & \Omega \cos \alpha \sin \theta \sin \psi - \Omega \cos \beta \sin \theta \cos \psi + \\ & + (\Omega \cos \gamma + \Omega_M) \cos \theta, \quad (9.7)\end{aligned}$$

где  $\theta$  — угол нутации;  $\psi$  — угол прецессии;  $\varphi$  — угол чистого вращения,  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos \gamma$  — направляющие косинусы вектора  $\Omega$ .

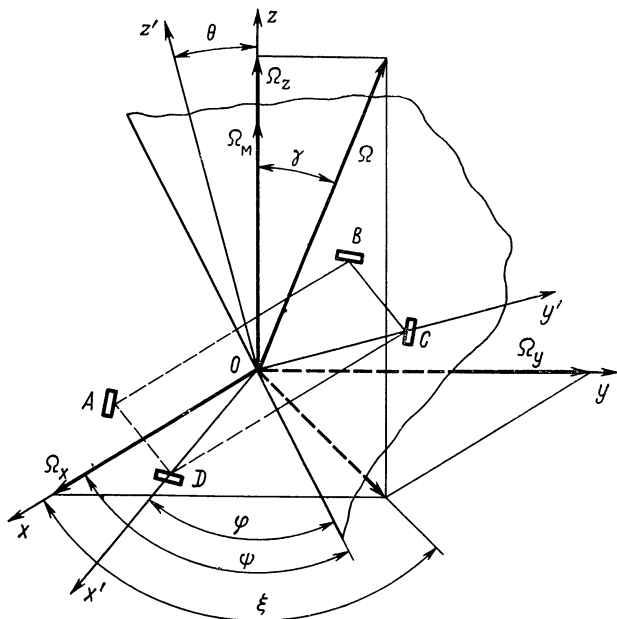


Рис. 9.6 К выводу соотношений конического сканирования.

Так как в системе координат  $x'y'z'$  поток вектора  $\Omega$  через резонатор  $ABCD$  связан только с проекцией  $\Omega_{z'}$ , то в дальнейшем воспользуемся выражением (9.7). При сканировании с равномерной скоростью, когда  $\psi = \Omega_m t$ , выражение для сигнала биений на выходе лазерного гироскопа из (9.1) и (9.7) получим в форме

$$F(t) = F_m + F_{\Omega} (1 + \mu \sin \Omega_m t \cos \alpha / \cos \gamma - \\ - \mu \cos \Omega_m t \cos \beta / \cos \gamma), \quad (9.8)$$

где

$$\mu = \operatorname{tg} \theta; F_m = k \Omega_m \cos \theta; F_{\Omega} = k \Omega \cos \gamma \cos \theta.$$

Выразим направляющие косинусы ( $\cos \alpha$  и  $\cos \beta$ ) вектора  $\vec{\Omega}$  через углы  $\gamma$  и  $\xi$  (рис. 9.6) и после подстановки в (9.8) получим

$$F(t) = F_m + F_{\Omega} [1 + \mu \operatorname{tg} \gamma \sin(\Omega_m t - \xi)]. \quad (9.9)$$

Теперь явно видно, что частота биений на выходе сканирующего лазерного гироскопа приобретает гармоническую частотную модуляцию, девиация которой пропорциональна тангенсу угла отклонения произвольного вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$  от оси механического сканирования, а фаза модулирующей функции  $\xi$  характеризует сторону отклонения. При совпадении вектора  $\vec{\Omega}$  с вектором  $\vec{\Omega}_m$  сигнал гармонической частотной модуляции пропадает, поэтому ось механического сканирования соответствует равносигнальному направлению. Совместив его с вектором измеряемой угловой скорости, можно определить его направление и модуль. Последний на равносигнальном направлении находится в виде

$$|\Omega| = F_{\Omega} / k \cos \theta \pm |\Omega_m|. \quad (9.10)$$

Выражения (9.9) и (9.10) свидетельствуют о возможности одновременного измерения модуля и направления произвольного вектора угловой скорости с помощью только одного лазерного гироскопа, реализующего режим сканирования. Необходимо при этом отметить, что в режиме пеленгации (определения пространственной ориентации вектора  $\vec{\Omega}$ ), когда совмещению равносигнальной зоны с вектором  $\vec{\Omega}$  сопоставляется пропадание сигнала ошибки, возникает возможность уменьшения влияния вариаций параметров лазерного гироскопа на точность пеленгации.

Действительно, если под влиянием случайных внешних и внутренних дестабилизирующих воздействий частота биений лазерного гироскопа испытывает флуктуации с периодом корреляции  $\tau$ , то выбирая режим сканирования из условия  $\tau > 2\pi/\Omega_M$ , можно существенно снизить их влияние.

Такая возможность возникает только в режиме пеленгации произвольного вектора угловой скорости и не может быть реализована в режиме измерения модуля, где требуется, как правило, большие интервалы измерений.

Анализ выражения (9.9) показывает, что режим пеленгации возможен не только при  $\gamma=0$ , но и при других значениях углов  $\theta$  и  $\gamma$ . Так в работе [164] описан гироскоп на КОКГ для определения направления на север по вектору угловой скорости суточного вращения Земли. Авторами цитированной работы были выбраны значения углов  $\theta$  и  $\gamma$ , при которых пеленгуемый вектор не совпадал с равносигнальным направлением. Вращение лазерного гироскопа осуществлялось вокруг оси, параллельной плоскости резонатора ( $\theta=\pi/2$ ), поэтому по результатам измерений можно было определить только плоскость, в которой лежит пеленгуемый вектор.

При этом спектр сигнала на выходе сканирующего таким образом лазерного гироскопа был достаточно широк, что непосредственно следует из соотношения (9.9), при выводе которого не накладывалось каких-либо ограничений на значения углов  $\theta$  и  $\gamma$ . Приняв для рассматриваемого случая  $\theta = \pi/2$ , получим  $F(t) = k\Omega \sin \gamma \sin(\Omega_m t - \xi)$ . Из этого выражения следует, что измерение модуля вектора скорости  $\vec{\Omega}$  в этом режиме существенно усложняется. Кроме того, для определения плоскости расположения измеряемого вектора необходимо использовать дополнительный источник опорных импульсов.

Поэтому в дальнейшем целесообразно сосредоточить основное внимание на режимах пеленгации, реализуемых при  $\theta \neq \pi/2$  и  $\gamma < 1$ . Режим механического сканирования, описываемый соотношением (9.9), позволяет осуществить не только пеленгацию, но и автоматическое слежение за произвольным вектором угловой скорости  $\vec{\Omega}$ . Для этого сигнал ошибки должен быть разложен по двум ортогональным осям. Возможность такого разложения непосредственно вытекает из (9.8), для чего ему необходимо придать вид

$$F(t) = F_m + F_{\Omega} (1 + \mu \gamma_x \sin \Omega_m t + \mu \gamma_y \cos \Omega_m t), \quad (9.11)$$

где  $\gamma_x = \gamma \cos \xi$ ,  $\gamma_y = \gamma \sin \xi$ .

Если теперь сигнал ошибки выделить с помощью частотного дискриминатора, как показано на рис. 9.7, и подать его на два фазовых детектора, опорные напряжения которых, сдвинутые на  $\pi/2$ , имеют частоту механического сканирования, то на их выходе можно получить два управляющих напряжения, с помощью которых равносигнальное направление может автоматически совмещаться с направлением произвольного вектора угловой скорости. Одновременно на равносигнальном направлении возможно непрерывное измерение модуля вектора угловой скорости.

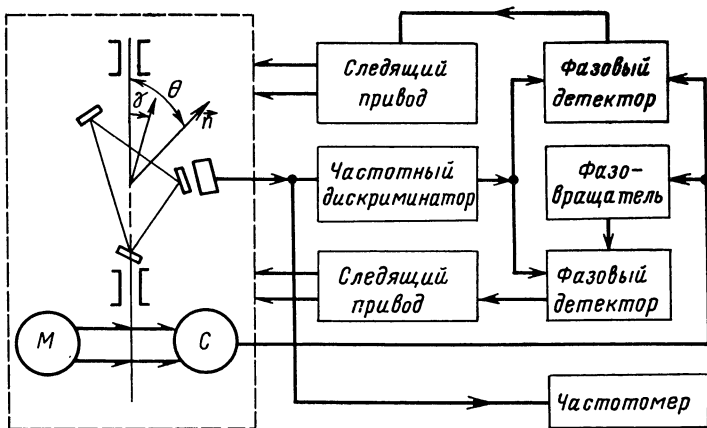


Рис 9.7. Функциональная схема двухканального устройства, следящего за направлением произвольного вектора угловой скорости.

Отмеченные особенности режима конического сканирования не позволяют сделать окончательных выводов об его эффективности без оценки точностных характеристик, анализ которых приведен в следующем параграфе.

### 9.3. Оценка потенциальной точности сканирующего лазерного гироскопа

Потенциальная точность одноканальных измерителей впервые исследовалась В. А. Котельниковым [224]. При использовании в качестве критериев оптимальности измерителя минимальной среднеквадратической ошибки  $\sigma_{\text{ср}}$  и максимальной апостериорной вероятности воспроизведения сообщения оценка потенциальной точности сканирующего лазерного гироскопа сводится к оценке точности измерения среднего

значения частоты сигнала (при измерении модуля произвольного вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$ ) и к оценке точности измерения девиации частоты (при определении направления вектора  $\vec{\Omega}$ ).

Решение первой задачи уже было получено ранее, когда оценивалась потенциальная точность лазерного гироскопа. Полученными результатами можно непосредственно воспользоваться для оценки точности измерения модуля произвольного вектора угловой скорости на равноточном направлении. В этом случае на основании соотношения (1.20) получим

$$\sigma_{\Omega}(\theta) = \sqrt{3}/\pi k \sqrt{q} T \cos \theta. \quad (9.12)$$

Здесь обращает на себя внимание зависимость потенциальной точности от выбора угла  $\theta$ . При  $\theta=0$  потенциальная точность оказывается максимальной, однако в этом случае режим сканирования теряет смысл. Потеря точности измерения модуля угловой скорости при  $\theta \neq 0$  свидетельствует об использовании информативных свойств сканирующего лазерного гироскопа для определения направления произвольного вектора  $\vec{\Omega}$ .

Соотношение (9.12) справедливо, когда  $\vec{\Omega} = \text{const}$ . Если информативный параметр является некоторой функцией времени  $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}(t)$ , то в этом случае согласно [226] потенциальная точность будет определяться высшей частотой спектра  $F_{\text{в}}$  изменения информативного параметра — сигнала биений. При этом среднеквадратическая ошибка составит

$$\sigma_{\Omega}(\theta) = F_{\text{в}}^{3/2}/k \cos \theta \sqrt{P_{\text{ср}}/N_0},$$

где  $P_{\text{ср}}$  — мощность сигнала биений.

Информация об отклонении измеряемого вектора  $\vec{\Omega}$  от равноточного направления содержится в девиации частоты сигнала биений. Поэтому потен-

циальная точность сканирующего лазерного гироскопа в режиме пеленгации определяется потенциальной точностью измерения девиации частоты ЧМ сигнала. Для ее оценки запишем корреляционную функцию сигнала биений (9.9), выделяемого на выходе сканирующего лазерного гироскопа. Тогда, используя [42—48], получаем

$$Z_s(\Delta\omega) = \int_0^T U \cos \left[ 2\pi \int_0^t F(t') dt' \right] \times \\ \times U_0 \cos \left[ 2\pi \int_0^t F_0(t') dt' \right] dt. \quad (9.13)$$

Подставляя сюда выражение (9.9) и выбирая соответствующим образом интервал измерений  $T$ , находим

$$Z_s(\Delta\omega) = \frac{UU_0}{2} \int_0^T \cos \left[ \frac{\Delta\omega - \Delta\omega_0}{\Omega_m} \cos(\Omega_m t - \xi) \right] dt, \quad (9.14)$$

где  $\Delta\omega = 2\pi\mu \operatorname{tg} \gamma F_{\text{г}}$ .

Корреляционная функция (9.14) составлена для сигнала, содержащего не один, а два информативных параметра:

$$\gamma_x = \gamma \cos \xi; \quad \gamma_y = \gamma \sin \xi.$$

Статистическая независимость и ортогональность составляющих  $\gamma_x \cos \Omega_m t$  и  $\gamma_y \sin \Omega_m t$  позволяет при определении потенциальной точности слежения по одной из составляющих другую полагать тождественно равной нулю. Поэтому в дальнейшем примем  $\xi = 0$ , а конечную оценку среднеквадратической ошибки одноканального измерителя увеличим в  $\sqrt{2}$  раз.



С учетом этого корреляционная функция (9.14) примет вид

$$Z_s(\Delta\omega) = \mathcal{E} \left[ J_0 \left( \frac{\Delta\omega - \Delta\omega_0}{\Omega_M} \right) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p \times \right. \\ \left. \times J_{2p} \left( \frac{\Delta\omega - \Delta\omega_0}{\Omega_M} \right) \frac{\sin 2p \Omega_M T}{2p \Omega_M T} \right],$$

где  $J_0$  и  $J_{2p}$  — функции Бесселя первого рода нулевого и  $2p$ -го порядка соответственно.

Ошибку определения девиации частоты будем искать по общему соотношению (1.13). Вблизи равносигнальной зоны, где  $(\Delta\omega - \Delta\omega_0)/\Omega_M \ll 1$ , найдем  $Z''_s(\Delta\omega) \approx -\mathcal{E}/2\Omega_M^2$ . Теперь получим оценку точности определения направления произвольного вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$  одноканальным измерителем в виде

$$\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y} = \Omega_M \sqrt{2/2\pi k \Omega} \sqrt{q} \sin \theta.$$

Для потенциальной точности сканирующего лазерного гироскопа (двухканального измерителя) получим окончательно

$$\sigma_{\gamma} = \sqrt{\sigma_{\gamma_x}^2 + \sigma_{\gamma_y}^2} = \Omega_M / 2\pi k \Omega \sqrt{q} \sin \theta. \quad (9.15)$$

Анализ соотношения (9.15) показывает, что при прочих равных условиях потенциальная точность пеленгации определяется отношением  $\Omega_M/\Omega$ . Наиболее высокая потенциальная точность достигается при пеленгации больших по модулю значений вектора угловой скорости. При этом представляет прямой практический интерес возможность повышения потенциальной точности путем уменьшения величины  $\Omega_M$ . Однако здесь существует по крайней мере два ограничения. Первое из них связано с соответствующим увеличением времени измерений по мере снижения  $\Omega_M$ , что непосредственно вытекает из неравенства  $T > 2\pi/\Omega_M$ .

Другое ограничение, непосредственно не следующее из приведенных вычислений, связано с реальными статистическими характеристиками сигнала биений. Если стремиться к исключению или уменьшению влияния случайных возмущений разностной частоты на выходе лазерного гироскопа, то необходимо потребовать

$$\Omega_m > 2\pi/\tau, \quad (9.16)$$

где  $\tau$  — интервал корреляции флуктуаций разностной частоты. Соотношение (9.16), как правило, реализуется при достаточно больших значениях  $\Omega_m$ .

По выражениям (9.12), (9.15) были рассчитаны относительная величина среднеквадратической ошибки модуля ( $\sigma_\Omega/\Omega$ ) и среднеквадратическая погрешность определения пространственной ориентации ( $\sigma_\gamma$ ) вектора угловой скорости суточного вращения Земли для различных значений энергетического параметра  $q$ .

Расчеты выполнены для лазерного гироскопа с масштабным коэффициентом  $k=10^6$  (резонатор в форме квадрата со стороной 63 см, длина рабочей волны  $\lambda=0,63$  мкм), время измерений  $T=1$  с, скорость механического сканирования  $\Omega_m=2\pi$  рад/с,  $\theta=\pi/4$ . Результаты вычислений сведены в табл. 9.1.

Из приведенных данных совершенно очевидно следует, что достижение высоких потенциальных точностей при сравнительно малом времени измерений тре-

Таблица 9. 1

Ошибка	$q$ , дБ			
	20	40	60	100
$\sigma_\Omega/\Omega$ , %	$1,08 \cdot 10^{-1}$	$1,08 \cdot 10^{-2}$	$1,08 \cdot 10^{-3}$	$1,08 \cdot 10^{-5}$
$\sigma_\gamma$ , угл. мин	13	1,3	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$

бует значительного превышения сигнала биений над шумами, т. е. больших значений энергетического параметра  $q$ .

При определении потенциальной точности сканирующего лазерного гироскопа сигнал на выходе фотоприемника полагался идеальным, а обработка смеси сигнала с шумом — оптимальной. В практических системах эти условия чаще всего не выполняются и реальная точность отличается от потенциальной. Теоретическая оценка реальной точности измерения произвольного вектора угловой скорости сканирующим лазерным гироскопом представляет довольно сложную задачу, так как требует учета таких факторов, как отличие реального сигнала от идеального, неоптимальность обработки смеси сигнала и шума, отличие аддитивной помехи от нормального белого шума и др.

В ряде случаев необходимые оценки реальной точности могут быть получены экспериментальными методами в процессе натурного моделирования, описание которого приводится ниже.

#### 9.4. Оценка реальной точности определения направления вектора угловой скорости

Рассмотрим процесс пеленгации (определения направления в пространстве) произвольного вектора угловой скорости  $\vec{\Omega}$ . Как было показано ранее, точность пеленгации определяется минимальным значением девиации частоты сигнала биений, который можно зарегистрировать на фоне шумов схемой выделения сигнала ошибки. По этому же принципу может быть выполнена и оценка реальной точности сканирующего лазерного гироскопа в режиме пеленгации. Поскольку в лабораторных условиях практическая реализация режима сканирования (механического вращения) оказывается затруднительной, осо-

бенно при значительных габаритах гироскопа, то целесообразно этот режим синтезировать соответствующим управлением частотой биений встречных волн КОКГ.

Действительно, полученное выражение (9.9) для сигнала биений на выходе сканирующего гироскопа позволяет выделить в частоте биений встречных волн постоянную и гармоническую составляющие.

Эти составляющие в процессе экспериментальных исследований могут быть легко получены и без принудительного механического вращения, если использовать модуляционный метод измерений. В этом случае режим, близкий к режиму сканирования, может быть получен соответствующим питанием катушки подмагничивания невзаимного элемента, использующего, например, эффект Фарадея и создающего начальный разнос частот встречных волн лазерного гироскопа в виде (9.9).

При выборе рабочей точки лазерного гироскопа вдали от зоны захвата между разностной частотой и величиной подмагничивающего тока невзаимного элемента существует линейная зависимость, описываемая соотношением (7.66), в котором величина начального разноса частот определяется подмагничивающим полем  $H$ . Если это поле создается с помощью соленоида, питаемого током  $i$ , то на основании выражения (7.66) для разностной частоты на выходе лазерного гироскопа получим

$$F = K_i i,$$

где  $K_i = cRlH/\pi i \Sigma l_i n_i$ . С учетом этого выражения можно принять, что для синтеза биений в форме (9.9), катушку НЭ следует питать током

$$i(t) = i_{\text{ср}} + i_{\sim} \cos(\Omega_M t - \xi),$$

где

$$i_{\text{ср}} = (F_M + F_{\Omega})/K_i; \quad i_{\sim} = F_{\text{эф}} \operatorname{tg} \gamma / K_i.$$

Схема экспериментальных исследований изображена на рис. 9.8. Ее основу составлял кольцевой гелий-неоновый ОКГ (рабочая длина волны 0,63 мкм), образованный тремя зеркалами 1, 2, 3, размещенными в вершинах разностороннего треугольника со стороной 1 м. Начальный разнос частот встречных волн

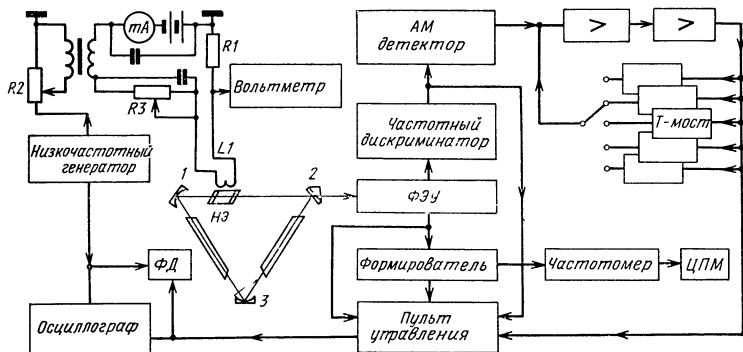


Рис. 9.8. Функциональная схема модуляционного метода измерения реальной точности пеленгации произвольного вектора угловой скорости сканирующим лазерным гироскопом.

обеспечивался невзаимным фазосдвигающим устройством НЭ, использующим эффект Фарадея. Режим сканирования имитировался питанием катушки подмагничивания  $L1$  НЭ совокупностью постоянного и переменного напряжений. Переменная составляющая тока подмагничивания НЭ  $i_{\sim}$  вызвала гармоническую модуляцию частоты сигнала биений. Частота модуляции эквивалентна частоте механического сканирования. Переменная составляющая тока регистрировалась по величине падения напряжения на калиброванном резисторе  $R1$ . Постоянная составляющая тока  $i_{=}$  создавала фиксированный разнос частот встречных волн, который эквивалентен частоте биений, вызываемых проекцией полного вектора угловой

скорости ( $\vec{\Omega} + \vec{\Omega}_m$ ) на ось чувствительности лазерного гироскопа. Резисторы  $R3$  и  $R2$  позволяли независимо устанавливать среднее значение начального разноса частот и индекс частотной модуляции соответственно.

Сигнал биений, содержащий частотную модуляцию, с выхода фотоприемника  $\PhiЭУ$  поступал, с одной стороны, после формирователя на частотомер и устройство регистрации  $ЦПМ$ , с другой — на схему выделения сигнала ошибки. В ее состав входят: частотный дискриминатор, детектор АМ колебаний, перестраиваемый усилитель сигнала ошибки. Последний представляет собой охваченный селективной обратной связью усилитель, настройка которого выполняется с помощью набора переключаемых  $T$ -мостов. В качестве дискриминатора использовался падающий участок частотной характеристики плавно перестраиваемого усилителя. Основные характеристики усилителя сигнала ошибки приведены в табл. 9.2. Фаза сигнала ошибки регистрировалась фазовым детектором ( $\PhiД$ ) и на экране осциллографа.

Таблица 9. 2

Параметр	мост					
	$T1$	$T2$	$T3$	$T4$	$T5$	$T6$
Частота настройки, Гц	161	101	40	20	10,1	5,1
Полоса пропускания, Гц	6	4	1,6	0,7	0,5	0,35
Коэффициент усиления, дБ	60					

Приведенные параметры схемы выделения сигнала ошибки позволили производить оценку реальной точности лазерного гироскопа в широком диапазоне эквивалентных скоростей механического сканирования  $\Omega_m$  от 1000 до 32 рад/с, и при различных временах измерения  $T$  (от 0,16 до 3 с).

В соответствии с модуляционным методом измерений оценка реальной точности пеленгации сводилась к регистрации минимальной величины переменной составляющей тока подмагничивания  $i_{\sim}$  не-взаимного элемента, при которой на фоне шумов еще может быть выделен либо амплитудно-модулированный сигнал, наблюдаемый на выходе дискриминатора, либо гармонический сигнал на частоте сканирования, регистрируемый на выходе усилителя.

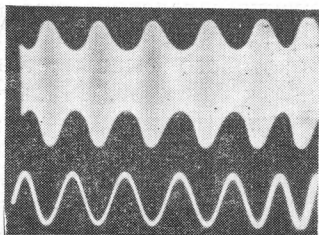


Рис. 9.9. Сигнал биений лазерного гироскопа на левом склоне амплитудно-частотной характеристики перестраиваемого усилителя.

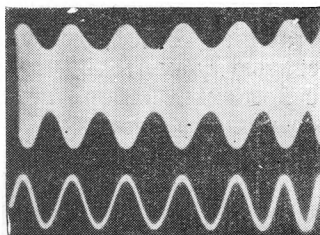


Рис. 9.10. Сигнал биений лазерного гироскопа на правом склоне амплитудно-частотной характеристики перестраиваемого усилителя.

Характерные осциллограммы напряжений, наблюдаемые непосредственно на выходе частотного дискриминатора, приведены на рис. 9.9—9.11. Здесь и далее везде на нижней осциллограмме приведено опорное модулирующее напряжение. Осциллограммы на рис. 9.9 и 9.10 соответствуют противофазным ( $\xi_1 = -\xi_2$ ) расположениям пеленгуемого вектора угловой скорости относительно равносигнального направления. При этом фаза модулирующей функции изменится на  $180^\circ$ .

На равносигнальном направлении (рис. 9.11) огибающая сигнала биений, наблюдаемая на выходе

частотного дискриминатора, имеет двойную частоту модуляции  $2\Omega_m$ , что является дополнительным источником информации о совпадении с равносигнальным направлением. Аналогичные осциллограммы, но уже на выходе усилителя сигнала ошибки, даны на рис. 9.12, 9.13.

Приведенные осциллограммы убедительно свидетельствуют о преимуществах относительных методов

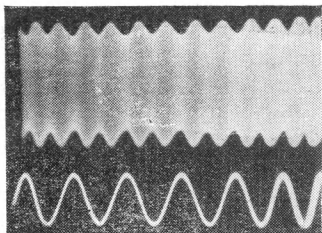


Рис. 9.11. Сигнал биений лазерного гироскопа на выходе перестраиваемого усилителя, настроенного на среднее значение разностной частоты.

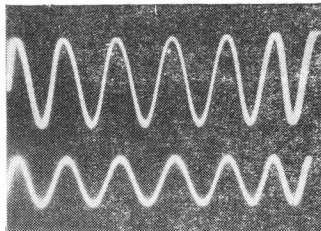


Рис. 9.12. Огибающая сигнала биений (сигнал ошибки) на выходе усилителя сигнала ошибки при выборе рабочей точки на правом склоне частотной характеристики перестраиваемого усилителя.

измерений. Действительно, питание катушки НЭ априорно известным значением гармонической составляющей тока  $i_{\sim}$  позволяет уверенно выделять в сигнале биений лазерного гироскопа исключительно малые значения девиации частоты (от единиц до долей герца) на фоне существенных вариаций разностной частоты, характер которых представлен на рис. 9.14, 9.15 для различных интервалов наблюдений.

Если не принимать мер по герметизации каналов излучения в резонаторе лазерного гироскопа и других мер по стабилизации его режима, то, как видно из рис. 9.14, сигнал биений испытывает весьма значи-



тельные вариации частоты, максимальное значение которых составляет около 100 Гц. И тем не менее, используя статистические различия случайных уходов частоты (их большой интервал корреляции) и гармонического сигнала модуляции с периодом, много меньшим интервала корреляции, возникает возможность регистрации небольших регулярных изменений сигнала биений.

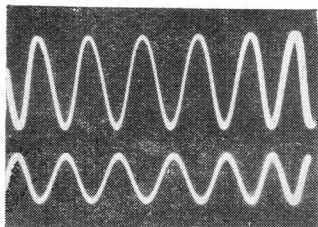


Рис. 9.13. Сигнал ошибки при выборе рабочей точки на левом склоне частотной характеристики перестраиваемого усилителя.

Следует также отметить, что опыт работы с лазерным гироскопом, в котором модуляционным методом синтезирован режим сканирования, продемонстрировал возможность использования

гиротропного невзаимного устройства в качестве чувствительного элемента для регистрации переменного тока. С его помощью могут быть легко измерены ам-

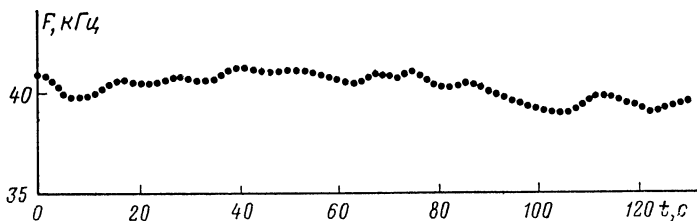


Рис. 9.14. Флуктуация сигнала биений при интервале между измерениями 2 с.

плитуды тока звуковой частоты в широком динамическом диапазоне от единиц микроампера до десятков ампер при частотной форме выходного сигнала. Такой

измеритель тока может представить самостоятельный практический интерес для устройств защиты высоковольтных линий передачи, прецизионных измерителей переменного тока и др.

Возвращаясь к оценке реальной точности сканирующего лазерного гироскопа, рассмотрим семейство кривых, приведенных на рис. 9.16. Они характеризуют

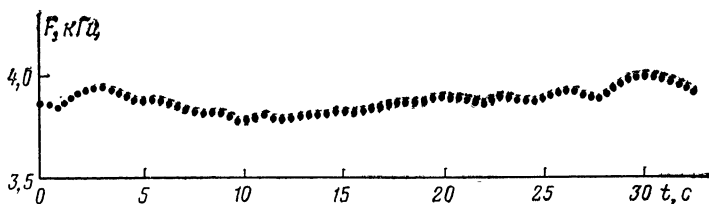


Рис. 9.15. Флуктуации сигнала биений при интервале между измерениями 0,5 с.

изменение реальной точности пеленгации в функции отношения сигнал/шум при различной скорости механического сканирования. Весьма характерно, что при уменьшении эквивалентной скорости механического сканирования  $\Omega_m$  и соответствующем увеличении времени измерения семейство кривых (рис. 9.16) располагается все более тесно. Это обстоятельство может быть связано с влиянием статистических свойств сигнала разностной частоты, когда при малых значениях  $\Omega_m$  условие (9.16) уже не выполняется.

Действительно, запись сигнала биений, регистрируемого частотомером, позволяет построить по результатам обработки на ЭВМ автокорреляционную функцию разностной частоты на выходе лазерного гироскопа (рис. 9.17). Периодические вариации автокорреляционной функции связаны с изменением периметра резонатора лазерного гироскопа, стабилизация

которого не была предусмотрена в схеме экспериментальных исследований. Период изменения автокорреляционной функции оказывается довольно значительным — более минуты, что обусловлено большой температурной инерционностью массивного резонатора кольцевого квантового генератора, используемого в экспериментальной установке.

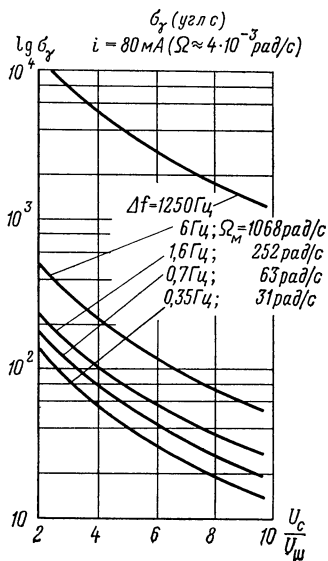


Рис. 9.16. Семейство кривых, характеризующих реальную точность пеленгации при изменении отношения сигнала к шуму.

Первый корень автокорреляционной функции соответствует значению  $\tau_0 = 14$  с. В области значений  $\tau$  от 0 до 14 с автокорреляционная функция вполне удовлетворительно аппроксимируется прямой линией, угловой коэффициент которой составляет  $\text{tg } \alpha \approx 1/14 \text{ с}^{-1}$ .

Исходя из этого можно дать обоснованные рекомендации по выбору скорости механического сканирования  $\Omega_m$ . Совершенно очевидно, что степень уменьшения влияния вариаций частоты биений

на выходе гироскопа будет тем больше, чем сильнее неравенство

$$\Omega_m \tau_0 \gg 2\pi. \quad (9.17)$$

Неравенство (9.17) объясняет приведенное на рис. 9.16 увеличение плотности семейства кривых по мере уменьшения скорости механического сканирования.

Действительно, принимая  $\tau_0 = 14$  с можно на основании табл. 9.2 рассчитать соответствующие значения  $\Omega_M \tau_0$ .

При этом на самых низких частотах ( $\Omega_M = 10\pi$  рад/с) за период сканирования  $T_M = 2\pi/\Omega_M$  автокорреляционная функция претерпевает более

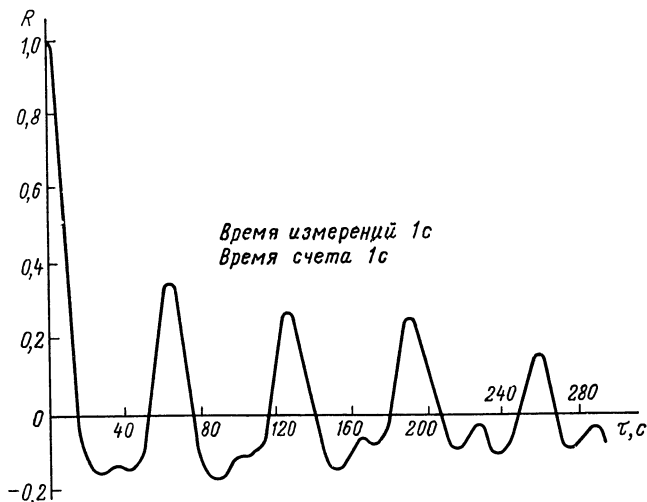


Рис. 9.17. Автокорреляционная функция разностной частоты КОКГ, периметр резонатора которого не стабилизирован.

значительные изменения, чем на более высоких частотах. Анализ автокорреляционной функции показывает, что ее крутизна в значительной степени определяется гармонической компонентой, обусловленной изменением периметра резонатора. Поэтому стабилизация периметра сканирующего лазерного гироскопа, несомненно, целесообразна при невысоких значениях скорости механического сканирования. В области высоких значений  $\Omega_M$  стабилизация периметра может оказаться менее эффективной.

Таким образом, учет статических характеристик сигнала биений позволяет в режиме сканирования наметить эффективные пути уменьшения влияния широкого круга возмущающих воздействий, вызывающих вариации сигнала биений на выходе лазерного гироскопа.

## Глава 10

### ПРИМЕНЕНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ГИРОСКОПОВ

#### 10.1. Когерентные оптические гироскопы в системах ориентации космических аппаратов

В настоящее время уже отчетливо виден ряд достоинств когерентных оптических гироскопов, которые могут определить области их практического использования. Такие их характеристики, как нечувствительность к большим ускорениям, мгновенный выход на рабочий режим, широкий диапазон измеряемых угловых скоростей, частотная форма выходного сигнала и другие, определяют повышенный интерес прежде всего разработчиков авиационной и космической техники к новому датчику угловой скорости [26, 229].

Когерентный оптический (лазерный) гироскоп может быть использован в наземных геодезических системах [164, 232], в системах управления огнем подвижных артиллерийских и ракетных установок, в измерительных системах для определения физических констант, скоростей потоков и жидкостей и ряде других областей [28, 233, 239].

Рассмотрим некоторые возможности практического использования лазерных гироскопов. Они с успехом могут быть использованы в системах ориентации,

под которой понимается процесс совмещения одной или нескольких осей подвижного объекта с осями некоторой системы координат, называемой базовой системой отсчета [228]. Движение последней в пространстве предполагается известным, поэтому выбор базовой системы отсчета определяет характер угловых движений КА. Это объясняется тем, что при идеальной ориентации космического аппарата его оси постоянно совмещены с осями базовой системы отсчета. Ее выбор в значительной степени определяется назначением аппарата.

Например, для фотографирования земной поверхности целесообразно ось объектива фотокамеры ориентировать по местной вертикали [228]. При решении задач встречи и стыковки двух космических аппаратов целесообразно оси кораблей, перпендикулярные плоскости стыковки, направить по линии, которая соединяет центры масс кораблей, т. е. по линии визирования.

Направление осей базовой системы отсчета определяется на борту КА с помощью измерительных устройств. Так, для построения одной из осей базовой системы, например местной вертикали, могут использоваться инфракрасные устройства сканирования горизонта, гантельные элементы, на которые действует гравитационный момент, устанавливающий ось гантели по вертикали, и др.

Для измерения бинормали (направления, перпендикулярного плоскости орбиты) используются различные гироскопические устройства. Так, например, для этой цели может применяться двухстепенной гироскоп, ось карданова подвеса которого совпадает с вертикалью.

В этом случае ось гироскопа под действием гироскопического момента

$$M_T = \dot{\varphi} H \sin \beta_\varphi,$$

где  $H$  — кинетический момент гироскопа;  $\beta_\phi$  — угол между осью гироскопа и бинормалью;  $\dot{\phi}$  — средняя угловая скорость вращения КА вокруг Земли, устанавливается в направлении вектора орбитальной скорости объекта — по бинормали.

Для определения бинормали можно использовать также трехстепенной (свободный) гироскоп или гиоробитант. Воздействие постоянных возмущающих моментов и неточность начальной выставки механических гироскопов приводит к ошибкам определения направления бинормали. Поэтому целесообразно рассмотреть возможность использования в системах

ориентации КА лазерных гироскопов, нечувствительных к воздействиям, вызывающим ошибки механических гироскопов.

Ориентацию КА будем задавать углами Эйлера между осями связанной с ним прямоугольной системы координат ( $Oxyz$ ) и осями орбитальной системы координат  $OXYZ$  (рис. 10.1) [228]. Последняя характеризуется следующим направлением осей: ось  $OY$

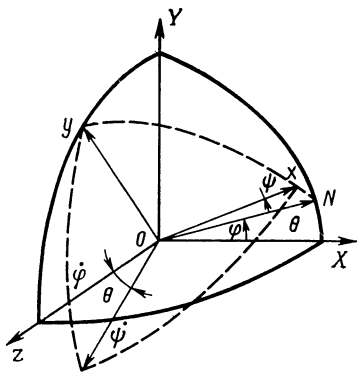


Рис. 10.1. Связанная и орбитальная системы координат.

направлена по радиус-вектору, соединяющему центр планеты с центром масс КА, ось  $OX$  — в сторону движения КА, а ось  $OZ$  — по нормали к плоскости орбиты, причем так, чтобы указанные три оси образовывали правую систему координат. Центры обеих систем координат совпадают с центром масс КА.

Очевидно, что при движении орбитальная система координат вращается относительно оси  $OZ$  с угловой скоростью, равной скорости изменения истинной аномалии  $\dot{\phi}$ .

Связанную систему координат будем реализовать с помощью трехстепенного лазерного гироскопа (три КОКГ, расположенные в трех взаимно перпендикулярных плоскостях), жестко связанного с КА.

Введем обозначения углов Эйлера (рис. 10.1):

$\varphi_{\Theta}$  — угол между осью  $OX$  орбитальной системы координат и линией узлов  $ON$  (т. е. линией пересечения плоскостей  $Oxy$  и  $OXY$ ),

$\psi_{\Theta}$  — угол между осью  $Ox$  связанной системы координат и линией узлов,

$\theta_{\Theta}$  — угол между осями  $OZ$  и  $Oz$ .

Вращение КА относительно орбитальной системы координат удобно описывать с помощью дифференциальных уравнений Эйлера [250]

$$\left. \begin{aligned} \Omega_x &= \dot{\varphi}_{\Theta} \sin \theta_{\Theta} \sin \psi_{\Theta} + \dot{\theta}_{\Theta} \cos \psi_{\Theta}, \\ \Omega_y &= \dot{\varphi}_{\Theta} \sin \theta_{\Theta} \cos \psi_{\Theta} - \dot{\theta}_{\Theta} \sin \psi_{\Theta}, \\ \Omega_z &= \dot{\varphi}_{\Theta} \cos \theta_{\Theta} + \dot{\psi}_{\Theta}, \end{aligned} \right\} \quad (10.1)$$

где  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$ ,  $\Omega_z$  — проекции угловой скорости КА на соответствующие оси связанной системы координат.

Поскольку лазерный гироскоп реагирует на абсолютную скорость вращения КА, то в уравнениях (10.1) необходимо учитывать также собственное вращение орбитальной системы координат, которое по величине равно скорости изменения истинной аномалии. При этом уравнения движения примут вид

$$\left. \begin{aligned} \Omega_x &= (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{\Theta}) \sin \theta_{\Theta} \sin \psi_{\Theta} + \dot{\theta}_{\Theta} \cos \psi_{\Theta}, \\ \Omega_y &= (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{\Theta}) \sin \theta_{\Theta} \cos \psi_{\Theta} - \dot{\theta}_{\Theta} \sin \psi_{\Theta}, \\ \Omega_z &= (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_{\Theta}) \cos \theta_{\Theta} + \dot{\psi}_{\Theta}. \end{aligned} \right\} \quad (10.2)$$



Полагая, что рабочая точка гироскопа выбрана вне зоны захватывания путем введения начального разноса частот, зависимость частоты биений на выходе КОКГ, ось которого параллельна  $i$ -й оси связанной системы координат, от угловой скорости вращения будет определяться выражением  $F_i = k_i(\Omega_i + \Omega_{\Pi i})$ ,  $i = x, y, z$ , где  $\Omega_{\Pi i}$  — скорость вращения, соответствующая выбранному значению начального разноса частот встречных волн. Поскольку величина  $\Omega_{\Pi}$  может быть легко исключена в схеме выделения сигнала биений, то в дальнейшем будем пользоваться выражением для разности частот встречных волн в виде

$$F_i = k_i \Omega_i. \quad (10.3)$$

Система уравнений (10.2) совместно с соотношением (10.3) позволяет определить ориентацию осей космического аппарата относительно базовой системы координат с помощью трехосной системы лазерных гироскопов. Решение этой задачи в общем виде на борту КА потребовало бы использования довольно сложной вычислительной машины, которая была бы в состоянии проинтегрировать существенно нелинейную систему уравнений (10.2).

Однако, так как на большинстве современных КА имеются системы стабилизации положения осей относительно некоторой заданной системы координат, точность которых характеризуется углами  $5 \dots 10^\circ$  [228] и угловыми скоростями  $0,05 \dots 0,1^\circ/\text{с}$ , то решение задачи определения углов ориентации может быть значительно упрощено путем частичной линеаризации уравнений (10.2).

Действительно, для стабилизированных КА, согласно сказанному, должны выполняться условия

$$|\theta_{\Xi}|, |\phi_{\Xi}|, |\varphi_{\Xi}| \ll 1 \text{ рад}, \quad (10.4)$$

$$|\dot{\theta}_{\Xi}|, |\dot{\phi}_{\Xi}|, |\dot{\varphi}_{\Xi}| \ll 1 \text{ рад/с}. \quad (10.5)$$

При выполнении условий (10.4) с учетом соотношения (10.3) система уравнений, описывающая дви-

жения КА относительно центра масс, может быть представлена в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{k_x} F_x &= (\dot{\vartheta} + \dot{\varphi}_{\vartheta}) \theta_{\vartheta} \psi_{\vartheta} + \theta_{\vartheta}, \\ \frac{1}{k_y} F_y &= (\dot{\vartheta} + \dot{\varphi}_{\vartheta}) \theta_{\vartheta} - \dot{\theta}_{\vartheta} \psi_{\vartheta}, \\ \frac{1}{k_z} F_z &= (\dot{\vartheta} + \dot{\varphi}_{\vartheta}) + \dot{\psi}_{\vartheta}. \end{aligned} \right\} \quad (10.6)$$

Для интегрирования уравнений (10.6) воспользуемся методом последовательных приближений. Если условия (10.4) и (10.5) выполнены, то для практических целей можно ограничиться первым приближением. При этом будем иметь

$$\theta_{\vartheta} = \frac{1}{k_x} N_x + \theta_{\vartheta 0}, \quad (10.7)$$

$$\psi_{\vartheta} = \frac{1}{N_x k_z} \int_0^t F_z N_x dt - \frac{k_x}{k_y} \frac{N_y}{N_x} + \psi_{\vartheta 0}, \quad (10.8)$$

$$\varphi_{\vartheta} = \frac{1}{k_z} N_z - \psi_{\vartheta} + \varphi_{\vartheta 0} - \vartheta, \quad (10.9)$$

где  $\theta_{\vartheta 0}$ ,  $\psi_{\vartheta 0}$ ,  $\varphi_{\vartheta 0}$  — начальные значения соответствующих углов;  $N_i = \int_0^t F_i dt$  — число периодов разностной

частоты, зарегистрированных на выходе гироскопа, ось чувствительности которого параллельна  $i$ -й оси связанной системы координат.

## 10.2. Определение параметров движения КА и особенности статистической обработки результатов измерений

Одним из возможных применений когерентных оптических гироскопов может быть их использование для определения параметров движения КА [190, 229].

В общем случае движение КА может быть описано шестью параметрами, в качестве которых можно принять (рис. 10.2) наклонение орбиты  $i$ , долготу восходящего узла  $\Omega$ , эксцентриситет орбиты  $e$ , долготу перигея  $(\Pi)\omega$ , момент прохождения перигея  $\tau$  и период обращения космического аппарата  $T$ .

Элементы орбиты  $i$  и  $\Omega$  называют внешнеплоскостными элементами орбиты, так как они характеризуют положение плоскости орбиты в пространстве, а элементы орбиты  $e$ ,  $\omega$ ,  $\tau$  и  $T$  — внутриплоскостными, так как они характеризуют форму ( $e$ ), размеры ( $T$ ) и ориентацию ( $\omega$ ) эллиптической орбиты и позволяют рассчитать текущее положение КА на орбите ( $\tau$ ).

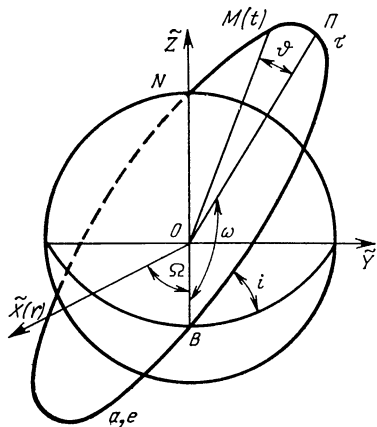


Рис. 10.2. Орбита космического аппарата и ее параметры.

угловые перемещения центра масс КА относительно некоторого фиксированного направления. В качестве одного из таких угловых перемещений, скорость изменения которого может быть измерена с помощью КОКГ, рассмотрим изменение в процессе полета КА истинной аномалии  $\vartheta$ , которая представляет собой угол между текущим радиус-вектором КА и направлением из центра Земли на перигей  $(\Pi)$  (рис. 10.2). Обычно истинную аномалию представляют в виде разложения по степеням эксцентриситета. Если ограничиться членами этого разложения со степенями  $e$

не выше первой, то при предположении о центральности поля Земли можно записать

$$\dot{\vartheta} = M + 2e \sin M, \quad (10.10)$$

где  $M = \frac{2\pi}{T}(t - \tau)$  — средняя аномалия;  $t$  — текущее время.

Дифференцируя выражение (10.10) по времени, получаем выражение для скорости изменения истинной аномалии

$$\dot{\vartheta} = \frac{2\pi}{T} \left[ 1 + 2e \cos \frac{2\pi}{T}(t - \tau) \right]. \quad (10.11)$$

Заметим, что даже для КА с таким сравнительно большим эксцентриситетом как 0,1 погрешность формулы (10.11), вызванная пренебрежением членами, содержащими  $e$  в степени второй и выше, не превышает величины порядка 1%.

Из выражения (10.11) видно, что максимальное значение  $\dot{\vartheta}_{\max}$  соответствует перигею орбиты  $\dot{\vartheta}_{\pi}$ , а минимальное  $\dot{\vartheta}_{\min}$  — апогею орбиты  $\dot{\vartheta}_a$ . Эти значения соответственно равны

$$\dot{\vartheta}_{\pi} = \frac{2\pi}{T}(1 + 2e); \quad \dot{\vartheta}_a = \frac{2\pi}{T}(1 - 2e).$$

При  $T = 100$  мин, что соответствует, например, КА с круговой орбитой высотой порядка 1000 км  $\dot{\vartheta} \approx \approx 10^{-3}$  рад/с. С увеличением периода обращения КА (увеличением большой полуоси), скорость изменения истинной аномалии уменьшается.

Зависимость  $\dot{\vartheta}$  от  $T$ ,  $e$ ,  $\tau$  (10.11) является основой для определения этих параметров по измерениям  $\dot{\vartheta}$ . Таким образом, на основе измерения скорости изменения истинной аномалии могут быть определены только внутриспоскожные параметры, характеризующие форму орбиты и текущее положение КА на орбите ( $T$ ,  $e$  и  $\tau$ ), и не могут быть определены остальные элементы орбиты ( $\omega$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ).

Как следует из уравнений (10.2), а также (10.6) — (10.9), для определения скорости изменения истинной аномалии ( $\dot{\vartheta}$ ) с помощью лазерных гироскопов на борту КА необходимо иметь дополнительные устройства, обеспечивающие стабилизацию его осей относительно базовой системы координат. В дальнейшем для выяснения принципиальных возможностей определения параметров движения КА на основе использования КОКГ предположим, что ошибки стабилизации отсутствуют.

Стабилизация осей космического аппарата на орбите для определения элементов орбиты является принципиально необходимой подобно тому, как для стабилизации осей КА принципиально необходимо знание истинной аномалии.

При наличии устройств стабилизации может быть обеспечена жесткая связь контуров системы лазерных гироскопов с базовой системой координат, т. е. достижение  $\theta = \varphi = \psi = 0$ , либо совмещение плоскостей контуров с плоскостями базовой системы координат, т. е. достижение  $\dot{\theta} = \dot{\varphi} = \dot{\psi} = \dot{\theta} = \dot{\varphi} = \dot{\psi} = 0$ .

В первом случае из уравнений (10.2) и (10.3) получим

$$F_x = k_x \dot{\vartheta} \sin \theta \sin \psi,$$

$$F_y = k_y \dot{\vartheta} \sin \theta \cos \psi,$$

$$F_z = k_z \dot{\vartheta} \cos \theta.$$

Очевидно, что если  $k_x = k_y = k_z = k$ , то возможна обработка разностных частот лазерных гироскопов по правилу

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = k \dot{\vartheta},$$

обеспечивающему выделение информации о скорости изменения истинной аномалии.

Во втором случае  $F_x = F_y = 0$ ,  $F_z = k_z \dot{\vartheta}$ . Последнее означает, что при наличии на борту КА вертикали и

устройства, определяющего плоскость орбиты, возможно такое размещение одиночного лазерного гироскопа, при котором обеспечивается выделение информации о скорости изменения истинной аномалии. Из предыдущих рассуждений вполне очевидно, что гироскоп должен быть расположен в плоскости орбиты КА при постоянной ориентировке какой-либо точки контура на центр Земли.

Если на борту КА имеется только вертикаль, с которой жестко связана ось  $Oy$  введенной системы координат, то в этом случае

$$\theta = \varphi, \psi = 0, \dot{\varphi} = \dot{\theta} \neq 0, \dot{\psi} = 0 \text{ и } F_x = k_x \dot{\theta},$$

$$F_y = k_y \dot{\theta} \sin \theta, F_z = k_z \dot{\theta} \cos \theta.$$

При  $k_y = k_z$

$$F = \sqrt{F_y^2 + F_z^2} = k \dot{\theta}, \quad (10.12)$$

и, следовательно, в качестве датчика информации о параметрах движения КА может быть использована двухконтурная система лазерных гироскопов, линия пересечения контуров которой совпадает с вертикалью. Эта двухконтурная система оказывается нечувствительной к развороту системы контуров вокруг вертикали. Преимущество двухконтурной системы по сравнению с ранее рассмотренной одноконтурной заключается в отсутствии необходимости ориентирования контуров в плоскости орбиты. Применение в этом случае трехконтурной системы КОКГ позволяет дополнительно решить задачу стабилизации КА по курсу.

В дальнейшем для оценки возможностей определения с помощью лазерных гироскопов внутриплоскостных параметров движения КА будем рассматривать наиболее приемлемую по указанным выше соображениям двухконтурную систему лазерных гироскопов, разностные частоты которой обрабатываются в соответствии с выражением (10.12).

Так как с помощью лазерного гироскопа может быть получено избыточное число измерений, т. е. число измерений, во много раз превышающее минимально необходимое для однозначного определения неизвестных параметров движения, то целесообразно использовать статистические методы обработки измерений. Основной целью статистической обработки измерений для определения неизвестных параметров движения КА является нахождение такой совокупности параметров движения, которые бы удовлетворили полученной измерительной информации в смысле какого-либо статистического критерия.

Одним из таких критериев является критерий метода наименьших квадратов (МНК), широко используемый для определения параметров движения КА [42, 230]. В соответствии с МНК ищется такая совокупность неизвестных параметров, которая бы соответствовала минимуму квадратичного функционала

$$\sum_{i=1}^N (R_{иi} - R_{рi})^2, \quad (10.13)$$

где  $R_{иi}$  и  $R_{рi}$  — соответственно измеренные и расчетные на основе оценок неизвестных параметров значения измеряемой величины в момент времени  $t_i$ ;  $N$  — число измерений.

Будем предполагать, что нам априорно, хотя и с большими ошибками, известны значения определяемых параметров.

Наличие априорных данных об оцениваемых параметрах позволяет свести задачу определения параметров движения КА к задаче уточнения их априорно-известных значений.

В этом случае вектор поправок к априорно-известному вектору искомых параметров  $q_0$  может быть найден по формуле

$$\Delta q = (J^T J)^{-1} J^T \delta R, \quad (10.14)$$

где  $J$  — матрица  $N \times m$  частных производных от всех  $N$  обрабатываемых измерений по всем  $m$  определяемым параметрам;  $\delta R = R_{и} - R_{р0}$  — вектор невязок размером  $N \times 1$ ;  $R_{и}$  и  $R_{р0}$  — соответственно вектор измерений и вектор расчетных значений измерений.

Выражение (10.14) получено линеаризацией значений  $R_{рi}$  в выражении (10.13) относительно априорных значений неизвестных параметров при представлении  $R_{рi}$  в виде ряда Тэйлора с сохранением только первых двух членов разложения. Вследст-

вие этого невязки содержат составляющую  $\Delta\hat{R}$ , соответствующую отбрасываемым членам ряда Тэйлора. Для устранения влияния этих ошибок линеаризации на точность определения неизвестных параметров применяется итерационный процесс [42, 231]. На каждом  $i$ -м цикле итерационного процесса априорно известные значения неизвестных параметров заменяются новым значением  $q_i = q_{i-1} + \Delta q_i$ . Эти значения используются для пересчета на каждой итерации элементов матрицы  $J$  и вектора невязок  $\delta R$ .

Существует достаточно оснований считать, что алгоритм (10.14), используемый для совместной обработки всех измерений, полученных на интервале наблюдения, обладает наибольшей точностью. Это обстоятельство, а также то, что этот алгоритм широко используется в настоящее время для обработки наблюдений за движением КА [42], является, на наш взгляд, достаточным основанием для проведения анализа точности определения параметров движения КА применительно к этому алгоритму.

Независимо от источника происхождения будем считать, что вектор ошибок измерений может быть представлен в виде суммы вектора случайных ошибок измерений  $\delta$  и вектора систематических ошибок измерений  $\Delta$ .

Если отклонение априорного вектора параметров движения КА от истинного значения вектора параметров движения КА может быть представлено в виде вектора  $\delta$ , то составляющая вектора невязок, обусловленная этим отклонением, определяется вектором  $J\delta q$ .

В целом вектор невязок может быть представлен в следующем виде:

$$\delta R = J\delta q + \delta + \Delta + \Delta\hat{R}. \quad (10.15)$$

Подставляя (10.15) в (10.14), получаем выражение для вектора ошибок параметров движения КА

$$\begin{aligned} \sigma q = \Delta q - \delta q = & (J^T J)^{-1} J^T \delta + (J^T J)^{-1} J^T \Delta + \\ & + (J^T J)^{-1} J^T \Delta\hat{R}. \end{aligned} \quad (10.16)$$

Каждое слагаемое в правой части выражения (10.16) представляет собой выражение для вектора ошибок параметров движения КА, обусловленных соответственно действием случайных, систематических ошибок измерений и ошибок линеаризации.

Из выражения (10.16) видно, что для анализа совместного влияния различных составляющих ошибок на точность определения параметров движения может быть применен принцип суперпозиции.



Так как ошибки линеаризации устраняются при применении итерационного процесса [42], то можно считать, что

$$\sigma q = \sum_{i=1}^2 \delta q_i, \quad (10.17)$$

где  $\delta q_1 = (J^T J)^{-1} J^T \delta$ ;  $\delta q_2 = (J^T J)^{-1} J^T \Delta$ .

Наличие систематических ошибок измерений приводит к появлению в определяемых параметрах движения систематических ошибок, определяемых вектором  $\delta q_2$ . Случайная составляющая ошибок измерений приводит к появлению случайных ошибок определяемых параметров движения. Статистические свойства этих ошибок характеризуются корреляционной матрицей, которая в общем виде определяется выражением

$$K_{\sigma q} = (J^T J)^{-1} J^T K_R J (J^T J)^{-1},$$

где  $K_R$  — корреляционная матрица вектора ошибок измерений.

Элементы матриц  $K_R$  и  $K_{\sigma q}$  определяются соответственно выражениями

$$\kappa_{Rij} = \rho_{ij} \sigma_{Ri} \sigma_{Rj} \quad (i, j = 1, \dots, N),$$

$$\kappa_{\sigma qij} = \rho_{ij} \sigma_{qi} \sigma_{qj} \quad (i, j = 1, \dots, m). \quad (10.18)$$

Если измерения не коррелированы и равноточны с дисперсией  $\sigma^2_R = \text{const}$ , то  $K_R$  имеет диагональный вид  $K_R = \sigma^2_R E$ , где  $E$  — единичная матрица.

Тогда

$$K_{\sigma q} = \sigma_R (J^T J)^{-1}. \quad (10.19)$$

Произведем анализ точности определения параметров движения КА. При этом будем полагать, что случайные ошибки измерений разностной частоты не коррелированы и имеют дисперсию  $\sigma^2_F$ , а систематические ошибки измерений постоянны на интервале наблюдений. При сделанном допущении о дисперсии измерений разностной частоты можно рассчитать дисперсию величины  $R$ , вовлекаемой в обработку.

Так как в соответствии с (10.12)

$$R = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}, \quad \text{то} \quad \sigma^2_R = F_y^2 \sigma^2_{F_y} / R^2 + F_z^2 \sigma^2_{F_z} / R^2.$$

Заметим, что коэффициенты при дисперсиях измерений разностной частоты отдельных лазерных гироскопов представляют

собой квадраты направляющих косинусов  $\cos \psi_1$  и  $\cos \psi_2$  вектора угловой скорости  $\dot{\phi}$  относительно системы координат  $Oxyz$ . Так как третий направляющий косинус  $\cos \psi_3=0$  и  $\sigma_{F_y}^2 = \sigma_{F_x}^2 = \sigma_F^2$ , то

$$\sigma_R^2 = \sigma_F^2.$$

Аналогично может быть получено выражение для систематических ошибок  $R$ . При предположении, что ошибки измерений разностной частоты  $\Delta F$  постоянны и одинаковы для обоих контуров, получим при условии малости  $\Delta F$  по сравнению с  $F_y$  и  $F_z$ , что

$$\Delta R = \Delta F (\cos \psi_1 + \cos \psi_2).$$

*Влияние случайных ошибок измерений.* Наличие случайных ошибок в измерениях разностной частоты приводит к появлению случайных ошибок оцениваемых параметров. Статистические свойства этих ошибок характеризуются, как выше было отмечено, корреляционной матрицей.

Элементы матрицы  $J$ , входящей в выражение для корреляционной матрицы ошибок параметров движения КА (10.19), представляют собой частные производные вида  $\partial R / \partial q$ , которые с учетом выражения (10.12) могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{\partial R}{\partial q} = \frac{\partial F}{\partial q} = k \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial q}. \quad (10.20)$$

Дифференцируя выражение для  $\dot{\phi}$  (10.11) по определяемым параметрам движения КА  $T$ ,  $e$  и  $\tau$ , будем иметь выражения для производных вида  $\partial \dot{\phi} / \partial q$ , входящих в выражение (10.20)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial T} &= -\frac{2\pi}{T} \left\{ 1 + 2e \cos \left[ \frac{2\pi}{T} (t - \tau) \right] \right\} + \frac{4\pi e}{T} \sin \frac{2\pi}{T} (t - \tau); \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial e} &= \frac{4\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} (t - \tau); \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \tau} &= \frac{8\pi^2 e}{T^2} \sin \frac{2\pi}{T} (t - \tau). \end{aligned} \quad (10.21)$$

С учетом выражения (10.20) симметричная матрица  $J^T J$  может быть записана в виде

$$J^T J = k^2 \begin{vmatrix} h_{11} h_{12} h_{13} \\ h_{21} h_{22} h_{23} \\ h_{31} h_{32} h_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= k^2 \left| \begin{array}{ccc} \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial T} \right)^2 & \sum_{k=1}^N \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial T} \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial e} & \sum_{k=1}^N \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial T} \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial \tau} \\ \sum_{k=1}^N \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial T} \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial e} & \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial e} \right)^2 & \sum_{k=1}^N \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial e} \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial \tau} \\ \sum_{k=1}^N \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial T} \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial \tau} & \sum_{k=1}^N \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial e} \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial \tau} & \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial \tau} \right)^2 \end{array} \right|$$

Для нахождения выражений для элементов матрицы  $J^T J$  заменим суммы в правой части выражения (10.22) интегралами по правилу

$$\sum_{k=1}^N \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial q_{j_1}} \frac{\partial \dot{\vartheta}_k}{\partial q_j} \approx \frac{N}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial q_i} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial q_j} dt;$$

где  $\Delta t = t_2 - t_1$  — интервал наблюдения. Тогда

$$\begin{aligned} h_{11} &= \frac{N}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial T} \right)^2 dt, & h_{12} &= h_{21} = \frac{N}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial T} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial e} dt; \\ h_{13} &= h_{31} = \frac{N}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial T} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \tau} dt, & h_{22} &= \frac{N}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial e} \right)^2 dt; \\ h_{23} &= h_{32} = \frac{N}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial e} \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \tau} dt, & h_{33} &= \frac{N}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} \left( \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \tau} \right)^2 dt. \end{aligned} \quad (10.22)$$

В качестве мерного интервала рассмотрим интервал, началом которого является момент времени  $t_1$ , соответствующий моменту прохождения перигея, т. е. будем считать, что  $t_1 = \tau$ ,  $t_2 = \tau + \Delta t$ . Подставляя в (10.22) выражения (10.21), вычисляя интегралы и пренебрегая, как и ранее, членами второго порядка малости и выше по  $e$ , получаем

$$h_{11} = \frac{N}{\Delta t} \left( \frac{4\pi}{T^4} \Delta t + \frac{8\pi e}{T^3} \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t \right) -$$

$$-\frac{32\pi^3 e}{T^6} \left( \frac{T^2}{4\pi^2} \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t - \frac{\Delta t T}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{T} \Delta t \right), \quad (10.23)$$

$$h_{12} = h_{21} = \frac{N}{\Delta t} \left[ -\frac{4\pi}{T^2} \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t - \frac{16\pi^2 e}{T^3} \times \right. \\ \times \left( \frac{1}{2} \Delta t + \frac{T}{8\pi} \sin \frac{4\pi}{T} \Delta t \right) + \frac{16\pi^3 e}{T^4} \left( \frac{T^2}{16\pi^2} \sin \frac{4\pi}{T} \Delta t - \right. \\ \left. \left. - \frac{\Delta t T}{4\pi} \cos \frac{4\pi}{T} \Delta t \right) \right],$$

$$h_{22} = \frac{N}{\Delta t} \left[ \frac{16\pi^2}{T^2} \left( \frac{1}{2} \Delta t + \frac{T}{8\pi} \sin \frac{4\pi}{T} \Delta t \right) \right],$$

$$h_{13} = h_{31} = \frac{N}{\Delta t} \frac{8\pi^2 e}{T^3} \left( \cos \frac{2\pi}{T} \Delta t - 1 \right),$$

$$h_{23} = h_{32} = \frac{N}{\Delta t} \left[ -\frac{4\pi^2 e}{T^2} \left( \cos \frac{4\pi}{T} \Delta t - 1 \right) \right], \quad h_{33} = 0.$$

Корреляционная матрица ошибок определяемых параметров движения

$$K_{\sigma_q} = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{vmatrix} = \sigma_F^2 (J^T J)^{-1} = \frac{\sigma_F^2}{k^2} \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{vmatrix}^{-1}.$$

Диагональные элементы  $k_{11}$ ,  $k_{22}$ ,  $k_{33}$  представляют собой, как это следует из выражения (10.18), дисперсии определяемых параметров. Выражения для них имеют следующий вид:

$$\sigma_T^2 = \frac{\sigma_F^2}{k^2} c_{11}, \quad \sigma_e^2 = \frac{\sigma_F^2}{k^2} c_{22}, \quad \sigma_\tau^2 = \frac{\sigma_F^2}{k^2} c_{33}, \quad (10.24)$$

где  $c_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $c_{33}$  — элементы матрицы  $(J^T J)^{-1}$ , обратной к матрице  $J^T J$ . Они могут быть найдены по формулам

$$c_{11} = H_{11}/\det(J^T J); \quad c_{22} = H_{22}/\det(J^T J); \quad c_{33} = H_{33}/\det(J^T J),$$

где  $H_{11}$ ,  $H_{22}$ ,  $H_{33}$  — алгебраические дополнения элементов  $h_{11}$ ,  $h_{22}$ ,  $h_{33}$  матрицы  $J^T J$ ;  $\det(J^T J)$  — определитель матрицы  $J^T J$ . Выражения (10.24) обеспечивают возможность определения дисперсией неизвестных параметров движения КА для различных орбит при различных условиях определения.

Для получения количественных характеристик произведем анализ точности определения элементов орбиты при наблюдении

в интервале  $\Delta t = T$ , где  $T$  — период обращения КА. В этом случае из выражений (10.23) следует

$$\begin{aligned} h_{11} &= 2N\pi^2(1-4e)T^{-4}; & h_{12} &= h_{21} = -12N\pi^2eT^{-3}, \\ h_{22} &= 8N\pi^2T^{-2}, & h_{13} &= h_{31} = 16N\pi^4eT^{-4}, \\ h_{23} &= h_{32} = h_{33} = 0. \end{aligned} \quad (10.25)$$

Используя выражение (10.24) и (10.25), для КА с  $e=0,1$  можно записать, что

$$\begin{aligned} \sigma_T^2 &\approx 0,25T^4k^{-2}N^{-1}\sigma_F^2, \\ \sigma_e^2 &\approx 0,014T^2k^{-2}N^{-1}\sigma_F^2, \\ \sigma_\tau^2 &\approx 0,1T^4k^{-2}N^{-1}\sigma_F^2. \end{aligned} \quad (10.26)$$

Из выражений (10.26) вполне очевидно, что с увеличением периода обращения (большой полуоси) дисперсии ошибок параметров движения КА увеличиваются, а уменьшение эксцентриситета орбиты приводит в конечном счете к увеличению дисперсий определяемых параметров движения. Причиной этого является возрастающая неопределенность момента прохождения перигея при  $e \rightarrow 0$ . Если

$$N = 100, \quad T = 100 \text{ мин}, \quad k = 10^6, \quad \sigma_F = 0,1 \text{ Гц}, \quad \text{то } \sigma_T \approx 0,18 \text{ с}, \\ \sigma_e \approx 3 \cdot 10^{-6}, \quad \sigma_\tau \approx 0,12 \text{ с}.$$

Для круговых орбит (для них  $e=0$ ) единственным параметром, который может быть уточнен, является период обращения КА. Дисперсия ошибки определения периода обращения  $T$  может быть вычислена по формуле

$$\sigma_T^2 = \sigma_F^2 / k^2 h_{11}.$$

При  $e=0$  из (10.25) следует, что  $h_{11} = 2\pi^2 NT^{-4}$ . Тогда, если  $N = 100$ ,  $T = 100$  мин,  $k = 10^6$  и  $\sigma_F = 0,1$  Гц,  $\sigma_T = 0,1$  с.

*Влияние систематических ошибок измерений.* Оценка величины ошибок в параметрах движения КА, обусловленных систематическими ошибками измерений, требует (10.17) получения выражений для элементов вектора  $J^T \Delta R$

$$J^T \Delta R = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix} = k \Delta F \begin{vmatrix} \sum_{k=1}^N \frac{\partial \vartheta_k}{\partial T} \\ \sum_{k=1}^N \frac{\partial \vartheta_k}{\partial e} \\ \sum_{k=1}^N \frac{\partial \vartheta_k}{\partial \tau} \end{vmatrix}.$$

Заменяя суммы интегралами, получаем следующие выражения:

$$b_1 = \frac{N}{\Delta t} k \Delta F \left[ \frac{2\pi}{T^2} \Delta t - \frac{2\pi e}{T} \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t + \right. \\ \left. + \frac{8\pi^2 e}{T^3} \left( \frac{T^2}{4\pi^2} \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t - \frac{T \Delta t}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{T} \Delta t \right) \right], \\ b_2 = \frac{2N}{\Delta t} k \Delta F \sin \frac{2\pi}{T} \Delta t, \\ b_3 = \frac{N}{\Delta t} k \Delta F \left( -\frac{4\pi e}{T} \cos \frac{2\pi}{T} \Delta t \right).$$

Выражения для ошибок в параметрах движения можно записать в следующем виде, используя выражение (10.17),

$$\begin{vmatrix} \delta q_{21} \\ \delta q_{22} \\ \delta q_{23} \end{vmatrix} = \frac{\Delta F}{k^2} \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}.$$

При  $e = 0,1$  и  $\Delta t = T$

$$b_1 = \frac{1,6N\pi}{T^2} k \Delta F; \quad b_2 = 0; \quad b_3 = -\frac{0,4N\pi}{T^2} k \Delta F.$$

Положив  $k=10^6$  и  $T=100$  мин, получим следующие оценки для систематических ошибок определяемых параметров:

$$\delta q_{21} = \Delta T \approx 400 \Delta F, \\ \delta q_{22} = \Delta e \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \Delta F, \\ \delta q_{32} = \Delta \tau \approx 15 \Delta F.$$

При  $\Delta F = 0,1$  Гц,  $\Delta T = 4$  с,  $\Delta e = 1,2 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta \tau = 1,5$  с.

Как и в случае случайных ошибок измерений, увеличение периода обращения и уменьшение эксцентриситета орбиты приводит к увеличению ошибок в определяемых параметрах движения КА при одних и тех же значениях систематических ошибок измерений разностной частоты.

Проведенный выше анализ позволяет оценить точностные возможности навигационной системы с лазерным гироскопом при определении внутриплоскостных параметров движения КА для различной величины случайных и систематических ошибок измерений разностной частоты.

Определение всей совокупности параметров, характеризующих движение КА, возможно при комплексировании КОКГ с датчиками, чувствительными к внешнеплоскостным параметрам движения.

Подытоживая все частные выводы, сделанные в процессе анализа возможностей КОКГ для обеспе-

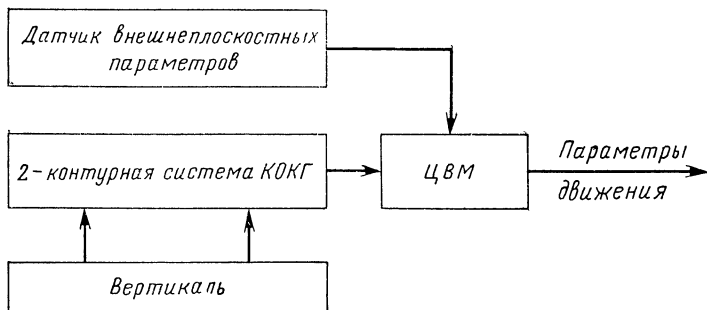


Рис. 10.3. Схема навигационной системы.

чения определения параметров движения КА, можно представить одну из возможных систем определения параметров движения КА с использованием лазерных гироскопов (рис. 10.3).

Вертикаль в этой системе обеспечивает ориентирование на центр Земли и, как было выше отмечено, создает таким образом определенность в измерении именно скорости изменения истинной аномалии. Двухконтурная система КОКГ, жестко связанная с вертикалью, дает возможность при соответствующей обработке разностных частот, возникающих на выходе отдельных контуров, исключить необходимость помещения КОКГ в плоскость орбиты.

Рассмотренные возможности использования лазерных гироскопов для определения параметров движения КА показывают, что с их помощью могут быть

измерены только внутриспоскостные параметры орбиты. Для определения внешенспоскостных элементов орбиты следует привлекать дополнительные датчики навигационных параметров, например радиотехнические, астрономические или их совокупность. Поэтому вопросы комплексирования лазерных гироскопов с другими датчиками представляют большой практический интерес для построения комплексных систем навигации КА.

Среди этих систем особую группу составляют автономные навигационные приборы, создаваемые на базе бесплатформенных инерциальных систем навигации.

### **10.3. Бесплатформенные инерциальные системы навигации КА с использованием когерентных оптических гироскопов**

Инерциальная навигация в трехмерном пространстве предполагает измерение трех составляющих полного ускорения объекта, двойного интегрирования результатов измерений и вычисление текущих координат и скорости определяющегося объекта.

Основное преимущество инерциальной навигации — ее полная автономность и высокое быстродействие — определяет интерес разработчиков к такого рода системам.

Применение автономных навигационных систем на космических кораблях позволит осуществить прямое измерение координат траектории на борту корабля и устранил необходимость в специальной измерительной аппаратуре, находящейся за пределами КА.

В настоящее время наиболее распространенными являются инерциальные системы навигации (ИСН) с гиросtabilизированной платформой [234]. Погрешность ИСН в этом случае во многом определяется ошибками стабилизации платформы. Создание прецизионных платформ, которые необходимы для решения



навигационных задач, является делом большой технической трудности. Точность их работы ограничивается технологическими возможностями производства. Кроме того, гиростабилизированные платформы имеют большие габариты, вес, время запуска. Поэтому определенный интерес представляет изыскание таких ИСН, которые бы для своей работы не требовали

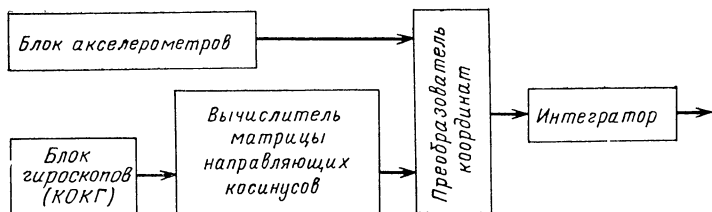


Рис. 10.4. Схема бесплатформенной инерциальной системы навигации.

гиростабилизированной платформы. Например, можно представить бесплатформенную систему ИСН, в которой движение платформы моделируется математически в вычислительной части системы. Такие инерциальные системы без гиростабилизированной платформы получили название бескарданных инерциальных систем (БИС).

Структурная схема инерциальной системы без гиростабилизированной платформы приведена на рис. 10.4. В ней блок акселерометров (измерителей ускорения) установлен жестко на борту объекта, а ориентация их осей чувствительности вычисляется по результатам измерения угловой скорости блоком гироскопических датчиков, также жестко установленных на борту. Для коррекции ошибок инерциальной системы навигации может быть использована внешняя информация, например, от высотометра или астросистемы.

Бескарданная инерциальная система, представленная на рис. 10.4, использует информацию о составляющих угловой скорости от блока гироскопов для непрерывного вычисления матрицы преобразования или матрицы направляющих косинусов  $\alpha = (\alpha_{ij})$ , где  $i, j = 1, 2, 3$ , которые определяют ориентацию осей  $x y z$  системы координат, связанной с объектом, относительно инерциальных навигационных осей  $x' y' z'$ . При этом переход от координат вектора положения объекта, заданного в проекциях на оси  $x y z$  в виде

$$A = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

к проекциям, заданным в осях инерциальной системы  $x' y' z'$ , можно совершить по правилу

$$A' = \begin{pmatrix} a_{x'} \\ a_{y'} \\ a_{z'} \end{pmatrix} = \alpha^T A,$$

где  $\alpha^T$  — транспонированная матрица, которая совпадает с обратной матрицей  $\alpha^{-1}$ , если оси  $x y z$  и  $x' y' z'$  ортогональны.

Совершенно очевидно, что точностные характеристики процесса определения поступательного движения центра масс объекта в значительной степени определяются ошибками блока гироскопов.

Для определения ориентации объекта могут быть использованы различные параметры. Чаше всего для этой цели используются углы Эйлера [223], параметры Кейли — Клейна [237] и направляющие косинусы [236]. Последние параметры получили широкое распространение, поэтому рассмотрим алгоритм вычисления ориентации объекта при их использовании.

Направляющие косинусы  $\alpha_{ij}$  и проекции  $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$  полного вектора угловой скорости  $\Omega$  на оси  $x y z$

связаны между собой соотношением  $\dot{\alpha} + \Omega\alpha = 0$ , где

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha(t_0) = \alpha_0.$$

В конечном виде интегрирование этого уравнения оказывается невозможным, поэтому приходится использовать численные методы, описание которых можно найти в работах [234, 238]. Все эти методы, как правило, дают те или иные рекомендации по вычислению направляющих косинусов.

Таким образом, одним из чувствительных элементов БИС должен быть датчик полного вектора угловой скорости объекта, к которому в бесплатформенной системе предъявляются весьма жесткие требования. Существенно при этом, что бескарданная система наиболее чувствительна именно к ошибкам датчиков информации об угловой скорости объекта относительно его центра масс.

В качестве датчиков углового полсжения объекта используются скоростные гироскопы, одноосные стабилизаторы или трехстепенные интегрирующие гироскопы, гиromaятниковые интегрирующие акселерометры, свободные гироскопы. Существующие типы датчиков не могут удовлетворить всему комплексу требований, предъявляемых к ним бескарданной инерциальной системой. Так например, скоростные гироскопы не обладают достаточной линейностью характеристики в широком диапазоне измеряемых скоростей, трехстепенные интегрирующие гироскопы имеют невысокое быстродействие. Для космических летательных аппаратов, рассчитанных на малые перегрузки, целесообразно использовать свободные гироскопы, однако их точностные характеристики в большой степени определяются технологией изготовления и сборки и имеют ряд принципиальных ограничений. Поэтому особый интерес представляет использование

в инерциальных системах навигации в качестве датчиков угловой скорости лазерных гиросметров. Это объясняется прежде всего тем, что по своим дрейфовым характеристикам лазерные гиросметры приближаются к обычным механическим гироскопам и значительно превосходят их по динамическому диапазону

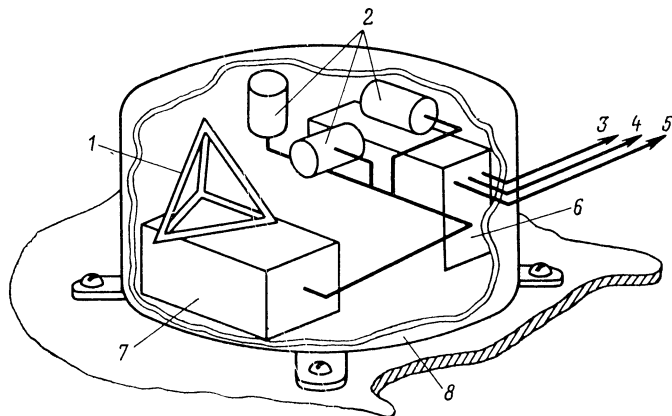


Рис. 10.5. Бортовая автономная навигационная система.

и чувствительности. Кроме того, простота конструкции и практически мгновенная готовность к действию дают все основания рассчитывать на обеспечение долговременной надежной работы.

Результаты предварительных испытаний, выполненных фирмой NASA Marshall, показали, что трехосевой датчик массой менее 6 кг, содержащий три лазерных гироскопа с треугольным резонатором каждый (сторона 12,7 см) может быть использован для многих применений в бескарданных инерциальных системах [26].

Одна из возможных конструкций автономной безынерциальной системы навигации приведена на

рис. 10.5 [238]. В ее состав входят: трехстепенной лазерный гироскоп 1, три акселерометра 2, измеряющие ускорения вдоль ортогональных осей связанной системы координат  $x, y, z$ , вычислитель направляющих косинусов 7, вычислительная машина 6, с выходов 3, 4, 5 которой снимаются интересующие навигационные параметры. Дальнейшее совершенствование конструкций лазерных гироскопов позволит еще более сократить габариты и вес БИС и расширить области их применения.

#### 10.4. Когерентные оптические гироскопы в системах приземной навигации

Если ось чувствительности гироскопа направить на Солнце, то, измеряя частоту биений встречных волн и зная угловую скорость вращения Земли, можно с высокой точностью определить широтный угол  $\varphi$  из соотношения

$$\varphi = \arccos F/k.$$

При таком использовании лазерного гироскопа он выполняет роль секстанта [164].

Несколько вариантов использования лазерного гироскопа для определения широты места рассмотрено в работе [232]. В одном из них ось чувствительности гироскопа выставляется параллельно вектору угловой скорости суточного вращения Земли. При этом угол, образованный осью чувствительности гироскопа с плоскостью местного горизонта, равен широте места. Совершенно очевидно, что зависимость частоты биений гироскопа от угла  $\gamma$  между осью чувствительности КОКГ и вектором угловой скорости Земли  $\Omega_z$  имеет гармонический характер (рис. 10.6).

В этом случае можно построить автоматическую экстремальную систему, настроенную на максимум или минимум значения частоты биений, который до-

стигается при параллельности оси чувствительности лазерного гироскопа вектору угловой скорости Земли.

Ошибка определения широты места экстремальным методом может быть оценена по выражению  $\Delta\varphi = \arccos(\Omega_3 - \Omega_{\min}/\Omega_3)$ , где  $\Omega_{\min}$  — минимальная величина угловой скорости, регистрируемая лазерным гироскопом.

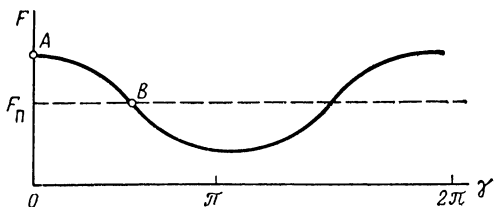


Рис. 10.6. Зависимость частоты биений на выходе лазерного гироскопа от угла  $\gamma$ .

В частности, принимая  $\Omega_{\min} = 2 \cdot 10^{-8} \text{с}^{-1}$ , можно найти, что ошибка определения широты места составит около  $1^\circ 15'$ .

При прочих равных условиях невысокая чувствительность экстремального метода определяется выбором рабочей точки в области нулевой крутизны зависимости частоты биений  $F$  лазерного гироскопа от угла  $\gamma$  (точка  $A$  на рис. 10.6).

Более высокие точностные характеристики при определении широты места можно получить, если рабочую точку выбрать в области максимальной крутизны зависимости  $F$  от  $\gamma$  (точка  $B$  на рис. 10.6).

Это означает, что при определении широты ось чувствительности гироскопа будет поворачиваться в плоскости меридиана до положения, при котором значения разностной частоты на выходе гироскопа будут равны частоте подставки. Ось чувствительности гироскопа в этом случае перпендикулярна вектору

угловой скорости вращения Земли. Угол между плоскостью горизонта и осью чувствительности гироскопа будет дополнительным к широте места. Ошибка в определении широты в этом случае может быть найдена из соотношения  $\Delta\varphi = \arcsin(\Omega_{\min}/\Omega_3)$ . При  $\Omega_{\min} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ ,  $\Delta\varphi = 42''$ .

Если ось чувствительности лазерного гироскопа составит некоторый угол  $\Delta N$  с плоскостью меридиана, то это приведет к дополнительной ошибке в определении широты, которая составит  $\Delta\varphi' = \arccos(\cos\varphi \cos\Delta N)$ . Принимая для определенности  $\Delta N = 2^\circ$ , что соответствует ошибке магнитного компаса, можно найти, что на широте  $\varphi = 60^\circ$  погрешность измерения широты лазерным гироскопом составит несколько более  $1'$ .

Если использовать систему из двух лазерных гироскопов, оси чувствительности которых ортогональны, то появится принципиальная возможность одновременного определения не только широты места, но и направления истинного меридиана. В этом случае один гироскоп размещают в плоскости истинного меридиана, что контролируется по частоте биений, равной начальному разному частот. Ось чувствительности этого гироскопа образует прямой угол с направлением, параллельным оси суточного вращения Земли. Другой гироскоп, с помощью которого определяется географическая широта, может быть повернут относительно оси чувствительности первого до положения, при котором частота биений из-за вращения либо максимальна (рабочая точка  $A$  на рис. 10.6), либо равна нулю (рабочая точка  $B$ ).

В любом случае ошибка определения направления меридиана будет равна  $\Delta N = \arcsin(\Omega_{\min}/\Omega_3 \cos\varphi)$ . При исходных данных, используемых ранее для  $\varphi = 60^\circ$ , получим  $\Delta N = 1'50''$ .

В третьем варианте [232] ось чувствительности лазерного гироскопа устанавливается перпендикуляр-

но горизонтной плоскости. В этом случае разностная частота на выходе гироскопа будет линейно связана с угловой скоростью вращения Земли соотношением  $F = k\Omega_3 \sin \varphi$ .

Зная разностную частоту, нетрудно определить вычислением или по заранее составленным таблицам значение широты места. Точность измерения широты в этом случае зависит от точности гироскопа, установки его в плоскость горизонта и точности вычислений.

В общем случае лазерные гироскопы могут обеспечить большое число измерений одной и той же функционально связанной с частотой биений величины, например широты места или направления истинного меридиана. При использовании избыточного количества измерений можно исключить некоторые ошибки одиночных измерений при их статистической обработке, как это было показано в § 10.2.

Вполне естественно, что ряд интересующих наблюдателя навигационных величин может быть получен, если известны величина и направление вектора суточного вращения Земли. Такие измерения наиболее просто могут быть выполнены системой из трех лазерных гироскопов, оси чувствительности которых ортогональны. Пусть трехконтурная система лазерных гироскопов расположена в точке  $O$  на земной поверхности с географическими координатами  $\lambda$  и  $\varphi$  (рис. 10.7).

С плоскостями отдельных контуров свяжем координатные плоскости системы координат  $OX_1Y_1Z_1$ , причем установка оси  $OZ_1$  произведена по отвесу. Введем также систему координат  $OXYZ$ , ось  $OZ$  которой направлена параллельно оси вращения Земли к северу, ось  $OY$  по касательной и параллели к востоку, а ось  $OX$  лежит в плоскости меридиана и направлена в глубь Земли. Очевидно, что плоскость  $OXZ$  лежит в плоскости меридиана. Систему координат  $OXYZ$ , связанную с трехконтурной системой лазерных гироскопов,



скопов, можно рассматривать как систему координат  $OXYZ$ , развернутую на некоторую совокупность углов.

В качестве таких углов будем рассматривать углы  $\psi$ ,  $A$ ,  $\beta$ .

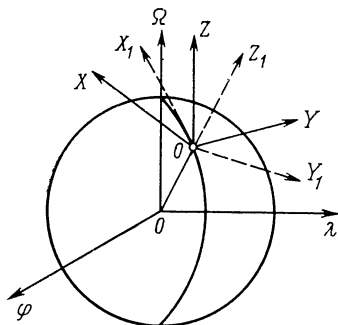


Рис. 10.7. Ориентация осей чувствительности трехконтурной системы лазерных гироскопов на поверхности Земли.

Угол  $A$  характеризует отклонение ориентированного направления, заданного линией пересечения  $OX$  контуров системы лазерных гироскопов от северного направления касательной к меридиану. Если считать, что установка трехконтурной системы произведена по отвесу (по отвесу направлена ось  $OZ_1$ ), то угол  $\beta$  представляет собой от-

клонение отвеса от направления местной вертикали в направлении, соответствующем выходу из меридиональной плоскости. Тогда

$$\psi = 90^\circ - \varphi + \xi, \quad (10.27)$$

где  $\xi$  — отклонение отвеса от направления местной вертикали в плоскости местного меридиана.

Выражения для разностных частот в контурах гироскопов при введении углов  $\psi$ ,  $A$ ,  $\beta$  могут быть записаны в следующем виде:

$$F_i = k_i a_i \Omega_3, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10.28)$$

где  $k_i$  — константы отдельных гироскопов,

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos \beta \cos \psi - \sin \psi \sin \beta \sin A; \\ a_2 &= \cos A \sin \psi; \\ a_3 &= \sin \beta \cos \psi + \cos \beta \sin A \sin \psi. \end{aligned} \quad (10.29)$$

Анализ выражений (10.28) и (10.29) показывает, что знание констант гироскопов  $k_{1,2,3}$  и угловой скорости Земли  $\Omega_3$  и измерение разностных частот на выходе контуров системы дает принципиальную возможность определения всех трех углов, характеризующих пространственное расположение трехконтурной системы лазерных гироскопов. При этом углы  $\psi$  и  $A$  определяют пространственное расположение навигатора и направление истинного меридиана. Как следует из выражения (10.29), с помощью КОКГ нельзя определить географическую долготу  $\lambda$  вследствие того, что для всех значений  $\lambda$  при фиксированном пространственном положении КОКГ  $F = \text{const}$ .

Следует заметить, что прямое разрешение относительно неизвестных углов уравнений разностных частот (10.28) может привести к ошибочному результату, так как возможны несколько решений, удовлетворяющих этим уравнениям.

Большую определенность можно получить, если определять не сами углы, а уточнять их априорно известные значения. В этом случае на основании приближенного решения уравнения (10.28) определяются поправки, которые в совокупности с априорно-известными значениями неизвестных углов дадут их истинные значения. Сравнительная малость этих поправок позволяет локализовать решение уравнений в области истинного решения и сделать его, таким образом, однозначным.

Принцип уточнения неизвестных параметров при наличии избыточного числа измерений реализуется в методе наименьших квадратов (МНК).

Ранее были приведены соотношения, позволяющие в рамках этого метода оценить влияние на точность нахождения неизвестных параметров ошибок измерений и погрешностей параметров, не подлежащих определению. В данном параграфе мы воспользуемся этими соотношениями без вывода.

Прежде чем начать анализ точностных возможностей КОКГ в системах наземной навигации, отметим некоторые особенности использования лазерного гироскопа в этих системах. Будем считать, что угловая скорость вращения Земли известна с ошибкой  $\Delta\Omega_3$ . Константы отдельных гироскопов равны между собой. Неточности в знании угловой скорости вращения Земли, так же как и в знании констант КОКГ  $k$ , должны в этом случае рассматриваться как ошибки, приводящие к появлению ошибок в определяемых параметрах.

Будем рассматривать далее случай неизменной ориентации трехконтурной системы в процессе измерений. Очевидно, что возможные небольшие изменения этой ориентации в процессе измерений следует рассматривать как возмущения, приводящие к появлению дополнительных ошибок в оцениваемых параметрах.

В качестве величины, подлежащей обработке, будем считать величину

$$F_m = F_1 + F_2 + F_3 = (a_1 + a_2 + a_3)k\Omega_3 = lk\Omega_3,$$

$$\text{где } l = \cos \beta \cos \psi - \sin \psi \sin \beta \sin A + \cos A \sin \psi + \\ + \sin \beta \cos \psi + \cos \beta \sin A \sin \psi. \quad (10.30)$$

Обработка разностных частот по правилу, использованному при анализе лазерных гироскопов как датчиков информации о параметрах движения КА,

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} \quad (10.31)$$

в этом случае не дает желаемого эффекта. Так как  $F = k\Omega_3$ , то представление частоты  $F$  в виде (10.31) исключает возможность выделить информацию о неизвестных углах вследствие независимости величины  $F$  от этих углов.

На практике наиболее целесообразным является определение прежде всего углов  $\psi$  и  $A$ , дающих пред-

ставление о таких важных параметрах, как географическая широта и направление истинного меридиана.

Эти углы могут определяться или одновременно, или порознь. Как и в предыдущем параграфе, в процессе дальнейшего анализа измерения разностной частоты в разные моменты времени в разных контурах будет считать некоррелированными и равноточными с дисперсией  $\sigma_F^2$ . Аналогично систематические ошибки в измерениях разностной частоты будем считать постоянными  $\Delta F = \text{const}$ . В этом случае в соответствии с выражением (10.30) дисперсия  $\sigma_{F_m}^2$  величины  $F_m$ , вовлекаемой в обработку, будет равна  $3\sigma_F^2$ , а систематическая составляющая ошибки  $\Delta F_m$  величины  $F_m$  равна  $3\Delta F$ .

Также постоянными на интервале измерений будем считать ошибки определения следующих параметров: константы КОКГ  $\Delta k$ , угловой скорости вращения Земли  $\Delta\Omega_z$  и (там, где это требуется) углов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $A$ , т. е. будем считать, что  $\Delta\alpha = \Delta\beta = \text{const}$  и  $\Delta A = \text{const}$ .

**Определение угла  $\psi$ .** Угол  $\psi$  в соответствии с выражением (10.27) связан с географической широтой. В соответствии с методом наименьших квадратов поправка  $\Delta\psi$  к априорно-известному значению угла  $\psi$  рассчитывается по формуле

$$\Delta\psi = \sum_{i=1}^N \frac{\partial F_{mi}}{\partial \psi} \delta F_{mi} / \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial F_{mi}}{\partial \psi} \right)^2, \quad (10.32)$$

где  $\delta F_m$  — невязка. Так как при неизменном пространственном положении контуров  $\partial F_m / \partial \psi = \text{const}$ , то выражение (10.32) может быть записано в виде

$$\Delta\psi = \sum_{i=1}^N \delta F_{mi} / N \frac{\partial F_{mi}}{\partial \psi}. \quad (10.33)$$

Итеративное определение поправки по формуле (10.33) позволит получить после сходимости итерационного процесса истинное значение угла  $\psi$ . Очевидно, что дисперсия ошибки определения поправки с учетом сделанных выше допущений может быть рассчитана по формуле

$$\sigma_{\psi}^2 = \frac{\sigma_{F_m}^2}{N} \left( 1 / \frac{\partial F_m}{\partial \psi} \right)^2,$$

а из выражения (10.30) следует, что

$$\frac{\partial F_m}{\partial \psi} = k \Omega_3 \frac{\partial l}{\partial \psi}. \quad (10.34)$$

Дифференцируя по  $\psi$  выражение (10.30), получаем после несложных преобразований

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial \psi} = & -\sqrt{2} \sin \psi \cos(45^\circ - \beta) + \cos \psi \times \\ & \times [V\sqrt{2} \sin A \sin(45^\circ - \beta) + \cos A]. \end{aligned}$$

При  $A = \beta = 0$

$$\frac{\partial l}{\partial \psi} = -\sin \psi + \cos \psi.$$

Тогда при  $\psi = 45^\circ$   $\partial l / \partial \psi = 0$  и, следовательно,  $\sigma_{\psi}^2 = \infty$ .

Если  $\psi = 60^\circ$ , то  $\partial l / \partial \psi = (1 - \sqrt{3})/2$ . Положим  $\sigma_{F_m} = 0,1$  Гц,  $N = 100$ ,  $k = 10^6$  и, имея в виду, что  $\Omega_3 = 7,292 \cdot 10^{-5}$  рад/с, получим  $\sigma_{\psi} \approx 0,5 \cdot 10^{-3}$  рад. Максимальное значение  $\partial F_m / \partial \psi$  определяется выражением

$$\left( \frac{\partial F_m}{\partial \psi} \right)_{\max} = 3,41 \text{ Гц/рад}$$

при  $\beta = -45^\circ$  и  $\psi = 0$ . В этом случае при тех же условиях, что и выше, получим минимально возможное значение  $\sigma_{\psi}$ , равное  $\sigma_{\psi_{\min}} = 4 \cdot 10^{-5}$  рад.

В случае, если измерения коррелированы и неравноточны, дисперсия ошибки определения угла  $\psi$  может быть определена по формуле

$$\sigma_{\psi}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho_{ij} \sigma_{F_{mi}} \sigma_{F_{mj}} / N \left( \frac{\partial F_m}{\partial \psi} \right)^2,$$

где  $\rho_{ij}$  — коэффициент корреляции измерений.

При наличии в измерениях разностной частоты систематической ошибки выражение для ошибки в определяемом значении угла  $\psi$  в соответствии с методом наименьших квадратов может быть записано в виде

$$\Delta\psi = \sum_{i=1}^N \frac{\partial F_{mi}}{\partial \psi} \Delta F_m \left/ \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial F_{mi}}{\partial \psi} \right)^2 \right.,$$

или, учитывая, что  $\partial F_m / \partial \psi = \text{const}$ ,  $\Delta\psi = \Delta F_m / (\partial F_m / \partial \psi)$ . Тогда при  $A = \beta = 0$ ,  $\psi = 60^\circ$ ,  $\Delta F = 0,1$  Гц и  $k = 10^6$ ,  $\Delta\psi \approx 4 \cdot 10^{-3}$  рад.

Как и в предыдущем случае,  $\Delta\psi_{\min}$  достигается при  $\beta = -45^\circ$  и  $\psi = 0$  ( $\Delta\psi_{\min} = 4 \cdot 10^{-4}$  рад).

Постоянная ошибка в константе  $k$  приведет к ошибке в значении угла  $\psi$

$$\Delta\psi = \Delta k \sum_{i=1}^N \frac{\partial F_{mi}}{\partial \psi} \frac{\partial F_{mi}}{\partial k} \left/ \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial F_{mi}}{\partial \psi} \right)^2 \right..$$

Так как

$$\frac{\partial F_m}{\partial k} = \frac{1}{k} \frac{\partial F_m}{\partial \psi},$$

то  $\Delta\psi = \Delta k / k$  [рад]. Если величина  $\Omega_3$  определена с погрешностью  $\Delta\Omega$ , то  $\Delta\psi = \Delta\Omega_3 / \Omega_3$  [рад].

При определении угла  $\psi$  углы  $A$  и  $\beta$  считаются известными. Наличие ошибок в знании величин этих углов приводит к появлению дополнительных составляющих ошибок в искомом значении угла  $\psi$ .

Пусть угол  $A$  известен с ошибкой  $\Delta A$ . Тогда

$$\Delta\psi = \frac{\partial F_m}{\partial A} \Delta A \left/ \frac{\partial F_m}{\partial \psi} \right..$$

Дифференцируя выражение (10.30) по  $A$ , получаем после несложных преобразований

$$\frac{\partial F_m}{\partial A} = k\Omega_3 [-\sin A \sin \psi + \sqrt{2} \cos A \sin \psi \sin (45^\circ - \beta)].$$

При  $A = \beta = 0$   $\Delta\psi \approx -3\Delta A$ . Если  $\psi = 0$ , то при любых значениях углов  $A$  и  $\beta$  ( $\partial F_m / \partial A = 0$ ), что соответствует  $\Delta\psi = 0$ .

Если значение угла  $\beta$  известно с ошибкой  $\Delta\beta$ , то это приведет к появлению в величине угла  $\psi$  ошибки

$$\Delta\psi = \frac{\partial F_m}{\partial \beta} \Delta\beta / \frac{\partial F_m}{\partial \psi}.$$

Дифференцируя выражение (10.30) по  $\beta$ , получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_m}{\partial \beta} = k\Omega_3 [-\sin \beta (\cos \psi + \sin A \sin \psi + \\ + \cos \beta (\cos \psi - \sin \psi \sin A)]. \end{aligned}$$

При  $A = \beta = 0$  и  $\psi = 60^\circ$   $\Delta\psi = -1,5 \Delta\beta$ .

**Определение угла  $A$ .** Напомним, что угол  $A$  характеризует, по существу, азимут линии пересечения  $OX_1$  контуров системы лазерных гироскопов. Знание этого угла позволяет определить северное направление меридиана в точке расположения наблюдателя.

Выражения для ошибок в определении угла  $A$  могут быть получены аналогично тому, как это было сделано для угла  $\psi$  в предыдущем пункте.

В частности,

$$\sigma_A^2 = \sigma_{F_m}^2 / N \left( \frac{\partial F_m}{\partial A} \right)^2.$$

Дифференцируя выражение (10.30) по  $A$ , получаем

$$\frac{\partial F_m}{\partial A} = k\Omega_3 [-\sin A \sin \psi + \sqrt{2} \cos A \sin \psi \sin (45^\circ - \beta)].$$

При  $A = \beta = 0$ ,  $\psi = 60^\circ$ ,  $\sigma_F = 0,1$  Гц,  $N = 100$ ,  $k = 10^6$ , получим  $\Delta A = 10^{-3}$  рад.

Аналогично  $\Delta A = \Delta F_m / \frac{\partial F_m}{\partial A}$ . При  $\Delta F_m = 0,1$  Гц при тех же условиях, что и выше  $\Delta A \approx 6 \cdot 10^{-3}$  рад.

Как и в предыдущем пункте,

$$\Delta A = \Delta k/k \text{ [рад]} \text{ и } \Delta A = \Delta \Omega_3/\Omega_3 \text{ [рад]}.$$

В заключение оценим влияние на точность определения угла  $A$  ошибок в знании углов  $\psi$  и  $\beta$ . Соответствующие расчетные формулы имеют вид:

$$\Delta A = \frac{\partial F_m}{\partial \psi} \Delta \psi \bigg/ \frac{\partial F_m}{\partial A}, \Delta A = \frac{\partial F_m}{\partial \beta} \Delta \beta \bigg/ \frac{\partial F_m}{\partial A}.$$

Величины  $\Delta A$  могут быть найдены, если воспользоваться ранее приведенными выражениями для производных  $\frac{\partial F_m}{\partial A}$ ,  $\frac{\partial F_m}{\partial \psi}$  и  $\frac{\partial F_m}{\partial \beta}$ . Так, для  $A = \beta = 0$ ,  $\psi = 60^\circ$ ,  $k = 10^6$  получим соответственно следующие выражения:

$$\Delta A = -0,2\Delta\psi; \Delta A = -0,3\Delta\beta.$$

**Совместное определение углов  $\psi$  и  $A$ .** Алгоритм совместного определения углов  $A$  и  $\psi$  в общем виде соответствует алгоритму метода наименьших квадратов (10.12).

Наличие в измерениях разностных частот случайных некоррелированных ошибок с постоянной дисперсией приводит к появлению в оцениваемых значениях углов  $\psi$  и  $A$  случайных ошибок, статистические свойства которых описываются корреляционной матрицей. Эта корреляционная матрица может быть записана в виде

$$k_{\psi, A} = \begin{vmatrix} \sigma^2_{\psi} & \rho_{\psi, A} \sigma_{\psi} \sigma_A \\ \rho_{\psi, A} \sigma_{\psi} \sigma_A & \sigma^2_A \end{vmatrix} = \frac{\sigma^2_{F_m}}{k^2 N^2 \Omega_3^2} \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{vmatrix}^{-1} = \\ = \frac{\sigma^2_{F_m}}{k^2 N \Omega_3^2} \times$$



$$\times \left| \begin{array}{ccc} \left( \frac{\partial F_1}{\partial \psi} \right)^2 + \left( \frac{\partial F_2}{\partial \psi} \right)^2 + \left( \frac{\partial F_3}{\partial \psi} \right)^2 & \frac{\partial F_1}{\partial \psi} \frac{\partial F_1}{\partial A} + \frac{\partial F_2}{\partial \psi} \frac{\partial F_2}{\partial A} + \frac{\partial F_3}{\partial \psi} \frac{\partial F_3}{\partial A} & \\ \frac{\partial F_1}{\partial \psi} \frac{\partial F_1}{\partial A} + \frac{\partial F_2}{\partial \psi} \frac{\partial F_2}{\partial A} + \frac{\partial F_3}{\partial \psi} \frac{\partial F_3}{\partial A} & \left( \frac{\partial F_1}{\partial A} \right)^2 + \left( \frac{\partial F_2}{\partial A} \right)^2 + \left( \frac{\partial F_3}{\partial A} \right)^2 & \end{array} \right| \quad (10.35)$$

Вычислим элементы  $p_{11}$ ,  $p_{12}=p_{21}$  и  $p_{22}$ . Дифференцируя выражения (10.30) по  $\psi$ ,  $\beta$  и  $A$  и подставляя их в (10.35), получаем  $p_{11}=1$ ,  $p_{12}=p_{21}=0$ ,  $p_{22}=\sin^2 \psi$ . Тогда

$$\sigma_{\psi}^2 = \sigma_{F_m}^2 / k^2 N \Omega^2; \quad \sigma_A^2 = \sigma_{F_m}^2 / k^2 N \Omega^2 \sin^2 \psi. \quad (10.36)$$

Очевидно, что  $\sigma_A^2 = \sigma_{\psi}^2 / \sin^2 \psi$ . Заметим, что при  $\psi=0$ , т. е. на полюсе, матрица, стоящая под знаком обращения в выражении (10.35), оказывается особенной, что не позволяет найти в этой точке значение угла  $A$ . Объясняется это тем, что в этой точке угол  $A$  теряет свою определенность. Как следует из формулы (10.36), это соответствует  $\sigma_A^2 \rightarrow \infty$  при  $\psi \rightarrow 0$ .

Дисперсия  $\sigma_{\psi}^2$  определения угла  $\psi$  не зависит от места расположения системы лазерных гироскопов на земной поверхности и от их ориентации. Величина этой дисперсии при  $\sigma_{F_m}^2 = 0,01$  Гц<sup>2</sup>,  $k=10^6$  и  $N=100$  равна  $2 \cdot 10^{-8}$  рад<sup>2</sup>, что соответствует среднеквадратической ошибке примерно  $1,43 \cdot 10^{-4}$  рад. При  $\psi=30^\circ$   $\sigma_A = 5,72 \cdot 10^{-4}$  рад.

Получим выражение для систематических составляющих ошибок углов  $\psi$  и  $A$ , обусловленных действием систематических ошибок измерений разностной частоты. Вектор систематических ошибок  $\Delta\psi$  и  $\Delta A$  в соответствии с выражением (10.16)

$$\begin{vmatrix} \Delta\psi \\ \Delta A \end{vmatrix} = \frac{1}{\Omega^2 k^2 N} \begin{vmatrix} c_{11} \\ c_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}.$$

Здесь

$$b_1 = \left( \frac{\partial F_1}{\partial \psi} + \frac{\partial F_2}{\partial \psi} + \frac{\partial F_3}{\partial \psi} \right) \Delta F k \Omega_3 N;$$

$$b_2 = \left( \frac{\partial F_1}{\partial A} + \frac{\partial F_2}{\partial A} + \frac{\partial F_3}{\partial A} \right) \Delta F k \Omega_3 N;$$

$$c_{11} = 1/p_{11} = 1, \quad c_{22} = 1/p_{22} = 1/\sin^2 \psi.$$

С учетом ранее приведенных соотношений

$$\Delta \psi = \frac{\Delta F}{k \Omega_3} [-\sin \psi \cos \beta + \sin A \cos \psi (-\sin \beta + \cos \beta)]$$

или

$$\Delta \psi = \frac{\Delta F}{k \Omega_3} f_1.$$

Коэффициент  $f_1$  характеризует чувствительность рассматриваемого датчика к систематическим ошибкам в измерениях разностной частоты при определении угла  $\psi$ . При  $\psi = 30^\circ$ ,  $\beta = A = 0$   $f_1 = \sqrt{2}/2$  и, следовательно, при  $\Delta F = 0,1$  Гц,  $k = 10^6$   $\Delta \psi = 10^{-3}$  рад. В свою очередь,

$$\Delta A = \frac{\Delta F}{k \Omega_3} \frac{\cos A (\cos \beta - \sin \beta) - \sin A}{\sin \varphi} = \frac{\Delta F}{k \Omega_3} f_2.$$

При  $A = 45^\circ$  и  $\beta = 0^\circ$   $f_2 = 0$  и, следовательно,  $\Delta A = 0$ . Так как,

$$\frac{\partial F_1}{\partial k} = \frac{F_1}{k}, \quad \frac{\partial F_2}{\partial k} = \frac{F_2}{k}, \quad \frac{\partial F_3}{\partial k} = \frac{F_3}{k},$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \Omega_3} = \frac{F_1}{\Omega_3}, \quad \frac{\partial F_2}{\partial \Omega_3} = \frac{F_2}{\Omega_3}, \quad \frac{\partial F_3}{\partial \Omega_3} = \frac{F_3}{\Omega_3},$$

то нетрудно показать, что наличие ошибок  $\Delta k$  и  $\Delta \Omega_3$  приведет к ошибкам в оценке угла  $\psi$ :

$$\Delta \psi = \Delta A = \Delta k/k \text{ рад},$$

$$\Delta \psi = \Delta A = \Delta \Omega_3/\Omega_3 [\text{рад}].$$

В заключение остановимся на анализе влияния на точность определения углов  $\psi$  и  $A$  ошибок  $\Delta\beta$  величины угла  $\beta$ . Наличие этих ошибок приводит к появлению ошибок  $\Delta\psi$  и  $\Delta A$ :

$$\Delta\psi = \hat{b}_1 \Delta\beta / c_{11} k^2 \Omega^2 N;$$

$$\Delta A = \hat{b}_2 \Delta\beta / c_{22} k^2 \Omega^2 N.$$

Величины  $\hat{b}_1$  и  $\hat{b}_2$  определяются выражениями

$$\hat{b}_1 = N k^2 \Omega^2 \left( \frac{\partial F_1}{\partial \psi} \frac{\partial F_1}{\partial \beta} + \frac{\partial F_2}{\partial \psi} \frac{\partial F_2}{\partial \beta} + \frac{\partial F_3}{\partial \psi} \frac{\partial F_3}{\partial \beta} \right),$$

$$\hat{b}_2 = N k^2 \Omega^2 \left( \frac{\partial F_1}{\partial A} \frac{\partial F_1}{\partial \beta} + \frac{\partial F_2}{\partial A} \frac{\partial F_2}{\partial \beta} + \frac{\partial F_3}{\partial A} \frac{\partial F_3}{\partial \beta} \right).$$

С учетом вышеприведенных соотношений получим после несложных преобразований

$$\hat{b}_1 = \frac{N k^2 \Omega^2}{2} \sin 2\psi \cos A,$$

$$\hat{b}_2 = N k^2 \Omega^2 \left( \frac{1}{4} \sin 2\beta \sin 2\psi \cos^2 A + \right. \\ \left. + \cos^2 \psi \sin A + \sin^2 \beta \sin A \right).$$

При  $A = \beta = 0$  и  $\Delta\psi = 0$   $\Delta A = \Delta\beta \operatorname{ctg} \psi$ . При  $\psi = 30^\circ$   $\Delta A \approx 1,73 \Delta\beta$ .

Направление вектора угловой скорости планеты, на основе которого производятся навигационные определения, можно быть определено не только описанными выше методами, но и методом сравнения (см. в гл. 9). Действительно, рассматривая измерение полного вектора угловой скорости сканирующим лазерным гироскопом, мы показали, что при выборе угла  $\theta \neq 0$  в пространстве образуется результирующая характеристика направленности гироскопа, обладающая ярко выраженными экстремальными свойствами. При этом

в процессе пеленгации, когда  $\gamma \rightarrow 0$ , создаются благоприятные условия для измерения модуля и направления произвольного вектора угловой скорости. Следует особо отметить, что в режиме пеленгации сигнал биений на выходе гироскопа остается неизменным (сигнал ошибки отсутствует), что создает хорошие условия для его выделения и обработки.

Частным случаем рассмотренного режима сканирования является динамический метод определения направления вектора угловой скорости, например скорости вращения Земли, описанный впервые в работе [164]. Отличительной особенностью этого метода, как было показано в гл. 9, является такая ориентация оси принудительного механического вращения, при которой  $\gamma \neq 0$ . Для рассматриваемого случая можно получить выражение

$$F(t) = k\Omega \sin \gamma \sin(\Omega_m t - \varphi_0),$$

где  $\varphi_0$  — фазовый сдвиг между сигналом и опорным импульсом, задающим отсчет углов  $\varphi_0$ .

Оно описывает характер изменения частоты биений на выходе гироскопа в этом режиме. Динамический метод определения направления вектора угловой скорости был использован авторами работы [164] для построения гироскомпаса на КОКГ. При этом частота биений оказывалась пропорциональна изменению потока вектора угловой скорости Земли через кольцевой резонатор лазерного гироскопа.

Кинематическая схема гироскомпаса на КОКГ изображена на рис. 10.8. Здесь лазерный гироскоп вращается с постоянной угловой скоростью  $\Omega_m$  вокруг оси, лежащей в плоскости контура ( $\theta = \pi/2$ ). Опорный источник света дает импульсы в те моменты времени, когда его луч перпендикулярен к плоскости контура лазерного гироскопа. Измеряя сдвиг между синхроимпульсами от опорного источника и максимумом

частоты биений на выходе гироскопа, можно построить схему автоматического приведения источника опорных импульсов к направлению на север. Схема экспериментальной установки, реализующей динамический метод определения направления на север, представлена на рис. 10.9.

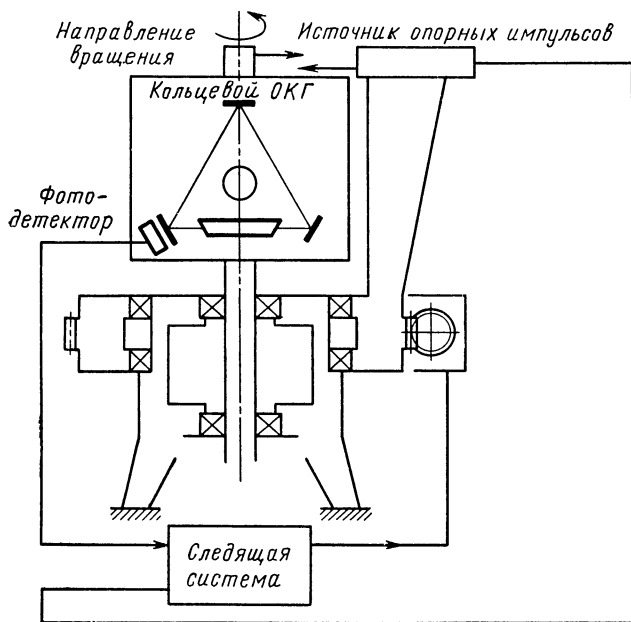


Рис. 10.8. Кинематическая схема динамического метода определения направления на север.

На выходе фазового детектора формируется сигнал ошибки, величина которого пропорциональна сдвигу между сигналами и опорным импульсом. Пропорциональный сигнал с выхода фазового детектора служит сигналом ошибки в сервосистеме, совмещаю-

щей луч опорного источника с направлением на север. В моменты времени, когда сигнал с выхода фазового детектора равен нулю, луч опорного источника света направлен на север.

Характерные осциллограммы напряжений в различных точках схемы экспериментальных исследований представлены на рис. 10.10. Описанные результа-

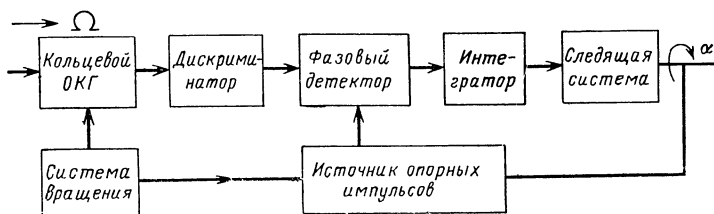


Рис. 10.9. Схема экспериментальных исследований динамического метода измерений.

ты, подтверждающие работоспособность динамического метода, сопровождались некоторыми ошибками, которые были вызваны неудовлетворительными условиями эксперимента. Авторы полагают, что при устранении недостатков механической системы или ослаблении их влияния на результаты измерений можно будет определять направление на север с достаточно высокой точностью.

Следует отметить, что в отличие от пеленгации вектора угловой скорости сканирующим лазерным гироскопом, когда моменту пеленгации соответствует пропадание сигнала на выходе гироскопа, динамический метод определения направления на север отличается постоянным наличием сигнала ошибки (частотно-модулирующего сигнала) на выходе КОКГ. Последнее обстоятельство при пеленгации произвольного по величине вектора угловой скорости может привести

к весьма большим девиациям частоты, которые могут затруднить построение практических схем. Кроме того, в этом случае оказывается затруднительным не толь-

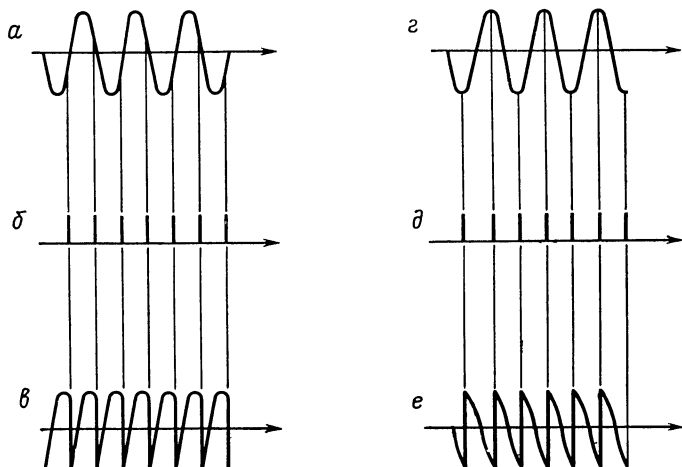


Рис. 10.10. Осциллограммы, поясняющие принцип действия динамического метода определения направления на север:

*a, г* — выходной сигнал частотного детектора; *б, д* — синхронимпульсы опорного источника; *в* — выходной сигнал синхронного детектора; *е* — выходной сигнал синхронного детектора при совпадении опорного пучка с направлением на север.

ко измерение модуля вектора угловой скорости, которое легко реализуется в режиме сканирования, но и автоматическая пеленгация в двух взаимно ортогональных плоскостях.

## 10.5. Применение КОКГ в измерительной технике

Развитие квантовой электроники, определившее появление ОКГ, позволило в значительной степени повысить точность традиционных интерферометрических измерений, где определяемой величиной является раз-

ность фаз между лучами, прошедшими различным путем. При использовании ОКГ изменение линейных размеров можно преобразовать не только в изменение фазы колебаний, но и в регистрируемое изменение частоты [239, 240].

В первом приближении легко получить смещение частоты, обусловленное изменением длины  $\Delta\omega \approx \omega\Delta L/L$ . Если меняется не длина, а показатель преломления среды в цепи обратной связи, то аналогично можно записать  $\Delta\omega = \omega\Delta n/n$  или в общем случае  $\Delta\omega \approx \alpha\omega$ .

Ввиду большого значения  $\omega$  ( $10^{15} \dots 10^{16} \text{ с}^{-1}$ ) существует принципиальная возможность измерения малых величин  $\alpha$ . Однако для практической реализации высокоточной интерферометрической системы необходимо располагать либо высокостабильным генератором [162], либо дискриминатором, чувствительным к малым уходам частоты. В последнем случае наибольшее распространение получили трехзеркальные интерферометры [194, 241, 242], один из резонаторов которых является опорным, а длина другого или его коэффициент преломления изменяется.

Несмотря на несомненные достоинства таких схем, их чувствительность ограничена оптимальной величиной связи резонаторов и в этом случае более перспективным следует считать двухгенераторные варианты. Однако ряд технических затруднений, возникающих при работе с двумя автономными генераторами (вибрации, воздействие температуры и др.) приводит к независимым колебаниям их частот. Поэтому является весьма заманчивым совмещение функций двух независимых генераторов в одном КОКГ. В этом случае большинство внешних воздействий приводит к коррелированным изменениям частот встречных волн, которые можно либо исключить, либо учесть.

КОКГ может быть с успехом применен для определения некоторых невзаимных характеристик сред.



Для примера рассмотрим возможность измерения коэффициента «увлечения света» движущейся средой. Как было показано в гл. 7, размещение в резонаторе КОКГ оптически плотной среды ( $n \neq 1$ ), имеющей составляющую скорости на волновые вектора встречных волн, приводит к их частотному разносу, величина которого определяется выражением (7.60).

Оценим величину частотного разноса  $F$ , если движущейся средой является воздух. В этом случае  $n = 1,0003$ ,  $\omega \frac{dn}{dv} \approx 0,0001$ . Положим  $L = 4$  м,  $l_d = 10$  см,  $v = 10$  м/с,  $\nu = 5 \cdot 10^{14}$  Гц, тогда получим  $F \approx 8$  Гц. Напомним, что Физо экспериментировал с водой, текущей со скоростью 7 м/с в кювете длиной  $l = 1,5$  м. Используя описанную методику, в этом случае мы имели бы  $F = 10^7$  Гц.

Наличие зависимости частоты биений КОКГ от скорости движения среды позволяет легко реализовать прибор для измерения скорости воздуха — лазерный анемометр [243]. Для этого воздушный поток направляется под некоторым углом к траектории встречных волн в одном из плеч резонатора КОКГ.

Чувствительность анемометра зависит от отношения длины измерительного промежутка  $l_d$  к периметру резонатора  $L$  и составляет

$$\frac{dF}{dv} = \frac{2l_d}{L} \frac{n^2 - 1}{\lambda}.$$

Полагая, например,  $l_d/L = 0,2$ ,  $\lambda = 0,63$  мкм,  $n = 1,0003$ , получаем  $dF/dv = 350$  Гц/м · с<sup>-1</sup>.

Для определения направления воздушного потока и получения линейной зависимости между скоростью воздушного потока и величиной разностной частоты в КОКГ вводится невзаимное фазосдвигающее устройство, с помощью которого создается начальный разнос частот встречных волн и выход за зону захвата. Предварительная калибровка шкалы прибора рассчи-

тывается по выражению (7.60) для частоты биений встречных волн, а точная — производится в аэродинамической трубе.

Достоинством прибора является полная безынерционность, высокая точность, линейность и широкий диапазон измеряемых значений скорости  $v$ . Другим

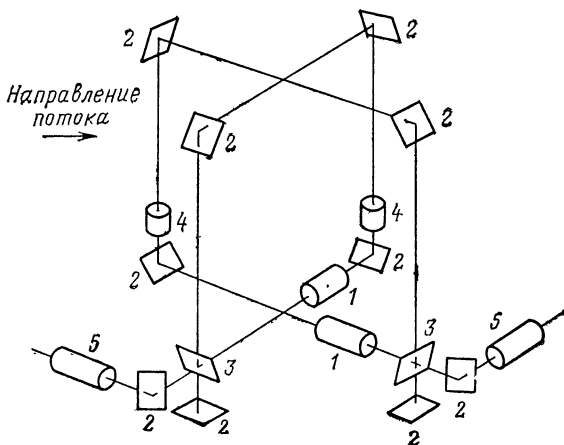


Рис. 10.11. Лазерный анемометр:

1 — газоразрядная трубка; 2, 3 — зеркала; 4 — невзаимный элемент; 5 — фотоприемник.

положительным свойством лазерного анемометра является небольшое возмущение, которое он вносит в исследуемый поток, и частотная форма выходного сигнала, облегчающая его сопряжение с ЭВМ.

Аналогичная по принципу действия схема для определения малых скоростей течения жидкостей и газов, а также для измерения флуктуаций скорости потока, приведена на рис. 10.11. Она состоит из двух ортогональных КОКГ, часть оптического пути которых проходит в движущемся потоке [28].

Кольцевой ОКГ является одним из наиболее чувствительных приборов для измерения малой естественной и искусственной оптической активности. Применение его в качестве поляриметра позволяет обнаруживать углы вращения плоскости поляризации порядка  $0,0002^\circ$  [233]. Размещая на пути движения встречных волн магнитооптическую среду, можно определить постоянную Верде, не прибегая к большим подмагничивающим полям. Так, например, для образца длиной 1 см при использовании КОКГ с периметром 1 м, получим чувствительность метода порядка  $dF/dB \approx 10^8$  Гц·см/Э.

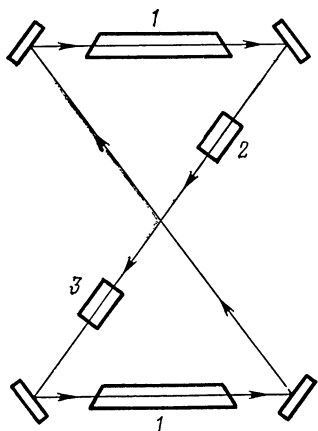


Рис. 10.12. Схема КОКГ, не реагирующая на угловую скорость вращения:

1 — активный элемент; 2 — невязимый элемент; 3 — исследуемый образец.

В подмагничивающих полях до 100 Э один герц разностной частоты соответствует значениям  $B$  около  $10^{-11} \dots 10^{-12}$  Э/см. При использовании поляриметров потребовалось бы измерять поворот плоскости поляризации с точностью до  $0,001''$ .

При измерении оптических характеристик исследуемых материалов целесообразно получать на выходе КОКГ результат, в котором бы не содержалось составляющих, пропорциональных угловой скорости вращения, другими словами, целесообразно исключить отклик КОКГ на угловую скорость вращения. Схемы таких КОКГ приведены на рис. 10.12 и 10.13.

Рассмотрим возможность измерения коэффициента преломления среды. Если часть энергии одной из

встречных волн в КОКГ ответить и направить через исследуемую среду, то можно оценить величину ее коэффициента преломления. Действительно, пусть с помощью направленного ответвителя часть энергии лево-бегущей волны ответвляется и проходит через исследуемую среду. Тогда частота разноса встречно бегущих волн может быть найдена из выражения

$$F = \frac{v_{\Phi}}{2\pi L} \operatorname{arctg} \frac{p \sin \Delta\varphi}{1 + p \sin \Delta\varphi}, \quad (10.37)$$

где  $p$  — коэффициент связи, равный отношению пол в ответвителе к полю в резонаторе;  $\Delta\varphi = \frac{\omega}{c} \sum l_i n_i$  —

фазовый сдвиг на выходе ответвителя относительно опорной волны в КОКГ.

Из выражения (10.37) легко заметить, что величина  $\Delta\varphi$  определяется полной электрической длиной ответвителя и поэтому измерение коэффициента преломления можно выполнить в два приема: сначала без исследуемой среды определяется  $F_1$ , затем в цепь ответвителя вводится исследуемая среда и измеряется новое значение  $F_2$ , зависящее от коэффициента преломления  $n_i$ .

Вполне естественно, что чувствительность определяется величиной связи ответвителя  $p$  с резонатором. Практическая реализация такого метода в настоящее время затрудняется отсутствием подходящих направленных ответвителей оптического диапазона.

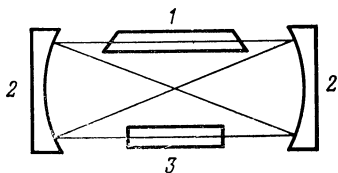


Рис. 10.13. Конструкция КОКГ, не чувствительного к вращению:

1 — активный элемент; 2 — зеркало; 3 — исследуемый образец.

## 10.6. Использование КОКГ для стабилизации частоты

В предыдущем параграфе отмечалась возможность применения в различных измерительных устройствах, где они по существу являлись дискриминаторами, позволяющими зафиксировать отклонение какого-либо параметра среды, вещества, скорости движения газа, помещаемого в контур, от некоторого первоначального значения. Такое отклонение обычно косвенно определяется по изменению частоты биений встречных волн. Можно отметить еще одно весьма важное применение в качестве дискриминатора в стандарте частоты оптического диапазона, отличающегося высокой относительной стабильностью частоты, достигающей значений порядка  $10^{-13} \dots 10^{-14}$  [109, 125].

Одним из хорошо известных методов стабилизации частоты ОКГ является метод, основанный на использовании спектральной линии генератора или кривой усиления, т. е. кривой, определяющей зависимость мощности излучения от частоты. Однако использование систем автоматической подстройки частоты, в которых реализуется метод слежения за спектральной линией, не позволяет обеспечить высокой стабильности частоты вследствие того, что в газовых ОКГ спектральная линия «размыта», т. е. имеет значительную ширину из-за влияния эффекта Доплера.

Прежде чем изложить сущность упомянутого выше метода стабилизации частоты [125], кратко остановимся на некоторых вопросах стабилизации частоты излучения обычных газовых ОКГ с резонаторами Фабри — Перо, а затем перенесем ряд выводов на более сложный тип генератора.

В кольцевом ОКГ, как и в генераторе с резонатором Фабри — Перо, частота излучения в первом приближении определяется характеристиками двух колебательных систем: колебательной системой, обусловленной резонансными свойствами квантовых

переходов, и колебательной системой, образованной оптическим резонатором.

В общем случае взаимодействия двух связанных колебательных систем при относительно небольших расстройках собственная частота такой эквивалентной системы приближенно определяется соотношением

$$\nu_a = \frac{\nu_{\pi} \Delta \nu_p + \nu_p \Delta \nu_{\pi}}{\Delta \nu_{\pi} + \Delta \nu_p}, \quad (10.38)$$

где  $\nu_{\pi}$ ,  $\nu_p$  — частота спектральной линии и резонатора;  $\Delta \nu_{\pi}$ ,  $\Delta \nu_p$  — ширина спектральной линии контура усиления и полоса пропускания резонатора.

Из формулы (10.38) видно, что собственная частота эквивалентной системы будет определяться в основном резонансной частотой системы, имеющей узкую резонансную кривую, т. е. системой с высокой добротностью.

Для оптического диапазона характерным является соотношение  $\Delta \nu_p \ll \Delta \nu_{\pi}$ . Для гелий-неоновых ОКГ ширина спектральной линии  $\Delta \nu_{\pi}$  может составлять сотни и даже тысячи мегагерц. Так, например, для гелий-неонового ОКГ ширина спектральной линии излучения на волнах 3,39 и 0,63 мкм оценивается величинами примерно 310 и 1700 МГц. Полоса же пропускания оптического резонатора измеряется единицами или даже долями мегагерц. В упомянутом типе генераторов расширение спектральной линии связано с дискретным характером излучения, конечностью времени жизни частиц, тепловым движением и их столкновениями. Доминирующее влияние на расширение спектральной линии оказывает эффект Допплера. Ширина полосы пропускания резонатора зависит от геометрических размеров последнего, потерь на зеркалах резонатора при отражении, потерь из-за дифракции, а также интенсивности полезного излучения, выводимого через одно из зеркал резонатора.

Если  $\Delta\nu_p \ll \Delta\nu_L$ , т. е. для газового ОКГ, формула (10.38) упрощается:

$$\nu_0 \approx \nu_p + (\nu_L - \nu_p) \Delta\nu_p / \nu_L = \nu_p + (\nu_L - \nu_p) Q_L / Q_p,$$

где  $Q_L / Q_p$  — добротность колебательной системы, обусловленной квантовым переходом, и резонатора.

Из-за малой длины волны излучения оптического диапазона геометрические размеры резонаторов обычно значительно больше длины волны, вследствие чего собственные частоты резонатора располагаются на небольшом удалении. Для резонатора Фабри — Перо расстояние между собственными частотами составляет  $\Delta\nu = c/2L$ .

В ряде случаев в полосу частот, занимаемую спектральной линией перехода, может попадать несколько собственных частот резонатора, что создает условия для одновременного возбуждения нескольких видов колебаний, что, в свою очередь, при необходимости работы на одном виде колебаний заставляет использовать специальные меры разделения (селекции) видов колебаний. В частности, для обеспечения одночастотного режима в КОКГ, может быть использовано ограничение мощности возбуждения, диафрагмирование луча, т. е. меры, позволяющие создать условия для возбуждения одного продольного вида колебаний и сделать невозможным возбуждение соседнего вида колебаний. Кроме того, могут быть реализованы и другие методы селекции с помощью фильтров, помещаемых внутри или вне резонатора, а также различные интерферометрические методы с применением многозеркальных резонаторов.

Несмотря на значительную ширину спектральной линии усиления в оптическом диапазоне оказывается возможным, если учесть особенности формы спектральной линии, создать системы стабилизации, обеспечивающие достаточно высокую стабильность частоты. На рис. 10.14 пунктиром показана спектральная

линия (кривая усиления) при малой амплитуде поля в активной среде генератора, которое не приводит к заметному изменению населенностей уровней (насыщению). По мере увеличения поля в резонаторе вследствие интенсивного взаимодействия бегущей волны с атомами активной среды происходит существен-

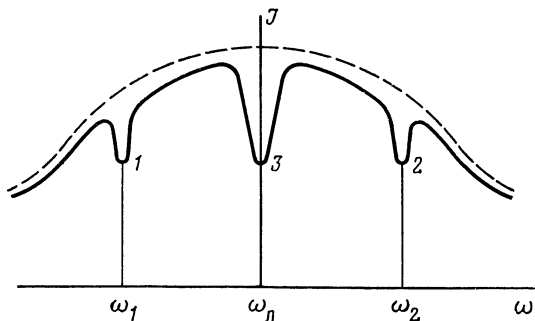


Рис. 10.14. Образование провала в кривой усиления при насыщении.

ное перераспределение населенностей уровней, начинает проявляться эффект насыщения и в спектральной линии (сплошная кривая) появляется провал (1), а при наличии волны, бегущей в обратном направлении, возникает второй провал (2), симметричный первому относительно центра линии. Эти провалы в спектральной линии, ширина которой, как уже отмечалось, определяется доплеровским смещением, называют также «дырками» в доплеровской кривой. По мере приближения частоты излучения к центру линии эффект насыщения проявляется сильнее и в центре линии, когда бегущие навстречу волны по существу взаимодействуют с одними и теми же атомами, насыщение достигает максимального уровня, что приводит к углублению провала в спектральной линии 3. Этот провал, который называют «лэмбовским» прова-



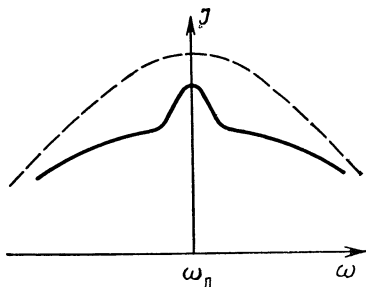
лом, можно использовать в частотном дискриминаторе систем АПЧ и осуществить слежение за центральной частотой атомных или молекулярных переходов.

Очевидно, что точность стабилизации частоты по «лэмбовскому» провалу зависит от его ширины, а также от стабильности положения самой центральной линии перехода. Известно, что при увеличении интенсивности поля в резонаторе наблюдается расширение провала, связанное с насыщением более широкой зоны в активном веществе, а также изменение самой формы кривой в области провала, в частности появление местных максимумов. Неоднородность активного вещества, электрического и магнитного полей в резонаторе также приводят к дополнительному расширению провала. На положение центральной частоты оказывает влияние соударение частиц активного вещества, а также переходы, вызванные соударением частиц со стенками, и доплеровский сдвиг второго порядка, приближенно определяемый величиной  $\Delta\nu_d = v^2/2c^2$ . Все эти обстоятельства необходимо учитывать при выборе режима генератора (уровня накачки и, следовательно, степени насыщения активного вещества), давления и состава газа в разрядной трубке, а также конструкции элементов генератора. В частности, с уменьшением давления в разрядной трубке (т. е. давления усиливающей среды) снижается сдвиг центральной линии излучения, обусловленный соударением частиц, однако при значительном снижении давления активной среды наступает ухудшение ее усиительных свойств, связанное с уменьшением общего числа частиц, участвующих во взаимодействии.

Возможен также другой метод стабилизации частоты, основанный на использовании обратного (инвертированного) лэмбовского провала (рис. 10.15), иными словами, на использовании относительно узкого пика в кривой усиления (спектральной линии), наблюдаемого когда в резонатор газового ОКГ поме-

щается ячейка с газом, линия поглощения которого совпадает с центральной частотой перехода или располагается вблизи ее в пределах кривой усиления. В этом случае вблизи центральной линии поглощения наступает насыщение вследствие перераспределения населенности уровней в поглощающей среде (ячейке) и поглощение уменьшается, что приводит к образова-

Рис. 10.15. Образование инвертированного провала при наличии поглощающей ячейки с газом в резонаторе.



нию пика в кривой усиления (рис. 10.15). Это явление аналогично эффекту образования лэмбовского провала в рассмотренной выше усиливающей среде, где при насыщении снижались усилительные свойства последней.

Отмеченные особенности спектральных линий (лэмбовский прямой и инвертированный провал) позволяют создать системы стабилизации частоты генератора оптического диапазона с относительной нестабильностью до  $10^{-12}$  и достичь воспроизводимости частоты порядка  $10^{-11}$ .

Использование КОКГ, в частности явления скачкообразного перераспределения интенсивности встречных волн, если частота излучения совпадает с центральной частотой кривой усиления, позволяет значительно повысить точность систем стабилизации частоты. Еще более эффективным оказывается одновременное использование явления скачкообразного перерас-

пределения интенсивности волн в КОКГ и явления селективного поглощения в газовой ячейке, помещаемой в контур КОКГ [125].

На рис. 10.16 приведена схема экспериментальной установки, в которой реализуется этот метод [125]. Система АПЧ содержит два одинаковых гелий-неоновых КОКГ, образованных системой зеркал 1...6 и двумя гелий-неоновыми усилительными трубками. В контур каждого КОКГ помещалась поглощающая

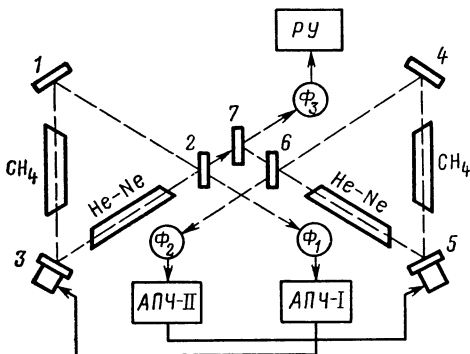


Рис. 10.16. Функциональная схема экспериментальной установки для стабилизации частоты с помощью метановой ячейки.

газовая ячейка, содержащая метан ( $\text{CH}_4$ ) при весьма низком давлении 0,01 мм рт. ст. ( $\approx 1,33$  Па). Через зеркала 2 и 6 излучение кольцевых лазеров поступает на фотоприемники  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , с которых продетектированные сигналы подаются на две системы автоподстройки АПЧ-I и АПЧ-II. Сигнал ошибки поступает на пьезокерамические элементы, на которых укреплены зеркала 3 и 5, и путем небольших линейных перемещений зеркал изменяет периметр кольцевого резонатора и, следовательно, генерируемую частоту. Зеркало 7 служит для оптического сложения излучения

первого и второго КОКГ, выходящего через зеркала 2 и 6. Биения колебаний двух кольцевых ОКГ, снимаемые с фотоприемника  $\Phi_3$ , фиксируются регистрирующим устройством  $PY$ .

Взаимодействие встречных волн КОКГ при частоте, совпадающей с центральной частотой спектральной линии поглощающего газа, приводит к перепадам интенсивности волн, достигающим около 50%. При этом крутизна этого перепада весьма высока и оценивается полосой частот на половинном уровне примерно 60 кГц. Такая высокая чувствительность КОКГ с поглощающей метановой ячейкой позволила получить высокую относительную стабильность частоты в оптическом диапазоне. Среднеквадратическое отклонение разностной частоты при времени усреднения 10 с в течение 30 мин составляет 6 Гц и относительная стабильность оценивается величиной около  $5 \cdot 10^{-14}$  [125].

Дальнейшее развитие техники КОКГ, несомненно, расширит области их практического использования. Здесь следует отметить возможность создания устройств для испытания оптических элементов при повышенной мощности бегущей волны, если исследуемые образцы, например циркуляторы, помещать непосредственно в резонатор КОКГ.

Несомненный интерес представляют возможности создания магнетометров, измерителей неоднородностей магнитного поля.

Наконец, нельзя не упомянуть и о взаимосвязи между квантовой оптикой и радиотехникой при решении некоторых научных и технических проблем. Так например, вопросы теории кольцевых резонаторов в СВЧ диапазоне [245, 247] могут быть с успехом использованы при анализе некоторых параметров оптических резонаторов. С другой стороны, идеи и методы КОКГ эффективно переносятся в область радиочастотной техники [248, 249].

## Список литературы

1. Басов Н. Г., Прохоров А. М. Применение молекулярных пучков для радиоспектроскопического изучения вращательных спектров молекул. — «ЖЭТФ», 1954, т. 27, вып. 4, 10.
2. Басов Н. Г., Крохин О. Н., Попов Ю. М. Генерация, усиление и индикация оптических излучений. — «УФН», 1960, т. 72, вып. 2.
3. Gordon J. P., Zeiger H. J., Townes C. H. Molecular microwave oscillator and New Hyperfine structure in the microwave spectrum of  $\text{NH}_3$ . — «Phys. Rev.», 1954, v. 95, ser. 2, № 1.
4. Ораевский А. Н. Молекулярные генераторы. М., «Наука», 1964.
5. Троуп Г. Квантовые усилители и генераторы, М., ИЛ, 1961.
6. Файн В. М., Ханнин Я. И. Квантовая радиофизика. М., «Сов. радио», 1965.
7. Дьяков В. А. Введение в квантовую электронику. М., «Энергия», 1969.
8. Григорьянц В. В., Жаботинский М. Е., Золн В. Ф. Квантовые стандарты частоты. М., «Наука», 1968.
9. Климантович Ю. Л. Квантовые генераторы света и нелинейная оптика. М., «Просвещение», 1966.
10. Микаэлян А. Л., Тер-Микаэлян М. Л., Турков Ю. Г. Оптические генераторы на твердом теле. М., «Сов. радио», 1967.
11. Квантовая оптика и квантовая радиофизика. Лекции в летней школе теоретической физики Гренобльского университета, Лезуш, Франция. Пер. с англ. и франц. Под ред. О. В. Богданкевича и О. Н. Крохина. М., «Мир», 1966.
12. Лазеры. Сб. статей. Пер. с англ. Под ред. М. Е. Жаботинского и Т. А. Шмаонова. М., ИЛ, 1963.
13. Мясников Л. Л. Квантовая электроника на судах. Л., «Судостроение», 1966.
14. Чернышев В. Н., Шереметьев А. Г., Кобзев В. В. Лазеры в системах связи. М., «Связь», 1966.
15. Модуляция и отклонение оптического излучения. Под ред. Б. Н. Петрова. М., «Наука», 1967. Авт.: Г. П. Катус, Н. В. Кравцов, Л. Е. Чирков, С. М. Коновалов.
16. Федоров Б. Ф. Оптический гироскоп. М., «Знание», 1967.
17. Применение лазеров в военном деле. Сб. статей. Составитель и переводчик В. Н. Чернышев. Воениздат, 1966.
18. Стерлигов В. Л., Пожидаев О. А. Гироскопы в транспортной технике. М., «Транспорт», 1969.

19. Шереметьев А. Г. Статистическая теория лазерной связи. М., «Связь», 1971.
20. Батраков А. С. Квантовые приборы. Л., «Энергия», 1972.
21. Точность измерения параметров движения космических аппаратов радиотехническими методами. М., «Сов. радио», 1970. Авт.: С. Д. Сильвестров, В. М. Лазарев, А. И. Корниенко, М. И. Паншин.
22. Малеев П. И. Новые типы гироскопов. Л., «Судостроение», 1971.
23. Ищенко Е. Ф., Климков Ю. М. Оптические квантовые генераторы. М., «Сов. радио», 1968.
24. Пестов Э. Г., Лапшин Г. М. Квантовая электроника. М., Воениздат, 1972.
25. Богданов А. Д. Гироскопы на лазерах М., Воениздат, 1973.
26. Хатчинсон, Инглима. Конференция ассоциации авиапромышленников, США, авг. 1970.
27. Привалов В. Е., Фридрихов С. А. Кольцевой газовый лазер. — «УФН», 1969, т. 97, вып. 3.
28. Померанцев Н. М., Скроцкий Г. В. Физические основы квантовой гироскопии. — «УФН», 1970, т. 100, вып. 3.
29. Шнайдер А. М. Векторные основы инерциальной навигации. — В кн.: Управление полетом космических аппаратов. Пер. с англ. под ред. П. Ж. Крисса и Л. И. Кузнецова. М., ИЛ, 1963.
30. Робертсон Р. Е. Общие принципы наведения и управления спутниками и космическими кораблями. — В кн.: Управление полетом космических аппаратов. Пер. с англ. под ред. П. Ж. Крисса и Л. И. Кузнецова. М., ИЛ, 1963.
31. Michelson A. A., Gale H. G. The effect of the earth's rotation on the velocity of light. — «Nature», 1925, № 115.
32. Sagnac M. G. Effect tourbillonnaire optique la circulation de l'éther lumineux dans in interferferographe tournant. — «J. de Phys.», 1964, ser. 5. № 4.
33. Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика. Гостехиздат, 1957.
34. Оптические вентили на эффекте Фарадея. — «Радиотехника и электроника», 1966, т. 11, вып. 12. Авт.: А. Л. Микаэлян, М. М. Коблова, И. М. Меликова и др.
35. Fletcher P. C., Weisman D. L. Circulators for optical radar systems. — «Appl. Opt.», 1965, v. 4, № 7.
36. Buhrer C. F., Baird D. H., Conwell E. M. Optical frequency shifting by electrooptic effect. — «Appl. Phys. Lett.», 1962, v. 1, № 2.
37. Жариков В. И., Хохлов Р. В. О модуляторах света

с кубическими кристаллами. — «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, вып. 1.

38. Жариков В. И. К вопросу о сдвиге частоты лазера. — «Радиотехника и электроника», 1967, т. 12, вып. 6.

39. Лукьянов Д. П. Об условиях взаимодействия произвольно поляризованной световой волны с круговым модулирующим полем в кубических кристаллах. — «Радиотехника и электроника», 1970, т. 15, вып. 5.

40. Лукьянов Д. П., Пупов А. Д. Экспериментальное исследование взаимодействия циркулярных световой и модулирующей волн в среде с квадратичным электрооптическим эффектом. — «Радиотехника и электроника», 1972, т. 17, вып. 3.

41. Лукьянов Д. П., Пупов А. Д. Устройство для смещения частоты когерентных колебаний оптического диапазона. Авт. свидетельство № 198390. — «БИ», 1967, № 14.

42. Космические радиотехнические комплексы. Под общ. ред. С. И. Бычкова. М., «Сов. радио», 1967. Авт.: С. И. Бычков, Д. П. Лукьянов, Е. Н. Назимок и др.

43. Космические траекторные изменения. Под общ. ред. П. А. Агаджанова, В. Е. Дулевича, А. А. Коростелева. М., «Сов. радио», 1969. Авт.: П. А. Агаджанов, Н. М. Барабанов, Н. И. Буренин и др.

44. Радиоуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами. Под общ. ред. Л. С. Гуткина. М., «Сов. радио», 1968. Авт. Л. С. Гуткин, Ю. П. Борисов, А. А. Валуев и др.

45. Амиантов И. Н. Избранные вопросы статистической теории связи. М., «Сов. радио», 1971.

46. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., «Сов. радио», 1966.

47. Радиотехнические методы и системы измерения параметров движения объектов. ВИА им. Ф. Э. Дзержинского, 1966. Авт.: С. Д. Сильвестров, А. И. Корниенко, В. М. Лазарев, М. И. Паншин.

48. Левин Б. Р. Теория случайных процессов. М., «Сов. радио», 1960.

49. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М., «Наука», 1968.

50. Малахов А. Н., Сандлер М. С. Естественные флуктуации в распределенной автоколебательной системе. — «Радиотехника и электроника», 1971, т. 16, вып. 3.

51. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Теория поля. М., «Наука», 1967.

52. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. Физматгиз, 1961.

53. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М., Физматгиз, 1967.

54. Синг Дж. Общая теория относительности. Пер. с англ. М., Л., 1963.
55. Вебер Дж. Общая теория относительности и гравитационные волны. Пер. с англ., М., ИЛ, 1962.
56. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. М., Физматгиз, 1959.
57. Muller C. The theory of relativity. Clarendon Press. Oxford, 1952.
58. Тоннела М. А. Основы электромагнетизма и теории относительности. Пер. с франц., М., ИЛ, 1962.
59. Heer C. V. Resonant frequencies of an electromagnetic cavity in an accelerated system of reference. — «J. Phys. Rev.», 1964, v. 134, № 4A.
60. Rosental A. H. Regenerative circulatory multiple beam interferometry for study of light propagation effects.—«J. Opt. Soc. Amer.», 1962, v. 52, № 10.
61. Вавилов С. И. Экспериментальные основания теории относительности. Собр. соч., т. 4, М., АН СССР, 1956.
62. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. Пер. с франц. М., Физматгиз, 1965.
63. Хромых А. М. Кольцевой генератор во вращающейся системе отсчета. — «ЖЭТФ», 1966, т. 50, вып. 1.
64. Бойцов В. Ф. Трехзеркальный оптический генератор с гауссовой диафрагмой. — «Оптика и спектроскопия», 1971, т. 31, вып. 6.
65. Леднева Г. П., Чекалинская Ю. И. Расчет частот, поляризации и потерь осевых мод трехзеркального резонатора с элементом Фарадея. — «ЖПС», 1972, т. 16, вып. 5.
66. Волков А. С., Киселев В. А. Вращающийся кольцевой резонатор в гравитационном поле. — «ЖЭТФ», 1970, т. 28, вып. 5.
67. Семенов Б. Н. Асимптотика собственных функций и собственных частот многозеркального резонатора. — «Зап. науч. семинара Ленингр. отд-ния Матем. ин-та АН СССР», 1969, т. 15.
68. Попова Т. М. Высшие приближения для собственных колебаний многозеркального резонатора. — «Зап. науч. семинара Ленингр. отд-ния Матем. ин-та АН СССР», 1969, т. 15.
69. Круглик Г. С. К теории биений в кольцевом ОКГ. Минск, «Наука и техника», 1967.
70. Лэмб У. Теория оптических мазеров. — В кн. «Квантовая оптика и квантовая радиофизика». Пер. с англ. и франц. М., «Мир», 1966.
71. Бычков С. И. и Дробов С. А. Радиопередающие устройства, М., «Сов. радио», 1969.
72. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.



73. Бакаляр А. И. и Усольцев И. Ф. Исследования влияния локальных аксиальных магнитных полей на частоту сигнала биений в кольцевом ОКГ с почти линейной поляризацией излучения. — В кн.: «Квантовая электроника», под ред. Н. Г. Бацова, вып. 4, М., «Сов. радио», 1971.

74. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. Пер. с англ., М., ИЛ, 1956.

75. Tang C. L., Stats H. Phase-locing of laser oscillators by injected signal. — «J. Appl. Phys.», 1967, v. 38, № 1.

76. Багаев С. Н., Трошин Б. И. Поляризация излучения и частотные характеристики газового кольцевого лазера с изотропным элементом. — «Оптика и спектроскопия», 1968, т. 24, вып. 2.

77. Борн М. Оптика. Харьков-Киев. ОНТИ, 1937.

78. Файн В. М. Фотоны и нелинейные среды. М., «Сов. радио», 1972.

79. Берштейн И. Л. Полоса захватывания частоты лазерного генератора. — «ДАН СССР», 1965, т. 163, № 1.

80. Желнов Б. Л., Казанцев А. П., Смирнов В. С. О взаимодействии волн в газовом лазере. — «ЖЭТФ», 1966, т. 50, вып. 5.

81. Климонтович Ю. Л., Курятов В. Н., Ланда П. С. О синхронизации волн в газовом лазере с кольцевым резонатором. — «ЖЭТФ», 1966, т. 51, вып. 17.

82. Aronowitz F. Frequency stabilized laser. «Official gazette», Pat. VSA N 3.411.849 cl. 356—28., 1968, v. 856, N 3, p. 859.

83. Heer C. V. Etude du gurometer a laser. — «Mem. artill. frapcs.», 1965, v. 39, N 2.

84. Голубев Ю. М., Привалов В. Е., Фридрихов С. А. О режиме бегущей волны в кольцевом резонаторе с дополнительным внешним зеркалом. — «Оптика и спектроскопия», 1969, т. 27, вып. 3.

85. Бидихов С. А., Ланда П. С., Ларионцев Е. Г. Режим автоколебаний интенсивностей и разности фаз встречных волн в кольцевых газовых лазерах. — В кн.: Труды V Международн. конференции по нелинейным колебаниям. Киев. 1969.

86. Мирошниченко В. И. Разностное взаимодействие двух бегущих волн с трехуровневой системой. — «Укр. физ. ж.», 1971, т. 16, № 8.

87. Фрадкин Э. Е. Влияние распределения точечных потерь на режим генерации встречных волн в газовом кольцевом лазере. — «Оптика и спектроскопия», 1970, т. 18, вып. 2.

88. Marlan O. S. and Lamb W. E. Quantum theory of an optical maser. I. General theory. — «Phys. Rev.», 1967, v. 159, № 2.

89. Амплитудные и частотные характеристики кольцевого ла-

зера. — «ЖЭТФ», 1969, т. 57, вып. 4 (10). Авт.: Б. В. Рыбаков, Ю. В. Демиденков, С. Г. Скороцкий, А. М. Хромых.

90. Ланда П. С. Расчет поляризации активной среды для кольцевого лазера при сильном поле. — «Вестник МГУ, Физ. астрономия», 1970, 11, № 6.

91. Stenholm S. The semiclassical theory of the gas laser. — «Progr. Quant. Electron», 1971, v. 1, № 4.

92. Круглик Г. С., Куцак А. А., Кузнецов Г. М. Влияние шумового возмущения на параметрический резонанс в кольцевом ОКГ. — «ЖПС», 1972, т. 16, вып. 1.

93. Richter G. Zu den Grundlagen des Maserprinzips. — «Abhandlung Dtsch. Akad. Wis. Kl. Math. Phys. and Techn.». 1967, v. 129, № 1.

94. Aronowitz F. Theory of a travelling — wave optical maser. — «Phys. Rev.», 1965, v. 39, N 3A.

95. Апанасевич П. А., Жовна Г. И. Нелинейная связь между модами кольцевого ОКГ. — «ЖПС», 1971, т. 15, вып. 4.

96. Herziger G., Holzapfel W. und Suling W. Verstärkung einer He—Ne—Gasentladung für die Laserwellenlänge  $\lambda = 6328$  Å. — «Zs. Phys.», 1966, № 189.

97. Берштейн И. Л., Зайцев Ю. И. О работе газового лазера с кольцевым резонатором. — «ЖЭТФ», 1969, т. 49, вып. 3 (9).

98. Фрадкин Э. Е. Дифракционное расщепление частот в газовом кольцевом лазере. — «Оптика и спектроскопия», 1971, т. 31, вып. 6.

99. Раутиан С. Г. Некоторые вопросы теории газовых квантовых генераторов. В кн: Нелинейная оптика. Труды ордена Ленина физического института им. П. Н. Лебедева. АН СССР, 1968, т. 43, М., «Наука».

100. Климонтович Ю. Л., Ковалев А. С., Ланда П. С. Естественные флуктуации в лазерах. — «УФН», 1972, т. 106, вып. 2.

101. Желнов Б. Л., Смирнов Г. И. Газовый кольцевой лазер с естественной активной ячейкой. — «Оптика и спектроскопия», 1972, т. 32, вып. 2.

102. Kogelnik H., Shank C. V. Coupled — Wave theory of distributed feedback lasers. — «J. Appl. Phys.», 1972, v. 43, N 5.

103. Borenstain M., Lamb W. E. Classical laser. — «Phys. Rev. A. Gen. Phys.», 1972, v. 5, N 3.

104. Ланда П. С. Некоторые особенности работы кольцевого лазера на смеси изотопов активного газа. — «Оптика и спектроскопия», 1972, т. 32, вып. 2.

105. Круглик Г. С. К теории биений в кольцевом ОКГ. — «ЖПС», 1967, т. 7, вып. 4.

106. Круглик Г. С., Пестов Э. Г., Покровский В. Р.,

Куцак А. А. Параметрический резонанс в кольцевом ОКГ. — «ЖПС», 1970, вып. 3.

107. Hetherington A., Burrell G. T., Moss T. S. Properties of He-Ne ring lasers at 3.39 microns. — «Infrared Physics», 1969, v. 9.

108. Лисицин В. Н., Трошин Б. И. О взаимодействии бегущих волн в газовом кольцевом лазере. — «Оптика и спектроскопия», 1967, т. 22, вып. 4.

109. Интенсивные резонансы мощности кольцевого лазера с поглощающей ячейкой. — «Письма в ЖЭТФ», 1970, т. 12, вып. 3. Авт.: Н. Г. Басов, Э. М. Беленов, М. В. Данилейко, В. В. Никитин, А. Н. Ораевский.

110. Зборовский В. А., Куликов В. Н. Исследование некоторых частотных характеристик кольцевого лазера. — «ЖПС», 1969, т. 11, вып. 4.

111. Андропова И. А., Берштейн И. Л. Экспериментальное исследование неравенства оптических путей встречных волн кольцевого лазера на 3,39 мк. — «ЖЭТФ», 1969, т. 57, вып. 1.

112. Круглик Г. С., Пестов Э. Г. Общий метод расчета частоты биений одномодового кольцевого ОКГ. — «Квантовая электроника», 1972, № 5.

113. Климонтович Ю. Л., Ланда П. С. Источники естественных флуктуаций в кольцевых лазерах. — «ЖЭТФ», 1970, т. 58, вып. 4.

114. Беленов Э. М. Влияние амплитудных флуктуаций на стабильность частоты биений бегущих волн кольцевого лазера. — «ЖТФ», 1969, т. 39, вып. 1.

115. Brunet H. «Mem. artill. franc.», 1965, v. 39, № 2.

116. Беленов Э. М., Морозов В. Н., Ораевский А. Н. Вопросы динамики квантовых генераторов. Квантовая радиофизика. — «Труды ФИАН», 1970, т. 52.

117. Ланда П. С. Флуктуации в кольцевых лазерах. — «ЖЭТФ», 1970, т. 58, вып. 5.

118. Бидихов С. А., Ланда П. С., Ларионцев Е. Г. Автоколебательные режимы в кольцевом газовом лазере. — «Радиотехника и электроника», 1970, т. 15, вып. 3.

119. Ланда П. С., Ларионцев Е. Г., Чернобровкин Г. А. Исследование свойств кольцевого газового лазера при помощи электронного моделирования. — «Радиотехника и электроника», 1968, т. 13, вып. 11.

120. Зейгер С. Г., Фрадкин Э. Е., Филатов П. П. Одномодовый режим в газовом кольцевом лазере. — «Оптика и спектроскопия», 1969, т. 26, вып. 4.

121. Amplitude and Frequency Characteristics of a Ring Laser. — «Phys. Rev.», 1966, v. 152, № 1. Aut.: Hutchings T. J., Wipocur J., Durrett R. H., Jacobs E. D., Zingery W. L.

122. О частотной характеристике кольцевого ОКГ вблизи параметрического резонанса. — «ЖПС», 1970, т. 13, вып. 5. Авт.: Г. С. Круглик, Э. Г. Пестов, В. Р. Покровский, А. А. Куцак.

123. Пестов Э. Г., Круглик Г. С. Поляризационный эффект ослабления конкуренции встречных волн в кольцевом ОКГ. — «ЖПС», 1972, т. 16, вып. 6.

124. Климонтович Ю. Л., Ланда П. С., Ларионцев Е. Г. Об устойчивости режима встречных волн в кольцевом газовом лазере. — «ЖЭТФ», 1967, т. 52, вып. 6.

125. Стабилизация частоты кольцевого лазера. — «Письма в ЖЭТФ», 1972, т. 15, вып. 11. Авт.: Н. Г. Басов, Э. М. Беленов, М. И. Вольнов и др.

126. Багаев С. Н., Кузнецов В. С. О получении режима бегущей волны в кольцевых резонаторах с дополнительным внешним зеркалом. — «Письма в ЖЭТФ», 1965, т. 1, вып. 4.

127. Богданов В. В., Мынбаев Д. К. Зона захвата в кольцевом газовом лазере. — «Оптика и спектроскопия», 1971, т. 31, вып. 1.

128. Басов Н. Г., Морозов В. Н., Ораевский А. Н. Нелинейное взаимодействие типов колебаний в оптическом квантовом генераторе. — «ЖЭТФ», 1965, т. 49, вып. 39.

129. Беленов Э. М., Морозов В. Н., Ораевский А. Н. Вопросы динамики квантовых генераторов. Квантовая радиофизика. Труды физического института им. П. Н. Лебедева, 1970, т. 52.

130. Розанов Н. Н., Винокуров Г. Н., Данилов О. Б. О фазовых соотношениях в зоне захвата кольцевого лазера. — «Оптика и спектроскопия», 1967, т. 23, вып. 4.

131. Розанов Н. Н. О параметрическом резонансе в нелинейной теории эффекта Зеемана. — «Оптика и спектроскопия», 1967, т. 22, вып. 5.

132. Siegman A. E. The antenna properties of optical heterodyne receivers. — «Proc. IEEE», 1966, v. 54, № 10.

133. Oliver B. M. Signal — to — noise ratios in photoelectric mixing. — «Proc. IRE», 1961, v. 49, № 9.

134. Haus H. A., Townes C. H. Comments on «Noise in photoelectric mixing». — «Proc. IRE», 1962, v. 50, № 6.

135. Хайкин Н. Ш., Юрист Б. В. К исследованию порога чувствительности оптического гетеродинного приемника. — «Радиотехника и электроника», 1971, т. 16, вып. 3.

136. Патли. Длинноволновая инфракрасная спектроскопия. М., «Мир», 1966.

137. Строук Дж. Введение в когерентную оптику и голографию. М., «Мир», 1967.

138. Росс М. Лазерные приемники. М., «Мир», 1969.

139. Fenster P., Kahn W. K. Single-beam-laser rotation sensor. — «Electronics Letters». 1966, v. 2, № 10.

140. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., АН СССР, 1957.

141. Юрист Б. В., Хайкин Н. Ш. К исследованию коэффициента преобразования смесителя оптического гетеродинного приемника. — «Радиоэлектроника и электроника», 1972, т. 17, вып. 1.

142. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.

143. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., «Наука», 1970.

144. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики. М., «Наука», 1971.

145. Берштейн И. Л. Опыт Саньяка на радиоволнах. — «ДАН СССР», 1950, т. 75, № 5.

146. Милях А. Н., Шидловский А. К. Принцип взаимности и обратимость явлений в электротехнике. Киев, «Наукова думка», 1967.

147. Фурдуев В. В. Теоремы взаимности. М. — Л., Госэнергоиздат, 1948.

148. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начало тензорного анализа, ГОНТИ, 1938.

149. Yee H. Methods de decouplage de mode des lasers en appaen. — «Mem. artill. franc.», 1965, v. 39, № 2.

150. Лэнгфорд. Датчики инерциальных систем на новых физических принципах. — «Вопросы ракетной техники», 1966, № 9.

151. Ферми Э. К увеличению плоскости поляризации вращающейся средой. Научные труды, т. 1. М., «Наука», 1971.

152. Гуревич А. Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М., Физматгиз, 1960.

153. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.

154. Волков А. М., Киселев В. А. Вращающийся кольцевой резонатор с невзаимным элементом. — «Оптика и спектроскопия», 1970, т. 29, вып. 2.

155. Волков А. М., Измestьев А. А., Скроцкий Г. В. Вращающийся кольцевой лазер в произвольном гравитационном поле. — «Оптика и спектроскопия», 1971, т. 30, вып. 4.

156. Волков А. М., Скроцкий Г. В. Некоторые явления, возникающие в зоне захвата кольцевого лазера. — «Оптика и спектроскопия», 1970, т. 29, вып. 5.

157. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Методы модуляции и сканирования света. М., «Наука», 1970.

158. Соколов А. В. Оптические свойства металлов. М., Физматгиз, 1961.

159. Френкель Я. Н. Электродинамика. т. 2, ОНТИ, 1935.
160. Masek W. N., Schneider J. R., Salamon R. M. Measurement of Fresnel drag with the ring laser. — «Appl. Phys.», 1964, v. 35, № 8.
161. Лукьянов Д. П. Фазосдвигающее устройство кольцевого лазера. Авт. свид. № 218312. — «БИ», 1968, № 17.
162. Диагностика плазмы. Сб. статей. Под ред. Б. П. Константинова, М., Атомиздат, 1963.
163. Langmuir I. The pressure effect and other phenomena in gaseous discharges. — «J. Franklin Inst.», 1923, v. 196.
164. Catherin J. M., Dessus B. Travelling — wave laser gyroscope. — «IEEE J. Quant. Electr.», 1967, v. QE-3, № 11.
165. Рытов С. М. Дифракция света на ультразвуке. — «Известия АН СССР, Сер. физ.», 1937, № 2.
166. Raman C. V., Nagendra N. S. The diffraction of light by high frequency sound wave. — «Proc. Indian Acad. Sci.», 1935, v. A2; 1936, v. A3.
167. Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф., Гусева Т. К. Невзаимное изменение скорости в средах с бегущей ультразвуковой волной. Аннотация докладов, представленных на V Всесоюзную конференцию по нелинейной оптике. Кишинев, 10—15 ноября 1970 г. МГУ, 1970.
168. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966.
169. Carmire E., Pandarese F., Townes C. H. Coherently driven molecular vibration and light modulation. — «Phys. Rev. Lett.», 1963, v. 11, p. 160.
170. Chiao R. J., Townes C. H., Stoicheff B. P. Stimulated Brillouin scattering and coherent generation of intense hypersonic waves. — «Phys. Rev. Lett.», 1964, v. 12, p. 592.
171. Korpel A., Adler R., Alpiner B. Direct observation of optical induced generation and amplification of sound. — «Appl. Phys. Lett.», 1964, v. 5, p. 86.
172. Курятов В. Н., Ланда П. С., Ларионцев Е. Г. Частотные характеристики кольцевого лазера на колеблющейся подставке. — «Известия вузов СССР. Радиофизика», 1968, т. 11, вып. 12.
173. Ларионцев Е. Г. Взаимодействие встречных волн в кольцевых лазерах. Диссертация. МГУ, 1968.
174. Killpatrick J. The laser gyro. — «IEEE Spectrum», 1967, v. 4, № 10.
175. Aronowitz F. Single — isotope laser gyro. — «Appl. Opt.», 1972, v. 11, № 2.
176. White M. B. Laser transmitter for generation of simultaneous frequency modulated and unmodulated beams. Pat.

USA. N 3.473.031, cl. 260—199. — «Official gazette», 1969, v. 867, № 2.

177. Snitzer E. Glass lasers. — «Appl. Opt.», 1966, v. 5, № 10.

178. Lee P. H. Development and fabrication of ring laser system. The Perkin — Elemer. Corp., 1966, 188 pp., № 5234 a, b.

179. Лукьянов Д. П. Устройство для создания начального сдвига частот в кольцевом оптическом квантовом генераторе. Авт. свид. № 274871 — «БИ», 1970, № 21.

180. Лукьянов Д. П., Рогачев А. Ф. Устройство для создания независимого фазового сдвига линейно поляризованных колебаний. Авт. свид. № 373806. — «БИ», 1973, № 14.

181. Коломников Ю. Д., Троицкий Ю. В., Чеботаев В. П. Плоскопараллельная стеклянная пластинка в резонаторе оптического квантового генератора. — «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, вып. 2.

182. Троицкий Ю. В. О некоторых методах получения монохроматической генерации в газовых ОКГ. Диссертация. Новосибирск, 1971.

183. Smith R. C., Watkins L. S. A propoused method for reducing the locking frequency of a ring laser. — «Proc. IEEE», 1965, v. 53, № 1.

184. Лукьянов Д. П., Рогачев А. Ф., Самохин В. С. О характере потерь, вносимых в кольцевой резонатор независимым фазосдвигающим устройством, использующим эффект Фарадея. — «Оптика и спектроскопия», 1972, т. 32, вып. 4.

185. Lee P. H., Atwood J. G. Measurement of saturation induced optical nonreciprocity in a ring laser plasma. — «IEEE J. Quantum Electronics», 1966, v. QE-2, № 8.

186. Rath Von R., Rohl D., Klaska K. H. Einflub von Amici—Prismen—und Schwenkspiegelfehlern bei Abbe—Refractometer — Messungen. — «Optik», 1970, Bd 31, Heft 1.

187. Itzkan I. A circular ring laser. — «Proc. IEEE», 1965, v. 53, № 2.

188. White A. D., Rigden J. D. The effect of super — radiance at  $3,39\mu$  on the visible transitions in the He-Ne maser. — «Appl. Phys. Lett.», 1963, v. 2, p. 211—212.

189. Christiansen D. Laser gyro comes in quartz. — «Electronics», 1965, v. 39, № 19.

190. Klass P. J. Laser unit challenges conventional gyros. — «Aviation Week and Spase Technology», 1966, Sept. 12, p. 103, 106, 109, 113.

191. Monolithic design makes laser gyro practical. — «Laser focus», 1966, v. 2, № 19.

192. Macek W. M. Ring laser with means for reducing coupling to backscattered waves. Pat. VSA № 3.480.878, Cl. 331—94.5—«Official gazette», 1969, v. 868, № 4, p. 1379.

193. Varian Associates. Rotation sensor. Pat. № 1.102.827. H1C. Int. Cl. H01S3 08.—«Official j. (patents)», 1968, № 4116, p. 27. Русский пер. «Рефераты патентных заявок», XXIII-4, М., 1969, с. 2).

194. Kumagai N., Matsuhara M., Mori H. Design consideration for mode selective Fabry—Perot laser resonator.—«IEEE J. Quant. Electr.», 1965, v. QE-1, № 2.

195. Кутьин В. Н., Трошин Б. И. Лазерный кольцевой интерферометр со специальными селектирующими характеристиками.—«Оптика и спектроскопия», 1970, т. 29, вып. 2.

196. Smith P. W. Stabilized single—frequency output from a long ring laser.—«IEEE J. Quant. Electr.», 1969, v. QE-4, № 8.

197. Collins S. A., White G. R. Interferometer laser mode selector.—«Appl. Opt.», 1963, v. 2, № 4.

198. McClung F. J., Weiner D. Longitudinal mode control in giant pulse laser.—«IEEE J. Quant. Electr.», 1965, v. QE-1, № 2.

199. McClure R. E., Valley L. Ring laser having a piezoelectric reflector external to the closed loop to cancel a frequency modulation within the loop. Pat. USA № 3.462.708. Cl. 331—94.5.—«Official gazette», 1969, v. 865, № 3, p. 988.

200. Manger H., Rothe H. Selection of axial modes in optical masers.—«Phys. Lett.», 1963, v. 7, № 5.

201. Fox A. G., Li T. Resonant modes in maser interferometer.—«Bell Syst. Techn. J.», 1961, v. 40, № 2.

202. Bound G. D., Gordon J. P. Confocal multimode resonator for millimeter through optical wavelength masers.—«Bell Syst. Techn. J.», 1961, v. 40, № 2.

203. Фабрикант В. А. К количественной теории возбуждения атомов в газовом разряде.—«ЖЭТФ», 1938, т. 8, вып. 5.

204. Фабрикант В. А. Возбуждение излучающих атомов в газовом разряде.—«ДАН СССР», 1938, т. 19, № 5.

205. Войтехович А. В., Привалов В. Е., Фридрихов С. А. Некоторые особенности перераспределения интенсивности в поперечном сечении He—Ne лазера.—«Оптика и спектроскопия», 1969, т. 26, вып. 4.

206. Троицкий Ю. В., Чеботаев В. П. Распределение инверсии населенности уровней по сечению разряда в He—Ne лазере.—«Оптика и спектроскопия», 1960, т. 20, вып. 2.

207. Привалов В. Е., Фридрихов С. А. Радиальное распределение инверсии заселенностей в He—Ne разряде при различных соотношениях компонент смеси.—«ЖПС», 1968, т. 9, вып. 2.



208. О связи оптимального соотношения компонентов смеси в лазере с распределением поля в резонаторе.— «ЖТФ», 1968, т. 38, вып. 6. Авт.: Ю. М. Голубев, В. Е. Привалов, С. А. Фридрихов, В. А. Ходовой.

209. Басов Н. Г. Квантовая радиофизика.— «Труды ФИАН», 1965, т. 31.

210. Привалов В. Е., Фридрихов С. А. Зависимость мощности излучения He—Ne лазера от геометрии сечения разрядного промежутка.— «ЖТФ», 1968, т. 38, вып. 12.

211. Masek W. M. Coherent light frequency difference sensor. Pat. USA N 3.382.760 Cl. 88—14.— «Official gazette», 1968, v. 850, № 2, p. 428.

212. Oliver B. M. Rotation direction detector Pat. USA № 3.320.850. Cl. 88—14.— «Official gazette», 1967, v. 838, № 4, p. 1320.

213. Ulrich R. Optimum excitation of optical surface waves.— «J. Opt. Soc. Amer», 1971, v. 61, № 11.

214. Ulrich R., Martin R. J. Geometrical optics in thin film light guides.— «Appl. Opt.», 1971, v. 10, № 9.

215. Лукьянов Д. П. Способ измерения разности фаз (частот) двух электромагнитных колебаний. Авт. свид. № 302776.— «БИ», 1971, № 15.

216. Гудмэн Дж. Введение в фурье-оптику. Пер. с англ. под ред. Г. И. Косоурова. М., «Мир», 1970.

217. Burckhardt C. B. Diffraction of a plane wave at a sinusoidally stratified dielectric grating.— «J. Opt. Soc. Amer», 1966, v. 56, № 11.

218. Аристов В. В., Шахтман В. Ш. Свойства трехмерных голограмм.— «УФН», 1971, т. 104, вып. 1.

219. Dessus B., Catherin J. M. Effects non reciproques at couplages dans un laser en anneau.— «Comp. Rend. Acad. Sci.» (Paris), 1966, v. 262.

220. Филипович Б. И., Либенсон Д. Я. Возможные принципы действия преобразователей ориентировки и угловой скорости.— «Известия АН СССР. ОТН. Энергетика и автоматика», 1962, № 4.

221. Monopoly R. V. The magnetohydrodynamic gyroscope.— «Electro—Technology», 1960, № 6, p. 66.

222. Astep nearer the X-ray laser.— «New Scientist», 1968, v. 40, № 618.

223. Инженерный справочник по космической технике. Под ред. А. В. Солодова. М., Воениздат, 1969.

224. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М., Госэнергоиздат, 1956.

225. Гуткин Л. С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. М., Госэнергоиздат, 1961.

226. Гуткин Л. С. Потенциальная точность измерения в одноканальных и многоканальных измерителях параметров сигнала. — «Радиотехника», 1964, т. 19, № 3, № 4.

227. Артым А. Д. Теория и методы частотной модуляции. М., Л., Госэнергоиздат, 1961.

228. Справочник по космонавтике. Под ред. Н. Я. Кондратьева и В. А. Одинцова. М., Воениздат, 1966.

229. King P. G. R. Lasers and their application to navigation. — «J. Inst. of Navigation», 1964, v. 17, № 3.

230. Шебшаевич В. С., Романов Л. М., Неволько М. П. Методы оценки параметров движения космических аппаратов, основанные на использовании вторых частных производных. — «Космические исследования», 1969, т. 7, вып. 4.

231. Романов Л. М. Анализ итерационных процессов в задачах обработки информации в космических комплексах. — «Космические исследования», 1971, т. 9, вып. 4.

232. Малинина Е. Л. О возможности измерения широты с помощью лазерного гироскопа. — В кн.: Передача информации и автоматическое управление. РРИ, Рязань, 1967, вып. 6.

233. Development of a ring laser for polarimetric measurements. — «Appl. Opt.», 1967, v. 6, p. 813—820. Aut.: H. J. Raternik, H. v. d. Stadt, C. H. F. Velzel, G. Dijkstra.

234. Инерциальные системы без гиросtabilизированной платформы. Обзор. — «Вопросы ракетной техники», 1967, № 1 (145).

235. Bessen A. S., Levine J. Strap-down navigation. — «Date Syst. Eng.», 1964, v. 19, № 4.

236. Quasius G. R. Strapdown inertial guidance. — «Space Aeronautics», 1963, v. 40, № 3.

237. Harding C. F. Solution to euler's gyrodynamics—1. — «J. Appl. Mech. Trans. ASME», 1964, Ser. E., № 2.

238. Byrne B., Murphy W., Lanzkron R. W. Gimballes inertial reference system. — «IRE Conv. Rec.», 1962, pt. 5.

239. Мазанько И. П. О применении лазеров в оптической интерферометрии. — «ЖПС», т. 1, вып. 2, стр. 153—157.

240. Javan A., Ballik E. A., Bond W. L. Frequency characteristics of continuous-wave He—Ne optical maser. — «J. Opt. Soc Amer.», 1962, v. 52, № 1.

241. Gerardo J. B., Verdeyen J. T. Plasma refractive index by a laser phase measurement. — «Appl. Phys. Lett.», 1963, v. 3, № 7.

242. Ashby D. E. T. F., Jephcott D. F. Measurement of plasme density using a gas laser as an infrared interferometer. — «Appl Phys. Lett.», 1963, v. 3, № 1.

243. Гершт Е. П. Лазерный анемометр. — «Метеорология и гидрология», 1969, № 2.

244. Лукьянов Д. П. Измеритель концентрации электронов в плазме. Авт. свид. № 277942.—«БИ», 1970, № 25.

245. Siferraza P. Y. Travelling — wave resonator. — «Proc. Nat. Electron Conf.», 1955, v. 14, № 11.

246. Holmboe L. W., Itzkan I. Ring laser. Engl. Pat. N 1.135.996, Cl. H1C.

247. Ticher F. J. Resonance properties of ring circuits.— «Trans. IRE», 1957, v. MTT-5, № 1.

248. Лукьянов Д. П. Устройство для создания двух СВЧ колебаний с фиксированным разносом частот. Авт. свид. № 202232. — «БИ», 1967, № 19.

249. Лукьянов Д. П. Частотный дискриминатор диапазона СВЧ. Авт. свид. № 211609.— «БИ», 1968, № 8.

250. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М., «Наука», 1965.

251. Buhner C. F. Wide-band electrooptic light modulation utilizing an asynchronous travelling — wave interaction. — «Appl. Opt.», 1965, v. 4, № 5.

252. Жариков В. И. О модуляторах света с циркулярно поляризованным модулирующим полем. — «Кристаллография», 1967, т. 12, вып. 4.

253. Най Дж. Физические свойства кристаллов. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.

254. Волноводные линии передачи с малыми потерями. Пер. с англ. под ред. В. Б. Штейншлейгера. М., ИЛ, 1960.

255. Louisell W. H. Analysis of the single tapered mode coupler. — «Bell Syst. Techn. J.», 1955, v. 34, July, p. 853.

256. Лукьянов Д. П. Нелинейные световые взаимодействия в электрооптических средах, возбуждаемых неоднородным бегущим полем циркулярной модулирующей волны.— «Радиотехника и электроника», 1971, т. 16, вып. 10.

257. Лукьянов Д. П. О взаимодействии произвольной световой волны и однородного произвольного модулирующего поля в кубических кристаллах. — «Радиотехника и электроника», 1970, т. 15, вып. 8.

258. Лукьянов Д. П., Пупов А. Д. Классификация электрооптических сред, удовлетворяющих условиям работы в устройствах сдвига частоты световой волны. — «Радиотехника и электроника», 1972, т. 15, вып. 5.

## Указатель

### А

Автогенератор 72  
 автоколлиматор 230  
 анизотропия кинематическая 181  
 — остаточная 218  
 анемометр 380  
 аттенюатор 93  
 аномалия средняя 343  
 — истинная 343

### Б

Беннета «дырки» 98, 387  
 бинормаль 337  
 Больцмана постоянная 60, 146  
 Брюстера угол 106, 186, 201, 216, 225, 238

### В

Вариации:  
 разностной частоты 331, 332  
 автокорреляционной функции 333, 335  
 вектор:  
 волновой 48, 185  
 гирации 172, 173, 177  
 единичный 45, 49  
 магнитной индукции 36  
 поляризации 49  
 потенциал 37  
 собственный 45  
 функция 42

Верде постоянная 22, 200, 206, 211  
 вероятность:  
 апостериорная 321  
 столкновений 264  
 ударов I и II рода 264  
 взаимодействие встречных волн 166, 387  
 нелинейное 60, 79, 192  
 фотон-фононное 192  
 вид колебания (мода) 72  
 — — поперечный 150  
 — — продольный (аксиальный) 154, 231, 253, 305  
 видность полос 163  
 возбуждение симметричное 249  
 возмущение внешнее 108, 131  
 — периодическое 113, 131  
 — световое 160  
 — шумовое 128  
 волны:  
 встречные 46, 210, 379  
 левоциркулярные 217  
 монохроматические 137, 159  
 правоциркулярные 217  
 связанные 216  
 собственные 181, 204, 239, 251  
 стоячие 51, 207  
 ультразвуковые 191  
 воспроизводимость 308, 389  
 вращение принудительное 315

### Г

Гель 18  
 Гильберта преобразование 160

гиометр лазерный 26  
 гироскоп 4, 8  
 — двухстепенной 337  
 — квантовый 9  
 — когерентный 7  
 — лазерный 4, 26  
 — механический 5  
 — трехконтурный 363  
 — трехстепенной 250, 313  
 — ядерный 9  
 гиротропия 217  
 — кинематическая 181, 203  
 голограмма 286  
 — амплитудная 287  
 — идеальная 286  
 — фазовая 290  
 голография 4, 284  
*Гросс* 273

## Д

Датчик:  
 амплитудный 16, 21  
 временной 15  
 частотный 17  
 фазовый 15, 21  
 Даламбера оператор 38  
 — операторное уравнение 42  
 детектор:  
 АМ колебаний 329  
 фазовый 377  
 девиация частоты 102, 322, 378  
 детерминант 35  
 — метрического тензора 37  
 дискриминатор 115, 384  
 — частотный 99, 320, 329, 388  
 дисперсия 29, 372  
 — амплитуд 123  
 — фазы 130  
 дифракция 280  
 дифракционный максимум 280, 283  
 долгота географическая 365

## З

Запаздывание относительное 13  
 затягивание частоты 69

захват частоты 70  
 зона захвата 105, 196  
 — синхронизации 117

## И

Измеритель одноканальный 323  
 — тока 332  
 изотоп 79  
 инверсия 264  
 индекс фазовой модуляции 292  
 индикатриса рассеяния 233  
 инерциальная система координат 9  
 — система отсчета 33, 52  
 интервал 33  
 — корреляции 325  
 — мерный 350  
 интерференция 133  
 — многолучевая 232  
 — частично когерентная 159, 160  
 интерферометр:  
 — кольцевой 16  
 — Фабри—Перо 226  
 интенсивность:  
 встречных волн 19, 92, 97  
 обратного рассеяния 92  
 относительная 103, 226, 240  
 средняя 161  
 суммарная 103, 105, 106, 137, 143  
 искажения перекрестные 203, 210  
 итерация 347

## К

Каллена — Вельтона формула 122  
 квадратурный конденсатор 25  
 квантовые переходы 9  
 — измерители 8  
*Квинке* 273  
 класс симметрии 25  
 когерентность 4, 159  
 — временная 4, 16  
 — пространственная 4, 16

колебания крутильные 195  
 — поперечные 41  
 конкуренция 66, 96  
 — видов колебаний 74  
 — встречных волн 79, 104  
 компоненты тензора:  
 антисимметричные 172, 200,  
 222  
 симметричные 172  
 контур замкнутый 11  
 — доплеровский 66, 99, 242  
 контакт оптический 273  
 концентрация:  
 возбужденных атомов 264  
 нормальных атомов 264  
 электронов 264  
 корреляция ошибок 348  
 Коши 160  
 коэффициент:  
 диффузии 364  
 корреляции 124  
 контрастности 285  
 масштабный 49, 204, 208,  
 246, 304, 325  
 обратной связи 65, 100  
 отражения 53, 126, 227, 234,  
 257  
 потерь 80  
 преломления 22, 60, 78, 185  
 преобразования 153  
 пропускания 53, 76, 227, 258,  
 279  
 разложения 42  
 рассеяния 61  
 расщепления 46, 49  
 связи 71, 78, 80, 101, 103  
 увлечения света 380  
 усиления 60, 265  
 фазовой релаксации 109  
 кросс-насыщение 79  
 Кристоффеля символы 39

## Л

Лазер трехзеркальный 75  
 Лоренца калибровочные усло-  
 вия 38, 41  
 — лемма 172, 203

## М

Магнитометр 10, 391  
 Майкельсон 11  
 Максвелла уравнение 36, 39  
 материалы ферромагнитные 173  
 матрица 346  
 — корреляционная 348, 351,  
 371  
 — обратная 351  
 — особенная 372  
 — плотности 120  
 — симметричная 349  
 меридиан 315  
 метод:  
 гетеродинный 133, 147  
 голографический 284  
 динамический 375  
 измерения угловой скорости  
 301  
 компенсационный 230, 294  
 модуляционный 329  
 наименьших квадратов  
 (МНК) 346, 365  
 относительный 314  
 поляризационный 243  
 пространственного совмеще-  
 ния 293  
 последовательных приближе-  
 ний 341  
 связанных волн 219  
 селекции 386  
 сравнения 374  
 усреднения 130  
 частотный 145  
 экстремальный 361  
 метрика 32  
 микроскоп 139, 140  
 многообразие пространственно-  
 временное 35  
 модуль вектора 314, 320  
 модулятор электрооптический  
 197  
 модуляция:  
 гармоническая частотная 318  
 коэффициента преломления  
 275

пространственная 191  
противофазная 243  
момент:  
гравитационный 337  
кинетический 338  
магнитный 302  
механический 9, 10, 302  
орбитальный 8, 13  
спиновый 8  
ядерный 302

## Н

Навигация инерциальная 355  
— приземная 360  
направление равносигнальное 318  
— истинного меридиана 315, 362, 365  
— экстремальное 315  
насыщение 140  
невзаимность амплитудная 237  
— прозрачности 284  
— фазовая 167, 184, 194, 237  
нелинейность характеристики 306  
неоднородность 53, 93  
нестабильность 308  
— кратковременная 308  
— долговременная 308, 309  
нитробензол 25

## О

Обработка сигнала 28  
— статистическая 127, 341  
область захвата 245  
— когерентности 159  
— однозначного отсчета 305  
— прозрачности 228  
обратимость явлений 167  
обтюратор 245  
оператор 168  
ориентация:  
— пространственная 319  
— космического аппарата 336  
отражатель сложный 256  
отношение сигнал/шум 147, 296

ось кристаллографическая 209, 214, 220  
— чувствительности 49, 206, 304, 311, 360  
ошибка:  
линеаризации 347  
независимая 313  
некоррелированная 371  
случайная 313, 349  
среднеквадратическая 321

## П

Параметр:  
внутриплоскостной 354  
движения КА 341  
информативный 28, 145, 322  
накачки 120  
насыщения 120  
Кейли—Клейна 357  
неинформативный 28  
энергетический 326  
периметр 12, 13  
— кольцевого лазера 97  
— резонатора 95  
период:  
корреляции 319  
обращения КА 342, 352  
пространственный 283  
Планка постоянная 14  
пластина 106  
— плоскопараллельная 262, 272, 273  
— полуволновая 25, 214  
— четвертьволновая 93, 202, 209, 216, 243  
пленка 273  
поверхность диэлектрическая 268  
подставка частотная 5, 90  
подуровки энергетические 9  
показатель преломления 179  
— эффективный 179, 185, 204  
полоса:  
захватывания 75, 77, 85, 104  
интерференционная 135, 159  
синхронизации 71, 89, 127  
пропускания 109, 116

поляризация:  
 вертикальная 97  
 горизонтальная 97  
 круговая (циркулярная) 93,  
 190, 205  
 левоциркулярная 22  
 линейная 137, 201  
 ортогональная 197  
 правоциркулярная 22  
 среды 37, 59  
 эллиптическая 216  
 поляризуемость 119  
 поляроид 23  
 преобразование нелинейное 143  
 призма полного внутреннего  
 отражения 273  
 принцип взаимности 167, 174  
 — суперпозиции 347  
 провал лэмбовский 387, 389  
 — обратный 388, 389  
 проводимость 59  
 — обобщенная 169  
 потенциал:  
 векторный 68  
 скалярный 37  
 электрического поля 37  
 электромагнитного поля 37  
 потери невязимные 215, 221,  
 224  
 — поляризационные 215, 220  
 поток вектора 311, 375  
 пучок неограниченный 234  
 — ограниченный по диаметру  
 234  
 пучность поля 50  
 пьезокерамика 244

## Р

Разнос частот начальный 166,  
 194  
 разность:  
 добротностей 80  
 интенсивностей 20, 100  
 коэффициентов преломления  
 81, 185  
 фаз 13, 16, 78, 85, 153, 167

хода дифференциальная 12,  
 275  
 частот 13, 17, 48, 65, 101,  
 128, 143, 156, 185  
*Раман* 191  
 рассеяние обратное 89, 91  
 расстройка обобщенная 19  
 — начальная 20  
 расходимость угловая 148  
 расщепление частот 41  
 реверсирование магнитного по-  
 ля 209  
 режим:  
 автономный 73  
 захвата 139  
 многовидовой 155  
 одночастотный (одномодо-  
 вый) 61, 78  
 пеленгации 319  
 сканирования 315, 320, 328,  
 378  
 стационарный 63  
 резонанс параметрический 107,  
 113, 128  
 резонатор кольцевой (контур-  
 ный) 14, 248  
 — монолитный (моноблочный)  
 248  
 — стержневой 248  
 — Фабри—Перо 384  
 релаксации постоянная 120  
 решетка:  
 амплитудная 278  
 синусоидальная 278, 288  
 ультразвуковая 278  
 Риччи тензор 38

## С

*Саньяк* 11  
 светоделитель 152, 269  
 свойства невязимные 21, 181  
 — селективные 288  
 связь встречных волн 166  
 — антисимметричная 171, 173,  
 191



- сдвиг дифференциальный 19, 185
- невзаимный 173, 202
- частоты 24
- селекция продольных видов колебаний 233
- пространственная 277
- секция четвертьволновая 24
- сигнал:
  - амплитудно-модулированный (АМ) 330
  - аналитический 160
  - биений 330, 331
  - модуляции 332
  - ошибки 300, 316
  - разностной частоты 133
- сила:
  - внешняя 76
  - обобщенная 167
  - периодическая 108, 111
  - синхронизирующая 77, 116
- симметрия аксиальная 183
- пространства 167
- синхронизация 5
- взаимная 82, 87, 93
- односторонняя 83
- параметрическая 111, 128, 131
- синхронизм 85
- система:
  - автоколебательная 74
  - базовая 337, 344
  - бесплотформенная инерци-  
альная 355
  - вращающаяся 32
  - динамическая 170
  - интерференционная 16
  - интерферометрическая 379
  - отсчета 31, 176, 182
  - фазометрическая 19
- синтез:
  - биений 327
  - пространственного фильтра 297
- смещения нуля 307
- совмещение пространственное 135
- сопротивление обобщенное 168
- спектр:
  - биений 128, 133, 320
  - собственных волн 257
  - угловой 296
- спектральная плотность 120, 126
- линия (линия флуоресцен-  
ции) 31, 159, 164, 253
- среда активная 72, 83, 107, 118, 254
- анизотропная 177, 217
- вращающаяся 174
- гиротропная 173, 199
- магнитно-гиротропная 174
- магнитооптическая 201, 207, 209, 219
- слабогиротропная 217
- электрически-гиротропная 174
- электрооптическая 25
- стабилизация:
  - космического аппарата (КА) 340
  - периметра 298, 335
  - частоты 299, 384
- степень когерентности 162, 275
- структура:
  - волноводная 273
  - пространственно - периодиче-  
ская 281
- схема:
  - детектирования 268
  - навигационной системы 354
  - объединяющая 267
  - однолучевая 149
  - пространственного совмеще-  
ния 148, 266, 275
  - пространственной фильтра-  
ции 277

## Т

Тейлора ряд 346  
теодолит магнитный 9

теория:  
 относительности 11  
 классическая 11  
 тензор диагональный 177  
 — диэлектрической проницаемости 178, 199  
 — ковариантный 35, 184  
 — контрвариантный 36, 184  
 — метрический 32  
 точность 27  
 — потенциальная 27, 30, 303, 321  
 — предельная 118  
 — реальная 326, 329  
 трансформатор поляризации 175, 209, 213, 220, 238

## У

Увлечение плоскости поляризации 176, 190  
 — света 176, 190  
 угол:  
 нутации 317  
 прецессии 317  
 чистого вращения 317  
 широтный 360  
 Эйлера 317, 338, 357  
 узел поля 50  
 уравнение:  
 векторное 178  
 интегро-дифференциальное 109  
 материальное 179  
 Максвелла 36, 171, 177  
 Матье 114  
 нековариантное 177  
 Фоккера—Гланка 122  
 Хилла 110  
 электродинамики 35  
 Эйлера 339  
 усилитель дифференцирующий 271  
 — селективный 329  
 условие Брегга 192  
 — нормировки 42  
 — ортогональности 42

устройство невзаимное 21, 184  
 — фазосдвигающее 193, 201  
 — сдвига частоты 24  
 — стабилизации 344

## Ф

Фарадея ячейка 201, 224, 260, 261  
*Ферми* 176  
*Физо* 380  
 фильтр амплитудный 281, 293  
 — поляризационный 102  
 — пространственно-частотный 278  
 — режекторный 257  
 — фазовый 288, 290  
 фильтрация 278  
 флуктуации амплитудные 117, 121, 159  
 — естественные 118, 122  
 — поляризационные 118, 121  
 — разностной частоты 117  
 — скорости потока 381  
 — технические 118  
 — фазовые 117, 121, 125, 128, 159  
 — частотные 319  
 форма квадратичная 32, 175  
 фотокатод 135  
 Фраунгофера приближение 279  
*Френель* 236  
 фотокатод 135  
 фотоприемник 134, 151, 266  
 фототок удельный 143  
 фотоумножитель 95, 115  
 фотоэмульсия 284  
 функционал квадратичный 346  
 функция:  
 автокогерентности 162  
 автокорреляционная 29, 333, 335  
 Бесселя 144, 196, 265, 324  
 квадратичная 168  
 когерентности 161  
 корреляции 131, 161, 323  
 Лагранжа 170

модулирующая 330  
пропускания 289  
собственная 57  
фазовая 227  
Фурье ряд 57, 86  
— образ 164

## Х

Характеристики:  
амплитудно-частотные 7, 56  
амплитудные 61, 94, 231  
дрейфовые 208, 309  
спектральные 276  
статистические 325  
технические 301  
частотные 68, 77, 94

## Ц

Циркулятор 21, 22, 31

## Ч

Частота:  
атомного перехода 67  
биений 73, 79, 113, 303, 380  
внешних возмущений 108  
встречных волн 68  
парциальная 74  
подставки 90, 167  
пространственная 280  
связи 53  
собственная 43, 80, 257  
чувствительность предельная 126

## Ш

Широта места 361  
— географическая 362, 367  
шумы:  
дробовые 147  
тепловые 118  
фотоприемника 146, 156

## Э

Экранировка 208  
эксцентриситет орбиты 343, 352  
элемент гантельный 337  
— дифференциальный 209  
— магнитооптический 22  
— невзаимный (НЭ) 5, 107, 128, 203, 207, 212, 225, 244  
— орбиты 342  
— пьезокерамический 96, 390  
— связи 274  
— чувствительный 8, 10  
эмульсия 296  
энергия сигнала 29  
эффект двойного кругового лучепреломления 201, 203  
— дифракционный 236  
— Допплера 117, 384  
— интерференционный 164  
— конкуренции 240  
— Керра 197  
— Лэнгмюра 190, 249  
— невзаимный 171, 199  
— нелинейный 56  
— обратный Фарадея 4  
— Поккельса 197  
— увлечения плоскости поляризации 190  
— увлечения света 190  
— Фарадея 22, 170, 175, 199, 209, 225, 313, 327  
— Физо 170, 188  
— электромагнитный 11  
— электрооптический 197  
эффективность квантовая 151, 277  
— энергетическая 288, 291, 295

## Ю

Юстировка 153, 154, 211, 229

## Я

Явления гистерезисные 88  
Ячейка газовая 389, 390

## Список основных обозначений

- $\Omega$  — угловая скорость  
 $S$  — площадь кольцевого резонатора  
 $\tau$  — запаздывание встречных волн  
 $\Delta\varphi$  — фазовый сдвиг встречных волн  
 $L$  — периметр кольцевого резонатора  
 $h$  — постоянная Планка  
 $\mathcal{L}$  — орбитальный момент количества движения  
 $\omega_1, \omega_2$  — частоты встречных волн  
 $\Delta\omega$  — разность частот встречных волн  
 $\xi = Q \frac{\Delta\omega}{\omega}$  — обобщенная расстройка  
 $Q$  — добротность резонатора  
 $I$  — интенсивность световой волны  
 $y(t) = s(t) + n(t)$  — смесь сигнала  $s(t)$  и шума  $n(t)$   
 $\mathcal{E}$  — энергия сигнала  
 $N_0$  — спектральная плотность шума  
 $F$  — частота биений встречных волн  
 $\Omega_{\pi}$  — скорость принудительного механического вращения  
 $\Omega_0$  — угловая скорость, соответствующая границе области захвата  
 $\vec{v}$  — вектор скорости движущейся среды  
 $F_{ij}$  — ковариантные компоненты электромагнитного тензора  
 $F^{ij}$  — контравариантные компоненты электромагнитного тензора  
 $x^i(x, y, z)$  — пространственные координаты  
 $x^0 = ct$  — временная координата  
 $g_{ik}$  — ковариантные компоненты метрического тензора  
 $g^{ik}$  — контравариантные компоненты метрического тензора  
 $g$  — детерминант метрического тензора  
 $J^h_a(\rho c, J_{ax}, J_{ay}, J_{az})$  — 4-вектор плотности тока проводимости

- $\rho$  — плотность электрического заряда  
 $\vec{J}$  — вектор плотности электрического тока  
 $\vec{J}^{\kappa}_p$  — 4-вектор плотности поляризационного тока  
 $\vec{E}$  — вектор напряженности электрического поля  
 $\vec{B}$  — вектор напряженности магнитного поля  
 $M^{kj}$  — тензор поляризации  
 $\vec{P}$  — вектор электрической поляризации  
 $\vec{M}$  — вектор магнитной поляризации  
 $\varphi_{\kappa}(\varphi/c, \vec{A})$  — 4-потенциал электромагнитного поля  
 $\varphi$  — скалярный потенциал электрического поля  
 $\vec{A}$  — векторный потенциал  
 $\varphi, \psi, \theta$  — углы Эйлера  
 $R_{kj}$  — тензор Риччи  
 $\Gamma_{ij}$  — символы Кристоффеля  
 $c_x$  — коэффициент расщепления собственных частот эвакуированного вращающегося кольцевого резонатора  
 $K = \frac{c_x}{2\pi}$  — масштабный коэффициент кольцевого резонатора  
 $\vec{e}_{\lambda}$  — вектор поляризации  $\lambda$ -волны  
 $ds$  — интервал между двумя событиями  
 $\varphi_x$  — фаза  $x$ -волны  
 $a_x$  — амплитуда  $x$ -волны  
 $\sigma$  — проводимость  
 $n_x$  — коэффициент преломления для  $x$ -волны  
 $k_x$  — коэффициент усиления для  $x$ -волны  
 $\psi_{xx'}$  — разность фаз между  $x$ - и  $x'$ -волнами  
 $W(\alpha)$  — распределение атомов по скорости  
 $m$  — масса атома  
 $k$  — постоянная Больцмана  
 $T$  — абсолютная температура  
 $v_{\alpha}$  — скорость  $\alpha$ -атома  
 $c_d$  — динамический коэффициент расщепления собственных частот КОКГ  
 $\kappa = \frac{c_d}{2\pi}$  — масштабный коэффициент КОКГ

- $\omega_{ab}$  — частота перехода между энергетическими уровнями  $a$  и  $b$   
 $\gamma_{ab}$  — ширина линии перехода между энергетическими уровнями  $a$  и  $b$   
 $E_1, E_2$  — амплитуды встречных волн на выходе КОКГ  
 $i_{\Phi\Sigma}$  — результирующий ток фотодетектора  
 $i_{\Phi\Sigma}$  — переменная составляющая тока фотодетектора  
 $P_c, P_d, P_T$  — мощность сигнала, дробовых шумов и темновых шумов  
 $\eta$  — квантовый выход фотокатода  
 $V(t)$  — аналитический сигнал  
 $\Gamma_{1,2}(\tau)$  — функция когерентности волнового поля  
 $\gamma_{1,2}(\tau)$  — комплексная степень когерентности колебаний  
 $F(\omega)$  — Фурье-образ световой волны  
 $Q_i$  — обобщенная сила  
 $z_{ik}$  — обобщенное сопротивление системы  
 $y_{ik}$  — обобщенная проводимость  
 $\hat{\mu}$  — тензор магнитной проницаемости  
 $\hat{\epsilon}$  — тензор диэлектрической проницаемости  
 $\mu_a$  и  $\epsilon_a, \mu_c$  и  $\epsilon_c$  — антисимметричные и симметричные компоненты тензоров  $\hat{\mu}$  и  $\hat{\epsilon}$   
 $\vec{g}$  — вектор гирации  
 $n^*$  — эффективный коэффициент преломления  
 $\Phi = 4\pi d(n-1)\lambda \cos \theta$  — фазовая функция  
 $\omega_L = eH/2mc$  — частота Лармора  
 $\rho$  — удельное вращение в гиротропной среде  
 $R$  — постоянная Верде  
 $\chi$  — коэффициент экстинкции  
 $\epsilon_1, \epsilon_2$  — правоциркулярная и левоциркулярные волны  
 $B$  — удельная анизотропия (двупреломление)  
 $\delta_L$  — потери при однократном проходе периметра резонатора  
 $\nu_L = c/L$  — сдвиг частоты между продольными видами колебаний  
 $\nu_c$  — центральная частота флуоресценции  
 $\Delta\nu$  — полоса пропускания по уровню 0,5  
 $\eta_{\text{акт}}$  — усиление активной среды на проход  
 $\alpha_M$  — амплитудный коэффициент усиления активной среды на частоте  $\nu_c$

$l_a$  — длина активной среды  
 $Q_M$  — добротность спектральной линии  
 $r_a$  — эффективный коэффициент отражения по амплитуде  
 $T_a$  — эффективный коэффициент пропускания по интенсивности  
 $n_a, N$  — концентрации нормальных и возбужденных атомов  
 $D_a$  — коэффициент диффузии  
 $q_e$  — распределение концентрации по радиусу  
 $\gamma_a$  — вероятности столкновения атомов II рода  
 $\sigma_a$  — ошибка измерения угловой скорости  
 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  — направляющие косинусы вектора угловой скорости  
 $\Omega_M$  — скорость механического сканирования  
 $\sigma_\gamma$  — ошибка пеленгации (определения направления) вектора угловой скорости  
 $\dot{\vartheta}$  — скорость изменения истинной аномалии  
 $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$  — проекции произвольного вектора угловой скорости  
 $N_i$  — число периодов разностной частоты  
 $q_0$  — априорно известный вектор искомых параметров  
 $R_{ai}, R_{pi}$  — измеренные и расчетные значения определяемой величины  
 $\Delta q$  — вектор поправок к априорно известному вектору  $q_0$   
 $\delta R$  — вектор невязок  
 $K_R$  — корреляционная матрица вектора ошибок измерений

## Оглавление

Введение . . . . .	3
<b>Глава 1. Физические принципы когерентной оптической гироскопии . . . . .</b>	<b>8</b>
1.1. Квантовые измерители угловой скорости . . . . .	8
1.2. Принципы построения когерентных оптических гироскопов . . . . .	11
1.3. Потенциальная точность когерентных оптических гироскопов . . . . .	27
<b>Глава 2. Теоретические основы когерентной оптической гироскопии . . . . .</b>	<b>31</b>
2.1. Метрика вращающейся системы отсчета . . . . .	31
2.2. Уравнения электродинамики во вращающейся системе отсчета . . . . .	36
2.3. Расщепление собственных частот вращающегося кольцевого резонатора . . . . .	41
2.4. О частотах связи кольцевого резонатора . . . . .	53
<b>Глава 3. Амплитудно-частотные характеристики кольцевого оптического квантового генератора . . . . .</b>	<b>56</b>
3.1. Уравнение электромагнитного поля в кольцевом оптическом квантовом генераторе . . . . .	56
3.2. Амплитудные характеристики электромагнитного поля в КОКГ . . . . .	61
3.3. Частотные характеристики излучения КОКГ . . . . .	68
<b>Глава 4. Затыгивание частоты и синхронизации встречных волн в кольцевом ОКГ . . . . .</b>	<b>70</b>
4.1. Физические процессы при затыгивании и захвате частоты кольцевого ОКГ . . . . .	70
4.2. Основные соотношения для ширины полосы захватывания . . . . .	77
	419



4.3. Особенности работы КОКГ вблизи границы полосы захватывания (синхронизации) . . . . .	85
4.4. Измерение малых угловых скоростей в полосе синхронизации . . . . .	89
4.5. Результаты экспериментального изучения взаимодействия встречных волн в КОКГ . . . . .	94
4.6. Влияние внешних периодических возмущений на работу КОКГ . . . . .	107
<b>Глава 5. Амплитудные и фазовые флуктуации в кольцевых оптических генераторах . . . . .</b>	<b>117</b>
5.1. Основные соотношения для тепловых и поляризационных флуктуаций в газовых ОКГ . . . . .	117
5.2. Естественные амплитудные флуктуации в КОКГ . . . . .	122
5.3. Флуктуации фазы в КОКГ . . . . .	125
5.4. Влияние шумового возмущения на КОКГ в режиме параметрической синхронизации . . . . .	128
<b>Глава 6. Выделение сигналов разностной частоты встречных волн на выходе КОКГ . . . . .</b>	<b>133</b>
6.1. Интерференция двух близких по частоте световых волн . . . . .	133
6.2. Особенности выделения разностной частоты на выходе фотоприемника . . . . .	143
6.3. Влияние продольных видов колебаний КОКГ на процесс выделения сигнала биений . . . . .	154
6.4. Особенности интерференции частично когерентных волн на выходе КОКГ . . . . .	159
<b>Глава 7. Уменьшение влияния связи встречных волн в КОКГ . . . . .</b>	<b>166</b>
7.1. Общий анализ невзаимных эффектов, используемых в лазерной гиromетрии . . . . .	166
7.2. Невзаимные свойства материальных сред в неинерциальных системах отсчета . . . . .	176
7.3. Невзаимные фазосдвигающие устройства, используемые в КОКГ . . . . .	184
7.4. Особенности использования гиротропных невзаимных элементов . . . . .	203
7.5. Методы снижения влияния внешних магнитных полей и перекрестных искажений в КОКГ с гиротропными невзаимными элементами . . . . .	206
7.6. Характер потерь, вносимых НЭ в резонатор оптического когерентного гироскопа . . . . .	215
7.7. Методы уменьшения связи встречных волн в КОКГ . . . . .	239

<b>Глава 8. Основные элементы конструкции КОКГ . . . .</b>	<b>246</b>
8.1. Конструкция резонатора КОКГ . . . . .	246
8.2. Схемы селекции продольных видов колебаний . . .	256
8.3. Элементы схем пространственного совмещения волн на выходе КОКГ . . . . .	266
8.4. Схемы пространственной фильтрации выходных сигналов КОКГ . . . . .	277
8.5. Стабилизация периметра резонатора . . . . .	298
<b>Глава 9. Методы измерения угловой скорости когерентными оптическими гироскопами . . . . .</b>	<b>301</b>
9.1. Технические характеристики оптических гироскопов	301
9.2. Особенности измерения произвольного вектора угловой скорости лазерными гироскопами . . . .	311
9.3. Оценка потенциальной точности сканирующего лазерного гироскопа . . . . .	321
9.4. Оценка реальной точности определения направления вектора угловой скорости . . . . .	326
<b>Глава 10. Применение когерентных оптических гироскопов . . . . .</b>	<b>336</b>
10.1. Когерентные оптические гироскопы в системах ориентации космических аппаратов . . . . .	336
10.2. Определение параметров движения КА и особенности статистической обработки результатов измерений . . . . .	341
10.3. Бесплатформенные инерциальные системы навигации КА с использованием когерентных оптических гироскопов . . . . .	355
10.4. Когерентные оптические гироскопы в системах приземной навигации . . . . .	360
10.5. Применение КОКГ в измерительной технике . . . . .	378
10.6. Использование КОКГ для стабилизации частоты	384
Список литературы . . . . .	392
Указатель . . . . .	407
Список основных обозначений . . . . .	415

*Сергей Иванович Бычков  
Дмитрий Павлович Лукьянов  
Алексей Иванович Бакаляр*

## **ЛАЗЕРНЫЙ ГИРОСКОП**

Под редакцией профессора *С. И. Быčkoвa*

Редактор *Ю. И. Суханов*  
Художественный редактор *З. Е. Вендрова*  
Обложка художника *О. В. Камаева*  
Технические редакторы *А. А. Белоус, Г. З. Кузнецова*  
Корректоры *Т. М. Толмачева, Л. А. Максимова*

Сдано в набор 24/XII 1974 г.	Подписано к печати 21/IV 1975 г.	Т-05791
Формат 70×100 <sup>1/32</sup>	Бумага типографская № 2.	
Объем 17,225-усл.-п. л.,		18,414 уч.-изд. л.
Тираж 8000 экз.	Зак. 4	Цена 1 р. 22 к.

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт, а/я 693

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома  
при Государственном Комитете Совета Министров СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли  
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

**Бычков С. И. и др.**

**Б95      Лазерный гироскоп. М., «Сов. радио», 1975.**

424 с. с ил.

Перед. загл. авт.: С. И. Бычков, Д. П. Лукьянов,  
А. И. Бакаляр.

Рассматриваются вопросы теории и практического использования новых датчиков угловой скорости — лазерных гироскопов. Книга представляет интерес для научных работников и специалистов, связанных с созданием радиотехнических систем управления, навигации и геодезии. Она будет также полезна студентам старших курсов вузов и аспирантам.

**Б      30402-036  
046(01)-75 13-75**

**6Ф4**

ИЗДАТЕЛЬСТВО «СОВЕТСКОЕ РАДИО»  
ГОТОВИТ К ВЫПУСКУ В СВЕТ

**Чуров Е. П. Спутниковые системы радионавигации.**

Книга посвящена навигационному применению искусственных спутников небесных тел (Земли и планет). В ней излагаются основы теории спутниковых систем радионавигации и дается их описание. Рассматриваются принципы и эффективность использования этих систем при решении различных задач навигации.

Книга предназначена тем, кто занимается исследованием проблем и практическими задачами использования искусственных спутников планет в навигации. Она может быть полезна студентам, слушателям и аспирантам вузов, изучающим радиотехнические средства навигации, управления и связи.

**Сафронов Ю. П., Андрианов Ю. Г. Инфракрасная техника и космос.**

Рассматриваются весьма перспективные области применения инфракрасной (ИК) техники; космическая навигация, измерение дальностей и слежение за космическими объектами, космическая связь астрофизического исследования ресурсов Земли.

Книга предназначена для специалистов в области ИК техники, занимающихся решением ряда прикладных задач, студентов и преподавателей вузов соответствующих специальностей и для широкого круга читателей, интересующихся космическим применением оптико-электроники.

1p 22